



Enregistrement / Reconstruction

PASCAL PICART

Table des matières

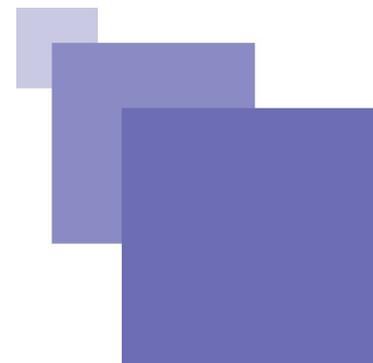
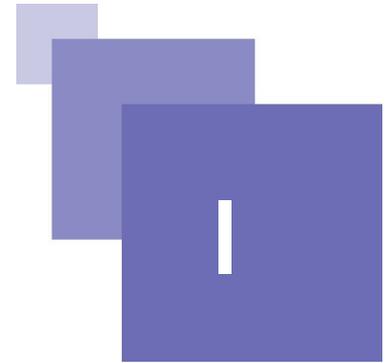


Table des matières	3
I - Cours	5
A. Holographie analogique.....	6
1. Enregistrement d'un hologramme.....	6
2. Reconstruction du champ objet.....	13
B. Holographie numérique.....	16
1. Enregistrement numérique.....	16
2. Contrainte sur l'enregistrement numérique.....	18
3. Les différentes configurations d'enregistrement.....	19
4. Méthodes de reconstructions du front d'onde objet.....	21
II - Etude de cas	49
A. Dispositif pour holographie numérique.....	49
B. Hologramme reconstruit numériquement.....	50
C. Effet du zéro-padding.....	52
D. Reconstruction par convolution.....	53
III - Exercice	57
A. Exercice auto-correctif.....	57
Solution des exercices de TD	59
Bibliographie	71

Cours



Holographie analogique	6
Holographie numérique	16

L'holographie a été inventée en 1947 par le physicien hongrois Dennis Gabor [[1](#)] alors qu'il effectuait des recherches en microscopie électronique. D. Gabor a reçu en 1971 le prix Nobel de physique pour cette invention. Toutefois, il fallut attendre 1962 [[2](#)] et les premiers lasers pour que cette technique trouve des applications concrètes.

L'holographie est un mélange fructueux entre des interférences et la diffraction. Les interférences codent l'amplitude et le relief d'un objet tridimensionnel et la diffraction agit comme un décodeur en reconstruisant une onde qui semble provenir de l'objet précédemment éclairé. Ce codage, comme l'étymologie du mot holographie l'indique (« holo » toute, « graphe » écriture), contient toute l'information : phase optique donc relief et amplitude de l'objet.

Pratiquement le procédé analogique que nous connaissons depuis 40 ans se décompose en 3 étapes :

- la première concerne l'enregistrement des interférences sur un support photosensible ;
- la seconde implique un procédé chimique de développement du support, et dure typiquement un bon quart d'heure avec des plaques argentiques,
- la dernière est le processus de reconstruction physique de l'onde objet dans lequel un laser diffracte sur le réseau sinusoïdal codé dans le support photosensible.

Compte tenu des contraintes liées au traitement des hologrammes (étape de développement essentiellement) qui rend leur utilisation industrielle difficile, pour le contrôle qualité en chaîne de production par exemple, il a été envisagé dès 1972 [[3](#)] de remplacer le support argentique par une matrice de valeurs discrètes de l'hologramme. L'idée était de remplacer l'enregistrement/décodage analogique de l'objet par un enregistrement/décodage numérique simulant une diffraction sur un réseau digital constitué par l'image enregistrée. L'holographie devint alors « numérique ».

Les travaux présentés en 1972 par Konrod et al constituent la première tentative de reconstruction par calcul d'un objet codé dans un hologramme. A l'époque, il fallait 6h de calcul pour reconstruire un champ de 512 x 512 pixels, avec l'ordinateur Minsk-22. Les valeurs discrètes étaient obtenues à partir d'un hologramme sur plaque par numérisation sur 64 bits avec un scanner. Toutefois, il aura fallu attendre les années 1990 pour voir l'holographie numérique à base de détecteur matriciel se concrétiser. [[4](#)]

En effet, on a assisté à des évolutions importantes dans deux secteurs de la technologie :

- à partir de cette période les procédés microtechnologiques ont permis d'obtenir des matrices de détecteurs avec des pixels suffisamment miniaturisés pour répondre au critère de Shannon en ce qui concerne la discrétisation de la répartition lumineuse spatiale ;
- le traitement informatique des images est devenu accessible grâce en grande partie à l'amélioration notable des performances des microprocesseurs, particulièrement de leurs unités de calculs, ainsi que des capacités de stockages.

Ce cours abordera dans un premier temps l'holographie dite « **analogique** », puis nous nous intéresserons à l'holographie dite « **numérique** ». Ces deux parties traiteront de l'enregistrement d'un hologramme ainsi que de la reconstruction de l'objet codé en considérant le type de support photosensible utilisé. La partie étude de cas présentera des résultats expérimentaux de reconstruction « numérique » d'hologrammes. La partie exercice proposera l'étude des relations de conjugaison de l'holographie.

A. Holographie analogique

L'holographie est étroitement liée à la nature ondulatoire de la lumière. En effet, celle-ci est expliquée à l'aide des principes de la diffraction et d'interférences lumineuses.

L'hologramme est caractérisé par les interférences entre deux ondes, une première dite « **objet** » et une seconde appelée « **onde de référence** ». Un abus de langage définit l'hologramme comme étant l'image stéréoscopique visualisée par l'observateur. En réalité, l'hologramme se définit comme étant le motif interférentiel de la combinaison des deux ondes précédemment citées.

Ce motif contient l'information, en terme d'amplitude complexe, du champ objet étudié ; ainsi, il est possible de restituer le champ objet dans son intégralité, amplitude et phase, à partir du support holographique. C'est l'information de phase qui permet de restituer le relief de l'objet, et de recréer la parallaxe. La reconstruction de l'objet enregistré est liée au phénomène de diffraction.

1. Enregistrement d'un hologramme

a) Principe de diffraction

Considérons un objet étendu éclairé par une onde monochromatique, localisé à la cote z_s par rapport au plan d'enregistrement. Cet objet diffracte une onde vers ce plan d'observation situé à la distance $d_0 = |z_o|$. La surface de l'objet illuminé génère un front d'onde que nous noterons

$$A(x, y) = A_0 \exp(j \psi_0(x, y))$$

L'amplitude décrit la réflectivité de l'objet et la phase décrit son état de surface et son relief. Compte tenu des résultats de la théorie de la diffraction dans les conditions de Fresnel, le champ diffracté à la cote d_0 est exprimé par une intégrale dont l'expression est la suivante :

$$O(x', y', d_0) = -\frac{j \exp(2j\pi d_0/\lambda)}{\lambda d_0} \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x'^2 + y'^2)\right) \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(x, y) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right) \exp\left(-\frac{2j\pi}{\lambda d_0}(xx' + yy')\right) dx dy$$

La figure 1 illustre la géométrie de la diffraction ainsi que les variables utilisées.

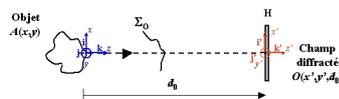


Figure 1: Diffraction en champ libre et notations

Le champ diffracté est simplement égal à la transformée de Fresnel de la répartition d'amplitude en surface de

l'objet. Dans le plan d'observation, cette onde peut également s'écrire sous la forme simple suivante :

$$O(x', y') = a_o(x', y') \exp(j \varphi_o(x', y'))$$

avec a_o le module de l'amplitude complexe et φ_o la phase. Compte tenu que l'objet est naturellement diffusant, car non poli, le champ diffracté à la cote distance d_o est un speckle. C'est à dire que la répartition d'amplitude et de phase dans le plan d'observation est aléatoire. La phase φ_o est donc aléatoire du fait de la rugosité naturelle de l'objet et nous considérerons qu'elle est uniforme sur $[-\pi, +\pi]$.

b) Principe interférométrique

Le procédé holographique nécessite de constituer des interférences pour coder l'information. Ainsi, l'onde diffractée par l'objet est mélangée de façon cohérente avec une onde de référence dans le plan d'observation. Les interférences entre les deux ondes nécessitent l'utilisation d'une source spatialement et temporellement cohérente (laser typiquement), et se traduisent par un motif d'intensité représentant le module au carré de la somme des deux amplitudes complexes. La figure 2 illustre la géométrie du mélange interférentiel.

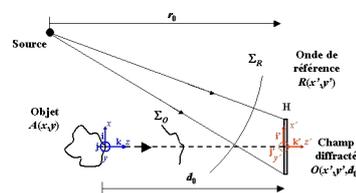


Figure 2 : Interférences entre l'onde diffractée et l'onde de référence

Ainsi, notons R l'amplitude complexe du front d'onde de référence au plan d'enregistrement :

$$R(x', y') = a_R(x', y') \exp(j \varphi_R(x', y'))$$

avec a_R le module de l'amplitude complexe et φ_R la phase du front d'onde. L'onde référence est généralement issue d'un trou source : elle est donc sphérique divergente et en incidence oblique sur le support d'enregistrement. Si on note (x_s, y_s, z_s) les coordonnées du point source dans le repère du plan de l'hologramme ($z_s < 0$), la phase optique de l'onde de référence s'écrit dans les approximations de Fresnel comme suit :

$$\varphi_R(x', y') = -\frac{\pi}{\lambda z_s} \left[(x' - x_s)^2 + (y' - y_s)^2 \right]$$

Sa phase optique peut donc aussi s'écrire sous la forme :

$$\varphi_R(x', y') = 2\pi(u_R x' + v_R y') + \frac{\pi}{\lambda r_0} (x'^2 + y'^2) + \varphi_s$$

où $\alpha(u_R, v_R)$ sont les fréquences spatiales porteuses, $r_0 = |z_s|$ est le rayon de courbure de l'onde et φ_s est une constante. Généralement on s'arrange pour que l'onde soit uniforme, c'est à dire $a_R(x', y') = C^{te}$. L'éclairement total reçu par le support holographique s'écrit :

$$H = |R|^2 + |O|^2 + R^* O + R O^*$$

Cette équation peut encore s'écrire sous la forme :

$$H = a_R^2 + a_o^2 + 2 a_R a_o \cos(\varphi_R - \varphi_o)$$

Ainsi H représente l'éclairement du support holographique lors de l'exposition. L'énergie W reçue est fonction du temps d'exposition Δt et de l'éclairement H telle que :

$$W = \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} H dt = \Delta t |R|^2 + \Delta t |O|^2 + \Delta t R^* O + \Delta t R O^*$$

Les principaux facteurs physiques caractérisant un support photosensible sont le facteur de transmission $|t|^2 = I_t / I_0$ (où I_0 est le flux incident et I_t est le flux transmis par le support d'enregistrement après son développement), la densité optique du négatif $DO = \log(1/|t|^2)$, la saturation du support (W/cm2) et la sensibilité moyenne de celui-ci (J/cm2).

La caractéristique reliant la transmission en amplitude en fonction de l'exposition du support photosensible présente une zone linéaire centrée sur l'exposition W_0 . La spécificité principale repose sur le fait suivant : si nous avons une exposition sinusoïdale du type $W = W_0 + \Delta W \cos(\varphi)$ dans la zone de linéarité d'enregistrement du support, alors la transmission en amplitude du négatif sera proportionnelle à l'éclairement reçu et on aura $t = t_0 - \beta \Delta W \cos(\varphi)$, comme le montre la figure 3. Le coefficient β représente la dérivée de la transmittance par rapport à l'exposition au point de coordonnées (W_0, t_0) pour l'exposition moyenne.

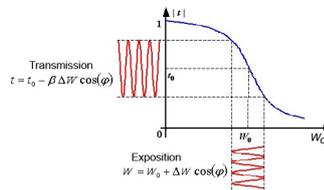


Figure 3 : Courbe de la transmission en amplitude en fonction de l'exposition sur un support d'enregistrement

Une fois l'exposition achevée, le support photosensible est développé généralement par bain chimique afin d'obtenir un négatif codant la phase et l'amplitude de l'onde de l'objet étudié. Dans la zone de linéarité, la transmission en amplitude complexe t du négatif est liée à l'énergie reçue par le support photosensible selon l'équation suivante :

$$t = t_0 - \beta (W - W_0)$$

La transmittance moyenne en amplitude pour cette exposition moyenne est notée t_0 . La valeur de W ne doit pas trop s'éloigner du point de fonctionnement pour rester dans la zone de linéarité de la transmission, ce qui signifie que le réseau sinusoïdal doit être faiblement modulé. W_0 représente la valeur moyenne de l'exposition et s'écrit :

$$W_0 = \Delta t |R|^2 + \Delta t |O|^2$$

Nous avons donc : $t = t_0 - \beta'(R^* O + R O^*)$ avec $\beta' = \beta \Delta t$.



Remarque

Ces équations montrent que la phase et l'amplitude du front d'onde objet sont enregistrées (ou codées) sur le support holographique. Il faut noter l'importance de la phase enregistrée car c'est elle qui donne l'impression de relief au cerveau lors de la restitution du front d'onde objet par stéréoscopie. Chaque élément de la surface du support holographique après enregistrement contient toute l'information du champ objet initial vu sous un angle donné.

c) Holographie par transmission

Le principe d'holographie par transmission est le plus répandu. Lors de l'enregistrement de l'hologramme,

l'onde diffractée par l'objet et l'onde de référence se recombinent sur la même face du support photosensible. Deux configurations d'enregistrement sont possibles : la configuration dite « **off axis** » (hors axe) et celle appelée « **in line** » (dans l'axe) :

La configuration « in line » (figure 4) fut la première exploitée par Gabor, le faisceau référence et le faisceau objet éclairent la plaque photosensible dans la même direction et dans le même sens. L'objet à étudier se situe entre la source et la plaque photosensible. Cette configuration ne nécessite pas de source fortement cohérente.

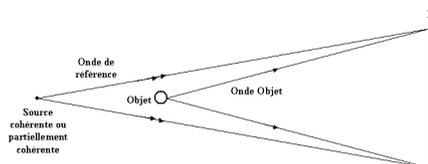


Figure 4 : Principe d'enregistrement d'un hologramme transmission, configuration « in line »

La configuration hors axe a pu être exploitée lorsque les lasers sont apparus. En effet, celle-ci nécessite la présence d'une source fortement cohérente. Le faisceau objet et le faisceau référence ne sont pas confondus, le dispositif d'enregistrement hors axe est représenté figure 5.

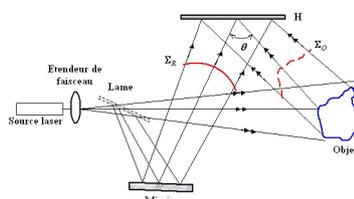


Figure 5 : Principe d'enregistrement d'un hologramme en transmission, configuration « off axis »

La source lumineuse doit présenter dans ce cas une forte cohérence spatiale et temporelle sauf si on peut assurer l'égalité parfaite entre les chemins optiques objet et référence. Le laser répond à ce type d'exigence. **La longueur de cohérence est un paramètre déterminant** ; cette caractéristique définit la différence de chemin optique acceptable pour qu'il y ait interférence entre les deux ondes.

d) Holographie par réflexion

Lors de l'enregistrement de l'hologramme, les deux ondes éclairent chacune une face différente du support photosensible. L'onde de référence et l'onde objet se propagent en sens inverse et interfèrent sur le plan d'enregistrement :

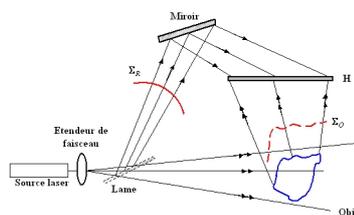


Figure 6 : Principe d'enregistrement d'un hologramme en réflexion, interférences à deux ondes

Une autre technique consiste à utiliser un seul faisceau servant à la fois de faisceau objet et de faisceau de référence (figure 7), ce mode opératoire a été proposé par Y. Denisyuk [5]. Le faisceau référence éclaire directement la plaque holographique et éclaire l'objet situé derrière la plaque à une très faible distance. L'onde ainsi diffractée par l'objet interfère avec l'onde de référence dans le plan de la plaque photographique (émulsion côté objet). Ce dispositif a pour avantage de n'utiliser qu'un seul faisceau laser, ce qui facilite sa mise en œuvre. Le champ objet peut ainsi être observé en lumière blanche.

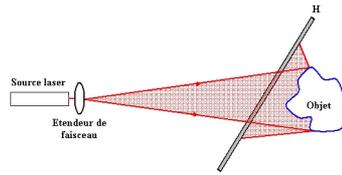


Figure 7 : Hologramme de Denisyuk

Cependant, bien que la qualité de restitution soit réaliste, la faible profondeur de champ de l'hologramme reste un inconvénient majeur. Comme tout hologramme de réflexion, les hologrammes de Denisyuk doivent être « blanchis », c'est-à-dire transformés en hologramme de phase, avant d'être fixés, afin que leur image puisse avoir une clarté et une luminosité suffisantes.

e) Les différents supports photosensibles

Afin d'obtenir un enregistrement correct de l'hologramme, il est nécessaire que le support soit sensible à la longueur d'onde de la source monochromatique utilisée. La réponse à l'éclairement de la plaque doit présenter une bonne linéarité. Les supports « analogiques » offrent de très bonnes résolutions généralement supérieures à 1000 mm^{-1} (grain inférieur à $1 \mu\text{m}$)

Les hologrammes enregistrés sont classés selon deux catégories :

- les **hologrammes d'amplitude** sont constitués d'un motif d'interférence qui se traduit par une variation du coefficient de transmission ou de réflexion sur le plan d'enregistrement ; ainsi l'amplitude du faisceau référence est modulée par l'hologramme.
- les **hologrammes de phase** codent l'information par une variation de l'indice de réfraction ou de l'épaisseur du support photosensible, ce qui entraîne une modulation de phase du faisceau référence lors de la restitution.

Le tableau 1 récapitule les principaux matériaux constituant les supports photosensibles, leurs caractéristiques, ainsi que les processus de développement des négatifs [6], [7].

Matériaux	Processus	Type d'hologramme	Exposition requise (J/m ²)	Sensibilité spectrale (nm)	Résolution (mm ⁻¹)	Réutilisable
<i>Halogénures d'argent</i>	chimique	amplitude ou phase	5×10^{-3} - 5×10^{-1}	400-700	1000-10000	non
<i>Gélatines bichromatées</i>	chimique	phase	10^2	350-580	>10000	non
<i>Photo-résistants</i>	chimique	phase	10^2	UV-500	3000	non
<i>Photo-polymères</i>	post-exposition	phase	10 - 10^4	UV-650	200-1500	non
<i>Photo-chromiques</i>	aucun	amplitude	10^2 - 10^3	300-700	>5000	oui
<i>Photothermo-plastiques</i>	charge et chauffage	phase	10^{-1}	400-650	500-1200	oui
<i>Photoréfractif Bi₁₂SiO₂₀</i>	aucun	phase	10	350-550	10000	oui
<i>Photoréfractif LiNbO₃</i>	aucun	phase	10^4	350-500	1500	oui

Tableau 1 : Caractéristiques des matériaux constituant les supports photosensibles

Les émulsions de type photographiques à **halogénures d'argent** sont les plus utilisées comme matériau d'enregistrement, elles ont l'avantage de présenter une grande sensibilité ainsi qu'une excellente résolution spatiale. Ce type de support permet l'enregistrement d'hologrammes d'amplitude ou de phase si on procède à un blanchiment du support.

Les **gélatines bichromatées** permettent la génération d'hologrammes de phase par réaction photochimique. La gélatine durcit en fonction de l'éclairement reçu. Le support est simplement lavé avec de l'eau chaude afin

d'extraire la gélatine qui n'a pas été exposée au rayonnement. Ce matériau offre les meilleures résolutions spatiales.

Les supports photorésistants sont des films organiques photosensibles. Après exposition et développement, ils produisent des hologrammes de phase par variation de leur épaisseur. Ils sont peu utilisés à cause de leur faible sensibilité et des effets non linéaires qui apparaissent pour de faibles rendements de diffraction.

Les photopolymères sont des constituants organiques qui ont l'avantage de ne pas avoir à être traités par bains chimiques après l'exposition, ceci grâce à la photopolymérisation. L'information est codée par variation d'épaisseur et d'indice de réfraction de la couche.

Les photochromiques ont le grand avantage d'être réutilisables et ne nécessitent aucune préparation pour leur développement. Cependant leur résolution reste faible par comparaison aux supports argentiques. Leur faible sensibilité demande un temps de pose élevé.

Les photothermoplastiques présentent un certain confort étant donné qu'ils sont réutilisables et se développent sur place en peu de temps et sans bain chimique. Ce type de support a été largement utilisé en interférométrie holographique [8] et a aujourd'hui quasiment disparu, ce qui stimule le développement de l'holographie numérique.

Les cristaux photoréfractifs permettent l'enregistrement d'hologrammes de phase dans un volume par effet photoréfractif. Ils sont souvent utilisés dans les applications d'interférométrie holographique en temps réel [9]. La sensibilité spectrale de ces cristaux est relativement étroite. Cependant, ces solutions ont fait l'objet de commercialisations ; ainsi une société [10] propose une caméra holographique utilisant un cristal de BSO pour support d'enregistrement. Cette caméra est dédiée à des applications en photomécanique.

2. Reconstruction du champ objet

a) Principe de reconstruction par transmission

La restitution du champ objet codé dans l'hologramme est fondée sur **le principe de la diffraction de la lumière**. Si nous éclairons la plaque holographique, après développement de celle-ci, avec l'onde de référence ayant servi à l'enregistrement, la lumière va diffracter selon trois ordres dans le cas où le réseau de diffraction est sinusoidal. L'amplitude complexe transmise est la suivante :

$$\begin{aligned} A_R &= R t \\ &= R t_0 - \beta' |R|^2 O - \beta' R^2 O^* \end{aligned}$$

Respectivement aux trois termes de cette équation, les trois ordres de diffraction sont : l'ordre 0, l'ordre +1 et l'ordre -1.

- L'ordre -1 est aussi appelé image réelle ; il est directement proportionnel en amplitude au complexe conjugué de l'onde objet, cette image est pseudoscopique compte tenu de son relief inversé (conjugaison de phase) ;
- L'ordre 0 est proportionnel en amplitude à la somme des carrés des modules des deux ondes ;
- L'ordre +1 est le plus adapté à l'observation étant donné qu'il est directement proportionnel au champ complexe d'origine. Cet ordre donne une image virtuelle, et présente un caractère orthoscopique.

Lors de la restitution en configuration « in line » les trois ordres sont superposés et l'image virtuelle se trouve ainsi mélangée avec l'image réelle et la transmission directe du faisceau référence.

La figure 8 montre le principe de restitution d'un hologramme par transmission en configuration « off axis ». Cette configuration a l'avantage de ne pas superposer les trois ordres lors de la reconstruction contrairement à la configuration « in line ». Ce dispositif « hors axe » a été exploité pour la première fois par Leith et Upatnieks [2], [11] lors de l'apparition des premiers lasers.

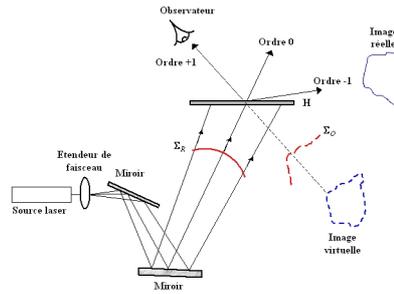


Figure 8 : Principe de restitution d'un hologramme par transmission, visualisation de l'image virtuelle

Les propriétés de restitution d'un hologramme font que l'onde référence sert de clé pour le décryptage de l'information codée. En effet, l'onde d'enregistrement possède une distribution de phase et d'amplitude qui lui est propre et cette distribution est la clé du décodage.

Il est possible d'observer l'image réelle en illuminant la plaque avec la composante complexe conjuguée de l'onde de référence (figure 9).

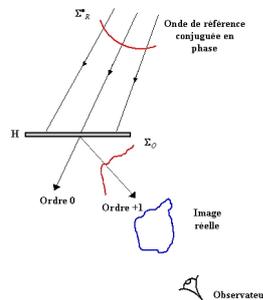


Figure 9 : Principe de restitution d'un hologramme par transmission, visualisation de l'image réelle

b) Principe de reconstruction par réflexion

Après enregistrement de l'hologramme selon la configuration de la figure 6, la restitution est effectuée selon le même principe que dans le cas de l'holographie par transmission. En effet l'hologramme est éclairé par une onde identique à l'onde de référence, cette dernière est diffractée par la plaque holographique et l'observateur visualise l'image se formant à l'arrière de la plaque. Les images peuvent être virtuelles ou réelles.

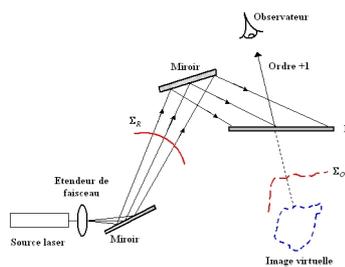


Figure 10 : Principe de restitution d'un hologramme par réflexion

c) Formation de l'image dans l'ordre + 1

La formation de l'image dans ce processus d'enregistrement-reconstruction est appréhendée avec le **formalisme de la diffraction**.

Considérons que l'observateur regarde l'objet reconstruit dans l'ordre +1 qui est conforme à l'objet initial. Considérons également que l'hologramme codé sur le support photosensible est borné spatialement par la taille physique du support d'enregistrement.

Notons Π_{L_x, L_y} la fonction « largeur du support photosensible » :

$$\Pi_{L_x, L_y}(x', y') = \begin{cases} 1/L_x L_y & \text{si } |x'| \leq L_x/2 \text{ et } |y'| \leq L_y/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où L_x et L_y sont les largeurs du support.

Le champ diffracté dans l'ordre +1, c'est à dire à la distance $-d_0$ du support, est exprimé par une intégrale de diffraction de Fresnel :

$$A_R^{+1}(x, y, -d_0) = \frac{j \beta' a_R^2}{\lambda d_0} \exp(-2 j \pi d_0 / \lambda) \exp\left(-\frac{j \pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right) \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} O(x', y', +d_0) \Pi_{L_x, L_y}(x', y') \exp\left(-\frac{j \pi}{\lambda d_0}(x'^2 + y'^2)\right) \exp\left(+\frac{2 j \pi}{\lambda d_0}(x x' + y y')\right) dx' dy'$$

puisque le champ objet $O(x', y', d_0)$ s'exprime également comme une transformée de Fresnel, nous avons

$$A_R^{+1}(x, y, -d_0) = -\frac{\beta' a_R^2}{\lambda^2 d_0^2} \exp\left(-\frac{j \pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right) \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi_{L_x, L_y}(x', y') F\left(\frac{x'}{\lambda d_0}, \frac{y'}{\lambda d_0}\right) \exp\left(+\frac{2 j \pi}{\lambda d_0}(x x' + y y')\right) dx' dy'$$

avec

$$F\left(\frac{x'}{\lambda d_0}, \frac{y'}{\lambda d_0}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{F}(x, y) \exp\left(-\frac{2 j \pi}{\lambda d_0}(x x' + y y')\right) dx dy$$

et

$$\tilde{F}(x, y) = A_0(x, y) \exp(j \psi_0(x, y)) \exp\left(+\frac{j \pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right)$$

Compte tenu des propriétés des transformées de Fourier, nous avons finalement :

$$A_R^{+1}(x, y, -d_0) = -\beta \Delta t a_R^2 A_0(x, y) \exp(j \psi_0(x, y)) * \tilde{W}_A(x, y, -d_0)$$

avec la fonction d'élargissement

$$\tilde{W}_A(x, y, -d_0) = \text{sinc}\left(\frac{\pi L_x x}{\lambda d_0}\right) \text{sinc}\left(\frac{\pi L_y y}{\lambda d_0}\right)$$

L'objet reconstruit dans l'ordre +1 est donc proportionnel au champ objet initial : il contient son amplitude et sa phase, donc son relief et il est proportionnel à la durée d'exposition et à la pente de la transmittance du support dans la zone linéaire. Par ailleurs, l'objet reconstruit est convolué par une fonction d'élargissement \tilde{W}_A qui est liée à la largeur du support d'enregistrement. La **fonction convolutive** est une **fonction sinuscordiale bidimensionnelle**. Selon le critère de Rayleigh, cette fonction a des largeurs horizontale et verticale égales à

$$R_x = \frac{\lambda d_0}{L_x} \text{ et } R_y = \frac{\lambda d_0}{L_y}$$

Une application numérique avec les valeurs $\lambda=0,6328 \mu\text{m}$, $d_0=500 \text{ mm}$ pour une plaque argentique de $10 \times 12 \text{ cm}^2$ donne $R_x=2,63 \mu\text{m}$ et $R_y=3,19 \mu\text{m}$.

Ces quantités fixent la résolution dans le plan image de l'ordre +1.



Remarque

La résolution spatiale est donc proportionnelle à la distance d'enregistrement et inversement proportionnelle à la largeur du support d'enregistrement. Pour augmenter la résolution, il faut donc placer l'objet près du support et avoir un support le plus large possible.

B. Holographie numérique

L'holographie « numérique » diffère de l'holographie « analogique » telle que décrite ci dessus par les supports d'enregistrements utilisés et par la mise en œuvre du procédé de restitution de l'image de l'objet étudié. La restitution des informations de phase et d'amplitude de l'objet est assurée par la simulation numérique de la diffraction de l'onde de référence sur la matrice « hologramme numérique ».

1. Enregistrement numérique

Dans un premier temps, intéressons nous à l'effet de discrétisation du support d'enregistrement pixelisé. Comme nous l'avons déjà évoqué précédemment, l'holographie numérique prend ses origines dans les années 1970, et devient réellement accessible à partir de la décennie 1990.

Le principal avantage de supports photosensibles numériques est l'acquisition rapide d'une image sans avoir à passer par un développement chimique, ce qui représente un gain de temps considérable. Un autre avantage est que ces supports sont réutilisables une fois les données stockées.

Le capteur d'images remplace maintenant le support photosensible analogique. La procédure qui consiste à enregistrer un hologramme numérique est semblable à celle de l'holographie classique, l'objet diffracte une onde qui interfère avec une onde de référence dans le plan d'enregistrement.

Cependant la discrétisation spatiale du motif enregistré et les dimensions des éléments pixels imposent quelques conditions d'enregistrement. Nous considérons que le support d'enregistrement est une matrice de pixels. L'enregistrement d'un hologramme sur un support numérique ne va pas seulement discrétiser ce dernier mais il intègre également le flux énergétique reçu dans le temps et dans l'espace. Quelque soit la technologie utilisée, le support d'enregistrement numérique comportera, respectivement aux directions x' et y' du plan d'enregistrement, $N \times M$ pixels de pas $p_x \times p_y$. Chacun de ces pixels est de dimension $\Delta_x \times \Delta_y$.

La figure 11 illustre la matrice de pixels.

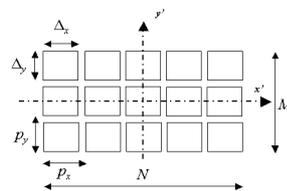


Figure 11 : Schéma de principe d'un capteurs à pixels surfaciques

Pour la technologie du capteur, on distingue principalement les capteurs CCD (charges coupled devices) et les capteurs CMOS (complementary metal-oxide semi-conductor). Les matrices d'éléments photosensibles, appelés pixels, ont généralement une géométrie carrée. Leur taille est variable de $3 \mu\text{m}$ à $15 \mu\text{m}$. La résolution spatiale de tels capteurs est donc comprise entre 66 mm^{-1} et 333 mm^{-1} , ces valeurs étant à

comparer avec celle présentées dans le tableau 1 sur les matériaux d'enregistrement dits « analogiques ».

Les capteurs pixelisés présentent de loin la plus basse résolution spatiale pour l'enregistrement d'hologrammes. Le principe de fonctionnement de ces dispositifs est fondé sur l'**effet photoélectrique** qui assure la conversion des photons incidents en électrons avec une efficacité quantique η_e . Le silicium est le principal matériau constituant les éléments photosensibles. Le détecteur code l'image sur un nombre de bits compris entre 8 et 16 et chaque pixel contient N_e électrons à la saturation. La valeur de N_e est de quelques dizaines de milliers d'électrons, typiquement de 10000 à 40000. La sensibilité moyenne de ces capteurs peut être évaluée à toute fin de comparaison avec les valeurs indiquées dans le tableau 1.

Comme les pixels ont une surface $\Delta_x \times \Delta_y$, l'exposition moyenne nécessaire pour remplir à moitié les puits quantiques, est donnée par :

$$E_\lambda = \frac{h c N_e}{2 \eta_e \lambda \Delta_x \Delta_y} \quad (\text{J/m}^2)$$

où $h = 6,626176 \times 10^{-34}$ J.s est la constante de Planck et $c = 2,99792458 \times 10^8$ m.s⁻¹ la vitesse de la lumière dans le vide

Une application numérique avec $\Delta_x = \Delta_y = 4,65 \times 10^{-6}$ m, $\eta_e = 0,4$, $N_e = 30000$ et $\lambda = 0,5 \times 10^{-6}$ m donne $E_\lambda = 6,8 \times 10^{-4}$ J/m². Les capteurs matriciels à base de silicium sont donc en moyenne plus de 10 fois plus sensibles que les support photosensibles recensés dans le tableau 1.

Du fait de l'extension spatiale des pixels, l'hologramme en un point de coordonnées $(x', y') = (k p_x, l p_y)$ peut-être écrit :

$$\begin{aligned} H_{PIX}(k p_x, l p_y, d_0) &= \int_{k p_x - \Delta_x/2}^{k p_x + \Delta_x/2} \int_{l p_y - \Delta_y/2}^{l p_y + \Delta_y/2} H(x', y', d_0) dx' dy' \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(x', y', d_0) \Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(x' - k p_x, y' - l p_y) dx' dy' \end{aligned}$$

avec la fonction pixel :

$$\Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(x, y) = \begin{cases} 1/\Delta_x \Delta_y & \text{si } |x| \leq \Delta_x/2 \text{ et } |y| \leq \Delta_y/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La fonction pixel est paire. Le motif d'interférences enregistré par un pixel situé aux coordonnées $(k p_x, l p_y)$ est mathématiquement représenté par un produit de convolution de l'hologramme analogique par la fonction pixel :

$$H_{PIX}(k p_x, l p_y, d_0) = [H(x', y', d_0) * \Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(x', y')] (k p_x, l p_y)$$

L'hologramme numérique enregistré comme une image est une juxtaposition, selon les deux dimensions, de toutes les surfaces d'intégration. Cette image est mathématiquement représentée par la relation suivante :

$$H_N(x', y', d_0) = \sum_{k=0}^{k=N-1} \sum_{l=0}^{l=M-1} H_{PIX}(k p_x, l p_y, d_0) \delta(x' - k p_x, y' - l p_y)$$

La fonction pixel a donc un effet de lissage c'est à dire de filtrage passe bas sur l'hologramme brut.



Remarque

Ainsi, l'enregistrement d'un hologramme numérique peut être qualifié d'enregistrement « basse résolution » par opposition à l'enregistrement avec des support « analogiques » de type plaques argentiques qui sont qualifiés « haute résolution ».

2. Contrainte sur l'enregistrement numérique

Comme nous l'avons déjà évoqué au début de ce cours, un hologramme est un motif speckle (granularité laser) correspondant à l'interaction d'une onde de référence et d'une onde objet diffractée, elle-même de type « speckle ». Localement, les franges d'interférences générées par deux ondes planes monochromatiques, ayant un angle θ , ont pour interfrange (figure 12) :

$$i = \frac{\lambda}{2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

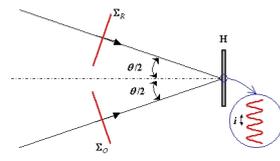


Figure 12 : Interfrange locale

L'angle θ n'impose pratiquement pas de contraintes en holographie classique étant donné le haut pouvoir de résolution que possèdent les supports d'enregistrement analogiques. Le pas des pixels des capteurs actuels pour l'acquisition numérique d'images est limité, cependant leur résolution doit être suffisamment élevée pour qu'un interfrange corresponde au moins à deux pixels.

Le **théorème de Shannon** considère que pour l'acquisition correcte d'un signal périodique, la fréquence d'échantillonnage doit être au moins deux fois plus élevée que celle du signal. Dans le cas contraire, nous aurons une perte d'information due au trop faible échantillonnage. Ainsi la première condition d'enregistrement à respecter est celle imposée par le critère de Shannon :

$$f_e \geq 2 f_s$$

avec f_e la fréquence d'échantillonnage et f_s la fréquence du signal étudié. Si nous nous plaçons dans le cas d'un enregistrement numérique d'un réseau de franges sinusoïdales ; la fréquence d'échantillonnage f_e correspond à l'inverse du pas entre deux pixels consécutifs du capteur (p_x ou p_y selon la dimension prise en compte), et la fréquence du signal étudié est l'inverse de l'interfrange i . Soit :

$$f_e = \frac{1}{\max(p_x, p_y)}$$

et

$$f_s = \frac{1}{i} = \frac{2 \sin(\theta/2)}{\lambda}$$

Le dimensionnement des pixels étant fixé, nous ne pouvons pas augmenter l'échantillonnage spatial. Pour de bonnes conditions d'enregistrement, il est nécessaire d'adapter l'angle entre le faisceau objet et le faisceau référence.



Remarque

Ainsi, en considérant les trois équations précédentes, le critère de Shannon se traduit par l'inégalité suivante :

$$\theta_{max} \leq 2 \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{4 \max(p_x, p_y)} \right)$$

Pour une longueur d'onde de 633 nm et un pas entre les pixels de $4,65 \mu\text{m}$, l'angle maximal, correspondant à la limite du critère de Shannon, est de $\theta_{max} = 3,9^\circ$. La faible déviation angulaire autorisée entre les faisceaux nécessite un dispositif de réglage relativement précis.

3. Les différentes configurations d'enregistrement

a) Introduction

L'enregistrement d'un hologramme peut être effectué selon différentes configurations qui, pour certaines s'éloignent du principe de base de l'holographie, mais conservent une forte ressemblance avec cette dernière en ce qui concerne l'enregistrement du motif interférométrique. Il est souvent fait usage d'une lentille convergente ou divergente interposée entre l'objet et le détecteur matriciel. Généralement l'onde de référence est choisie plane ($r_0 = \infty$), de sorte que sa phase s'écrit simplement :

$$\varphi_R(x', y') = 2\pi(u_R x' + v_R y')$$

b) Holographie numérique de Fresnel

La diffraction avec les approximations de Fresnel nécessite de prendre en considération la distance finie séparant l'objet du support d'enregistrement. La figure 13 décrit le dispositif d'enregistrement. L'onde de référence est plane et peut être dans l'axe de l'onde objet pour la configuration « in line » ou elle peut faire un angle avec cette dernière, en configuration « off axis ». Ce dispositif est le plus répandu pour l'enregistrement numérique de motifs interférentiels [12].

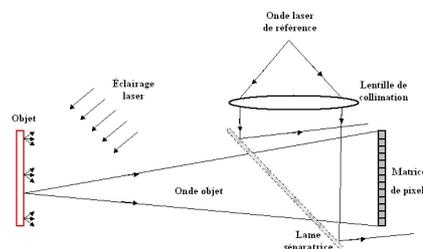


Figure 13 : Dispositif d'enregistrement numérique de Fresnel

La distance objet-matrice de pixels doit respecter les conditions de Fresnel [13].

c) Holographie numérique de Fraunhofer

Le dispositif d'enregistrement, représenté figure 14, place l'objet dans le plan focal d'une lentille convergente

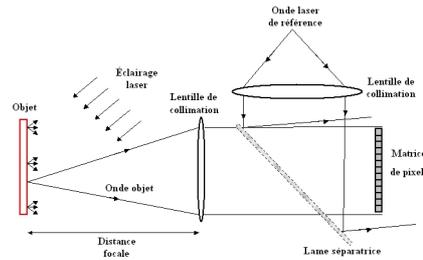


Figure 14 : Dispositif d'enregistrement numérique de Fraunhofer

La lentille a pour rôle de collimater le faisceau diffracté par l'objet. Cette configuration permet de compenser le terme de phase quadratique modulant la transmittance dans l'intégrale de diffraction de Fresnel. Ainsi la distance effective entre l'objet et le plan d'enregistrement est infinie relativement aux ouvertures objet et détecteur.

Cette configuration correspond aux **conditions de Fraunhofer**. Généralement, l'hologramme est qualifié d'**hologramme de Fourier** puisqu'une simple transformée de Fourier de la transmittance suffit pour reconstruire le champ objet.

4. Méthodes de reconstructions du front d'onde objet

a) Introduction

Deux méthodes sont présentées dans ce chapitre :

- la reconstruction en phase et amplitude du champ complexe objet par transformée de Fresnel ;
- et la méthode de reconstruction par convolution.

Toutes deux sont issues de l'intégrale de diffraction de Fresnel-Kirchhoff.

b) Reconstruction par transformée de Fresnel discrète

Considérons qu'à la place d'une ouverture diffractante classique nous ayons une transmittance discrétisée ; celle-ci représente un hologramme préalablement enregistré sur une matrice de pixels. Nous avons vu précédemment que l'onde objet est restituée par diffraction de l'onde référence sur le support holographique. Afin d'obtenir les informations de phase et d'amplitude du champ initial, il faut maintenant simuler la diffraction de l'onde de référence incidente sur la matrice transmittance.

L'intégrale de diffraction de Fresnel est discrétisée en remplaçant la double intégrale par une double sommation et les coordonnées du plan d'enregistrement sont échantillonnées avec un pas correspondant à celui de la matrice de pixels soit $(x', y') = (k p_x, l p_y)$, où k et l varient de 0 à $N-1$ et de 0 à $M-1$.

Par ailleurs, puisque le processeur ne pourra pas calculer une infinité de points du champ reconstruit, il faut également prendre en compte le caractère discret du plan image. En particulier, il est nécessaire de considérer la nature de l'intégrale de Fresnel : c'est une transformée de Fourier bidimensionnelle. Les règles classiques d'échantillonnage en temps et en fréquence qui s'appliquent au traitement numérique du signal classique sont également de rigueur dans notre cas. Pour une distance de reconstruction numérique d_R , la transformée de Fresnel discrétisée est écrite :

$$A_R(X, Y, d_R) = -\frac{j}{\lambda d_R} \exp(+2 j \pi d_R / \lambda) \exp\left(+\frac{j \pi}{\lambda d_R} (X^2 + Y^2)\right) \times \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} H_{PIX}(k, l, d_0) \exp\left(+\frac{j \pi}{\lambda d_R} (k^2 p_x^2 + l^2 p_y^2)\right) \exp\left(-\frac{2 j \pi}{\lambda d_R} (X k p_x + Y l p_y)\right)$$

A ce stade, il faut noter que la prise en compte de l'onde de référence dans le calcul n'est pas obligatoire si elle est plane et uniforme ($a_R(x', y') = C^{te}$), contrairement au cas de la reconstruction physique par laser qui nécessite l'éclairage avec une onde de référence. Dans le cas d'une onde sphérique ($r_0 \neq \infty$), il faudra tenir compte de la courbure du front d'onde et multiplier H_{PIX} par un terme complexe adéquat.

c) Discrétisation du plan reconstruit

D'après l'expression de la transformée de Fresnel discrète, les périodes d'échantillonnage apparentes de l'exponentielle donnant le caractère de Fourier de l'intégrale sont données par

$$T_{ex} = \frac{p_x}{\lambda d_R} \quad T_{ey} = \frac{p_y}{\lambda d_R}$$

Si le champ reconstruit est calculé sur le même nombre de points ($M \times N$) que le nombre de pixels du détecteur, le pas d'échantillonnage dans le plan image est égal à

$$\Delta \eta = \frac{1}{N T_{ex}} = \frac{\lambda d_R}{N p_x} \quad \Delta \xi = \frac{1}{M T_{ey}} = \frac{\lambda d_R}{M p_y}$$

Par conséquent, l'échantillonnage dans le plan image est simplement

$$X = n \Delta \xi \quad Y = m \Delta \eta$$

où n et m varient de $-N/2$ à $N/2-1$ et de $-M/2$ à $M/2-1$.

Le cas de l'extension du support avec des zéros (zero-padding) sera discuté dans un des paragraphes suivants. La version discrète de l'intégrale de Fresnel s'écrit finalement

$$A_R(n, m, d_R) = \frac{-j}{\lambda d_R} \exp(+2j\pi d_R / \lambda) \exp\left(+\frac{j\pi}{\lambda d_R} (n^2 \Delta \xi^2 + m^2 \Delta \eta^2)\right) \\ \times \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} H_{PIX}(k, l, d_0) \exp\left(+\frac{j\pi}{\lambda d_R} (k^2 p_x^2 + l^2 p_y^2)\right) \exp\left(-2j\pi \left(\frac{nk}{N} + \frac{ml}{M}\right)\right)$$

Cette relation exprime le champ reconstruit aux coordonnées pixels (n, m) dans le plan image. A un facteur de phase près, le champ reconstruit est proportionnel à une transformée de Fourier bidimensionnelle discrète (FFT) du produit de l'hologramme numérisé par un terme de phase quadratique discrétisé.

L'algorithme de reconstruction par transformée de Fresnel discrète est donné sur la figure 15.

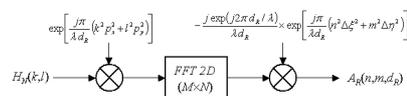


Figure 15 : Algorithme pour la transformée de Fresnel

Si on choisit $d_R = -d_0$, alors l'ordre +1 sera au point dans le champ reconstruit, si en revanche on choisit $d_R = +d_0$, la mise au point sera sur l'ordre -1.

d) Contrainte sur la distance de reconstruction

Le lecteur notera que l'application de cet algorithme nécessite de programmer une version discrète du terme de phase quadratique de la transformée de Fresnel. L'échantillonnage de cette fonction complexe oscillante se doit de respecter les conditions de Shannon.

Pour ce faire, il suffit de considérer le contenu fréquentiel de la fonction en termes de fréquences spatiales [14]. Considérons la phase du terme quadratique :

$$\exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_R}(x^2 + y^2)\right) = \exp(j\Theta(x, y))$$

Les fréquences spatiales locales sont données par

$$u_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial x} \quad v_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial y}$$

donnant

$$u_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\pi x^2 + \pi y^2}{\lambda d_R} = \frac{x}{\lambda d_R} \quad v_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\pi x^2 + \pi y^2}{\lambda d_R} = \frac{y}{\lambda d_R}$$

Le terme quadratique est un signal à caractère non stationnaire puisque ses fréquences $\{u_i, v_i\}$ varient avec les variables d'évolution $\{x, y\}$. En théorie, son énergie est infinie.

Cependant, le signal doit être considéré sur un support borné qui est l'espace pixel du détecteur. Le fait de limiter son horizon d'évolution impose de limiter son énergie et son contenu fréquentiel. L'étendue de x et y est bornée par $[-x_{\max}, +x_{\max}]$ et $[-y_{\max}, +y_{\max}]$ qui correspondent à l'étendue spatiale de l'enregistrement ($N \times M$ pixels de pas $p_x \times p_y$, capteur de taille $N p_x \times M p_y$), soit $x_{\max} = N p_x / 2$ et $y_{\max} = M p_y / 2$.

Ainsi, les fréquences spatiales maximales du signal sur ce support sont données par :

$$u_i^{\max} = \frac{x_{\max}}{\lambda d_R} \quad v_i^{\max} = \frac{y_{\max}}{\lambda d_R}$$

Sur l'espace détecteur, la bande passante spatiale bilatérale du terme quadratique est donc

$$\Delta u = 2 u_i^{\max} = \frac{N p_x}{\lambda d_R} \quad \Delta v = 2 v_i^{\max} = \frac{M p_y}{\lambda d_R}$$

La bande passante diminue donc lorsque la distance augmente. Le théorème de Shannon impose

$$f_{ex} \geq 2 u_i^{\max} = \Delta u = \frac{N p_x}{\lambda d_R} \quad \text{et} \quad f_{ey} \geq \Delta v$$

Comme le pas des pixels est imposé par la technologie utilisée, la distance d_R minimale respectant Shannon est donnée par

$$d_R \geq \sup \left\{ \frac{N p_x^2}{\lambda}, \frac{M p_y^2}{\lambda} \right\}$$

Le tableau 2 récapitule les distances minimales en fonction des paramètres d'acquisition.

Matrice	pas pixel ($\mu\text{ m}$)	longueur d'onde (nm)	distance minimale (mm)
512×512	4,65	632,8	17,5
1024×1024	4,65	632,8	35
2048×2048	4,65	632,8	70

Tableau 2 : Distance minimale de reconstruction

Ce résultat impose une distance minimale pour la reconstruction par transformée de Fresnel.

e) Expression de l'ordre + 1 numérique

Le calcul analytique du champ diffracté dans l'ordre +1 doit tenir compte de la surface active des pixels, du défaut de mise au point numérique et d'éventuelles aberrations de la surface d'onde de référence. Le calcul n'est pas détaillé dans le cadre de ce cours et on se contente de donner le résultat principal dans le cas où le pixel est infiniment ponctuel ($\Delta_x = \Delta_y = 0$) et pour $d_R = -d_0$ où on a $(X, Y) = (x, y)$.

A partir de l'équation de la transformée de Fresnel discrète, on montre que le champ diffracté numériquement dans l'ordre +1 est donné par :

$$A_R^{+1}(x, y, -d_0) = \lambda^2 d_0^2 \exp\left(-j\pi\lambda d_0(u_R^2 + v_R^2)\right) R^*(x, y) A(x, y) \\ * \tilde{W}_{NM}(x, y, -d_0) * \delta(x - \lambda d_0 u_R, y - \lambda d_0 v_R)$$

avec la fonction d'élargissement

$$\tilde{W}_{NM}(x, y, -d_0) = \exp\left(-j\pi(N-1)\frac{x p_x}{\lambda d_0} - j\pi(M-1)\frac{y p_y}{\lambda d_0}\right) \\ \times \frac{\sin(\pi N x p_x / \lambda d_0)}{\sin(\pi x p_x / \lambda d_0)} \frac{\sin(\pi M y p_y / \lambda d_0)}{\sin(\pi y p_y / \lambda d_0)}$$

et $\delta(x, y)$ est la distribution de Dirac bidimensionnelle. L'ordre +1 est donc localisé aux coordonnées $(\lambda d_0 u_R, \lambda d_0 v_R)$ dans le plan reconstruit. Ces coordonnées dépendent des fréquences spatiales de l'onde de référence et de la distance de reconstruction.

Ainsi que nous l'avons vu au paragraphe « Formation de l'image dans l'ordre +1 », l'objet reconstruit est également convolué par une fonction d'élargissement \tilde{W}_{NM} qui est liée à la largeur du capteur. Cette fonction est la fonction de filtrage de la transformée de Fourier discrète bidimensionnelle. Sa forme mathématique apparaît très différente de celle de la fonction \tilde{W}_A , cependant, son profil est similaire à un sinuscardinal à deux dimensions.

Cette fonction impose la résolution intrinsèque en holographie numérique de Fresnel. Son interprétation est simple : \tilde{W}_{NM} est une tache de diffraction numérique d'une ouverture rectangulaire de largeur $N p_x \times M p_y$ de transmittance uniforme. La fonction de résolution est représentée graphiquement en module sur la figure 16 pour les valeurs numériques suivantes : $N = M = 1024$, $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{ m}$, $\lambda = 0,6328 \mu\text{ m}$ et $d_0 = 500 \text{ mm}$.

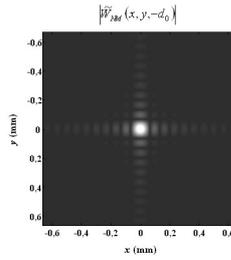


Figure 16 : Réponse impulsionnelle de la transformée de Fresnel discrète

Selon le critère de Rayleigh, cette fonction a des largeurs horizontale et verticale égales à

$$R_x = \frac{\lambda d_0}{N p_x} \quad \text{et} \quad R_y = \frac{\lambda d_0}{M p_y}$$

Ces quantités fixent la résolution dans le plan image. La résolution spatiale est donc proportionnelle à la distance d'enregistrement et inversement proportionnelle à la largeur du capteur.

Une application numérique avec les valeurs ci dessus donne $R_x = R_y = 66,99 \mu\text{m}$. En comparaison avec l'application numérique avec la plaque argentique de $10 \times 12 \text{ cm}^2$, la résolution spatiale est 21 à 25 fois moins élevée.

f) Suppression des ordres parasites

L'algorithme de la figure 15 peut être appliqué directement avec l'hologramme enregistré. Dans ce cas, le champ reconstruit contiendra systématiquement les trois ordres de diffraction. En 1997 [15], Yamaguchi propose d'appliquer les techniques de démodulation de franges par décalage de phase à l'hologramme numérique. L'idée est que l'hologramme étant une composition interférométrique à deux ondes, il est possible d'extraire l'ordre utile par application d'un décalage de phase à l'onde de référence.

Notons ϕ le décalage de phase appliqué à l'onde de référence qui s'écrit maintenant

$$R(x', y') = a_R(x', y') \exp(j\varphi_R(x', y') + j\phi)$$

et choisissons 4 valeurs du déphasage

$$\phi = \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$$

alors puisque H s'écrit aussi

$$H = a_R^2 + a_O^2 + 2 a_R a_O \cos(\varphi_R - \varphi_O + \phi)$$

nous pouvons extraire des quatre hologrammes enregistrés la phase du champ objet diffracté φ_O et son amplitude a_O et calculer l'ordre +1 qui correspond au terme $O = a_O \exp(j\varphi_O)$. En effet, en tout point où l'hologramme est enregistré :

$$a_O = \frac{1}{4 a_R} \times \sqrt{(H(0) - H(\pi))^2 + (H(3\pi/2) - H(\pi/2))^2}$$

et

$$\varphi_O = \arctan \left(\frac{H(3\pi/2) - H(\pi/2)}{H(0) - H(\pi)} \right)$$

Puis, il suffit d'appliquer l'algorithme de la figure 15 à l'ordre +1 pour former uniquement l'image de l'objet initial. Cette méthode est efficace pour éliminer l'ordre +1, en revanche elle est gourmande en enregistrements puisqu'il faut 4 hologrammes pour retrouver l'objet.

g) Cas du zéro padding

Le lecteur remarquera que le pas d'échantillonnage de l'espace image dépend du nombre de points de la reconstruction, de la longueur d'onde, du pas des pixels et de la distance de reconstruction. Il n'y a donc pas d'invariance du pas d'échantillonnage lors de la reconstruction par transformée de Fresnel directe.

Comme nous l'avons évoqué au cours de l'un des paragraphes précédents, le calculateur estimera le champ diffracté sur un nombre fini de points. Le calcul de la transformée de Fresnel discrète de l'hologramme peut-être effectué sur $L \times K$ points tels que $(L, K) \geq (M, N)$.

- Si $(L, K) = (M, N)$ alors l'interférogramme brut est utilisé pour le calcul numérique de la transformée de Fresnel.
- Si $(L, K) > (M, N)$, on se trouve dans le cas dit du « zero-padding » et cela revient à ajouter $(L - M, K - N)$ zéros à la matrice de pixels.



Remarque

Fondamentalement, ce supplément de zéros n'ajoute pas d'information rationnelle, en revanche il modifie le pas d'échantillonnage du champ diffracté.

En effet, les pas seront maintenant donnés par :

$$\Delta \eta = \frac{\lambda d_R}{K p_x} \quad \Delta \xi = \frac{\lambda d_R}{L p_y}$$

L'échantillonnage dans le plan image est désormais

$$X = n \Delta \xi \quad Y = m \Delta \eta$$

où n et m varient de $-K/2$ à $K/2 - 1$ et de $-L/2$ à $L/2 - 1$.

On a donc $\Delta \eta < R_x$ et $\Delta \xi < R_y$. Il y a diminution du pas d'échantillonnage et ainsi augmentation de la « définition » du plan image.

Concrètement, ceci signifie que l'on observera plus de texture dans l'image : le zero-padding de l'hologramme aura pour conséquence de faire apparaître plus finement la structure des grains de speckle de l'image.



Remarque

Toutefois, le zero-padding ne modifie pas la résolution intrinsèque qui est imposée par le nombre de pixels du détecteur et leur taille.

h) Reconstruction par convolution

Reprenons l'intégrale de diffraction de Fresnel-Kirchhoff exprimée dans un repère cartésien [13] :

$$O(x', y', d_0) = \frac{d_0}{j\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(x, y) \frac{\exp\left(+2j\pi/\lambda \sqrt{d_0^2 + (x' - x)^2 + (y' - y)^2}\right)}{d_0^2 + (x' - x)^2 + (y' - y)^2} dx dy$$

Cette intégrale est également une équation de convolution :

$$O(x, y, d_0) = A(x, y) * h(x, y, d_0)$$

avec $h(x, y, d_0)$, la réponse impulsionnelle de l'espace libre, exprimée par

$$h(x, y, d_0) = \frac{d_0}{j\lambda} \frac{\exp\left(+2j\pi/\lambda \sqrt{d_0^2 + x^2 + y^2}\right)}{d_0^2 + x^2 + y^2}$$

Dans le cadre des approximations de Fresnel, la réponse impulsionnelle devient

$$h(x, y, d_0) = \frac{1}{j\lambda d_0} \exp\left(\frac{2j\pi d_0}{\lambda}\right) \exp\left(+\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right)$$

et le champ diffracté s'exprime sous la forme de la transformée de Fresnel que nous avons rencontrée au début de ce cours :

$$O(x', y', d_0) = -\frac{j}{\lambda d_0} \exp(+2j\pi d_0/\lambda) \exp\left(+\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x'^2 + y'^2)\right) \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(x, y) \exp\left(+\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right) \exp\left(-\frac{2j\pi}{\lambda d_0}(xx' + yy')\right) dx dy$$

La réponse impulsionnelle a une fonction de transfert $\tilde{H}(u, v, d_R)$ telle que

$$\tilde{H}(u, v, d_R) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y, d_R) \exp(-2j\pi(ux + vy)) dx dy$$

Appliquée à la reconstruction du champ objet à la distance d_R , à partir de l'hologramme H_N , la version discrète de l'équation de convolution est simplement :

$$A_R(n, m, d_R) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} H_{PIX}(k, l) h(k-n, l-m, d_R)$$

Il existe plusieurs manières d'appréhender le calcul pratique de cette relation. La plus simple est d'utiliser les propriétés de la transformée de Fourier : la convolution de deux fonctions peut-être traitée par la transformée de Fourier inverse du produit des transformées de Fourier de chacune des fonctions.

Cette propriété est exploitée en holographie numérique, étant donné que le calcul de transformées de Fourier discrètes présente un net avantage face à la convolution en temps de calcul (double sommation contre algorithmes optimisés).

Ainsi le champ reconstruit à la distance d_R est calculé par application de l'équation suivante :

$$A_R(k, l, d_R) = FFT^{-1} \left[FFT [H(k, l)](p, q) \times FFT [h(k, l, d_R)](p, q) \right] (k, l)$$

L'algorithme de reconstruction par convolution discrète est donné sur la figure 17.

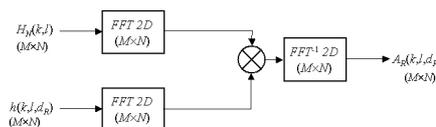


Figure 17 : Algorithme pour la convolution discrète

Il est possible d'appliquer cet algorithme uniquement à l'ordre +1 extrait de l'hologramme par décalage de

phase.

Le lecteur notera que les conditions de reconstruction évoquées au paragraphe précédent et concernant la distance minimale d_R sont également valables dans ce cas. Si la réponse impulsionnelle exacte [13] est utilisée, on a

$$d_R \geq \sup \left\{ \frac{N p_x \sqrt{4 N^2 p_x^2 - 1}}{\lambda}, \frac{M p_y \sqrt{4 M^2 p_y^2 - 1}}{\lambda} \right\}$$

Considérons l'algorithme de la figure 17 : on utilise deux transformées de Fourier, l'une directe puis l'autre inverse. En conséquence, l'horizon d'observation du champ reconstruit est identique à celui de l'hologramme enregistré. Ceci signifie que le pas d'échantillonnage dans le plan image est identique au pas des pixels, soit $\Delta \xi = p_x$ et $\Delta \eta = p_y$ contrairement au cas du calcul direct pour lequel le pas dépend de la distance de reconstruction.



Remarque

Cette méthode est donc indiquée pour les cas où le pas d'échantillonnage doit rester constant dans les différents plans reconstruits.

i) Balayage spectral par banc de filtres

Avec la méthode de la convolution numérique par FFT, l'horizon d'observation maximum est imposé par la taille du détecteur matriciel. Si l'objet a une taille supérieure à celle de la matrice de pixel, il est nécessaire d'effectuer un balayage afin de reconstruire l'objet par morceaux adjacents. En terme de bande passante spatiale, ceci signifie que la bande passante de la réponse impulsionnelle n'est pas suffisante pour couvrir la bande spatiale occupée par l'objet. Dans ce cas, la mise en œuvre de la reconstruction par convolution nécessite de programmer un banc de filtres dont la vocation est d'effectuer le balayage spectral nécessaire à la reconstruction de l'objet en entier.

Le nombre de balayages est fonction de la bande passante du filtre. Les relations espace métrique/fréquence spatiale montrent qu'à une fréquence spatiale de l'hologramme égale à (u_0, v_0) correspond une localisation dans l'objet reconstruit égale à $(\lambda d_R u_0, \lambda d_R v_0)$. La bande passante de la réponse impulsionnelle permet de reconstruire en une seule opération un domaine, égal à $\Delta x = N p_x$ en horizontal et égal à $\Delta y = M p_y$ en vertical. Si l'objet est d'étendue ΔA_x supérieure à Δx le nombre de balayages en horizontal est donné par le rapport des bandes spectrales, soit

$$n_x = \frac{\Delta u_{\text{objet}}}{\Delta u} = \left(\frac{\Delta A_x}{\lambda d_R} \right) / \left(\frac{\Delta x}{\lambda d_R} \right) = \frac{\Delta A_x}{N p_x}$$

Il est simplement égal au rapport taille objet / taille détecteur. Il existe une relation similaire en vertical avec n_y .

Si le spectre de l'onde objet diffractée est localisé aux coordonnées fréquentielles (u_0, v_0) , les fréquences spatiales du banc de filtres sont données dans les deux directions par

$$(u_i, v_i) = \left\{ u_0 + k_x \frac{N p_x}{\lambda d_R}, v_0 + k_y \frac{M p_y}{\lambda d_R} \right\}$$

avec

$$k_x \in \left\{ -\frac{n_x - 1}{2}, +\frac{n_x - 1}{2} \right\} \quad k_y \in \left\{ -\frac{n_y - 1}{2}, +\frac{n_y - 1}{2} \right\}$$

L'algorithme correspondant au balayage spectral est donné figure 18.

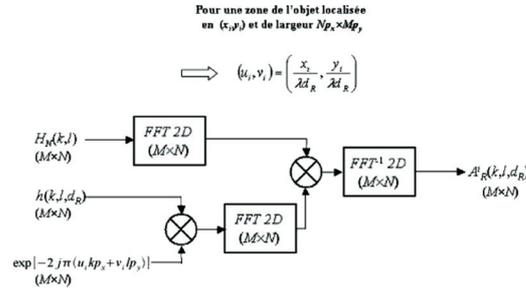


Figure 18 : Algorithme avec balayage spectral

L'architecture traduit les propriétés de la transformée de Fourier quant au décalage spectral induit par des modulations dans l'espace direct.

Pour reconstruire une région de l'objet centrée aux coordonnées (x_i, y_i) et d'étendue égale à la largeur du capteur $N p_x \times M p_y$, on calcule la fréquence spatiale centrale associée à la zone, soit $(u_i, v_i) = (x_i / \lambda d_R, y_i / \lambda d_R)$. Le filtre spectral associé à cette zone doit donc être centré dans le spectre de l'hologramme. Le centrage spectral s'effectue alors par modulation de la réponse impulsionnelle de l'espace libre en calculant numériquement

$$h_i(k, l, d_R) = h(k, l, d_R) \times \exp(-2j\pi(u_i k p_x + v_i l p_y))$$

Ainsi, la fonction de transfert associée à la réponse impulsionnelle modulée par la fréquence spatiale de la zone spectrale est :

$$\tilde{H}_i(u, v, d_R) = \tilde{H}(u - u_i, v - v_i, d_R)$$

Cette fonction de transfert, multipliée par le spectre de l'hologramme, ne conserve que la zone spectrale d'intérêt. On peut ainsi reconstruire par balayage avec le banc de filtres la totalité de l'objet.

Plus la taille de l'objet est grande par rapport à celle du capteur plus il faut calculer de filtres et plus la reconstruction est longue. Par ailleurs, l'image finale est obtenue par juxtaposition des morceaux adjacents reconstruits : la taille de l'image de l'objet est donc maintenant $n_y M \times n_x N$ pixels. Si le nombre de balayages impose une taille d'image finale supérieure à 4096×4096 pixels, la place mémoire occupée sera considérable ce qui limitera les possibilités de traiter numériquement les résultats obtenus.

j) Autres stratégies

Il existe d'autres stratégies de reconstruction basées sur l'équation de convolution. A partir de l'expression des réponses impulsionnelles et des fonctions de transfert associées [13], on distingue deux autres méthodes de reconstruction

- banc de filtres à partir de la forme exacte de $\tilde{H}(u, v, d_R)$ avec

$$\tilde{H}(u, v, d_R) = \begin{cases} \exp\left(\frac{2j\pi d_R}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2(u^2 + v^2)}\right) & \text{si } u^2 + v^2 \leq 1/\lambda^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- banc de filtres à partir de l'expression de $\tilde{H}(u, v, d_R)$ dans les approximations de Fresnel, avec

$$\tilde{H}(u, v, d_R) = \exp\left(\frac{2j\pi d_R}{\lambda}\right) \exp\left(-j\pi\lambda d_R(u^2 + v^2)\right)$$

Ces deux expressions sont à supports bornés pour la première et infini pour la seconde.

Compte tenu que les bandes spectrales sont finies en holographie numérique, ces deux expressions doivent être adaptées, d'une part, en limitant leurs étendues spectrales, d'autre part, en localisant ces fonctions de transfert en (u_i, v_i) .

Ainsi elles deviennent respectivement

$$\tilde{H}_i(u, v, d_R) = \begin{cases} \exp\left(\frac{2j\pi d_R}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \left((u - u_i)^2 + (v - v_i)^2 \right)}\right) \\ \text{si } |u - u_i| \leq \frac{N p_x}{2 \lambda d_R} \text{ et } |v - v_i| \leq \frac{M p_y}{2 \lambda d_R} \\ 0 \quad \text{sinon} \end{cases}$$

et

$$\tilde{H}_i(u, v, d_R) = \begin{cases} \exp\left(\frac{2j\pi d_R}{\lambda}\right) \exp\left(-j\pi\lambda d_R \left((u - u_i)^2 + (v - v_i)^2 \right)\right) \\ \text{si } |u - u_i| \leq \frac{N p_x}{2 \lambda d_R} \text{ et } |v - v_i| \leq \frac{M p_y}{2 \lambda d_R} \\ 0 \quad \text{sinon} \end{cases}$$

La figure 19 présente l'algorithme de reconstruction avec les fonctions de transfert.

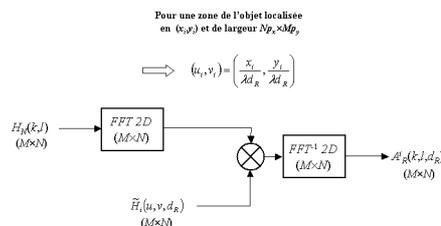


Figure 19 : Algorithme avec utilisation des fonctions de transfert

La méthode s'apparente à celle présentée dans le paragraphe précédent, les nombres de balayages et tailles finales de l'image sont donc identiques.

Les méthodes de reconstruction numérique par convolution sont actuellement utilisées en microscopie holographique numérique : imagerie par polarisation ou par contraste de phase [[14]] et en microscopie 3D [[16], [17]]. En effet, la reconstruction dans différents plans de mise au point n'est judicieuse que si le pas d'échantillonnage de l'image reste constant.

* *

*

Ce cours nous a permis de présenter les différentes techniques et éléments d'enregistrement d'un hologramme. Nous avons constaté qu'en **holographie « analogique »**, le principe de reconstruction du front d'onde objet suit une approche « physique » en utilisant le laser d'enregistrement.

En ce qui concerne la reconstruction par **holographie numérique**, il est nécessaire de simuler correctement la diffraction d'une onde de référence, plane généralement, sur l'hologramme discrétisé. Dans ce cas, la transformée de Fresnel peut être implémentée par calcul direct ou bien en simulant une convolution.

Des **approches basées sur les ondelettes** ont également été présentées dans la littérature [[18](#)] mais n'ont pas été évoquées dans le cadre de cours.

Depuis les années 1970, l'holographie « analogique » a fait l'objet d'un très grand nombre d'études et d'applications qui couvrent un vaste champ d'investigations : contrôle non destructif, étude de fluides, étude de particules, sciences du vivant, etc.. L'holographie est recherchée notamment pour son application à la mesure sans contact et non invasive [[19](#)]. Dans ce contexte, on cherche à comparer par voie interférométrique un hologramme de l'objet dans un état dit de référence avec un hologramme décrivant son état courant. Il apparaît possible d'étudier par cette méthode des structures soumises à des sollicitations pneumatiques, thermiques, mécaniques, en régime statique, stationnaire ou transitoire.

L'holographie permet une évaluation globale à la fois qualitative, par la simple visualisation des franges codant la déformation et quantitative par le dépouillement de ces franges.

Ces dernières années, l'holographie « numérique » de Fresnel s'est fortement développée et a été appliquée avec succès dans un grand nombre de domaines. En effet, des possibilités fascinantes ont été démontrées : imagerie à travers les milieux diffusants [[20](#)], holographie numérique couleur [[21](#)], mesure de profil de surface [[22](#)], mesure de paramètres de micro-composants [[23](#)], imagerie par synthèse d'ouverture [[24](#)], compensation des aberrations d'objectif [[25](#)], mesures mécaniques par multiplexage spatial [[26](#)]. Par ailleurs, l'essor de sources lasers pulsées à double impulsion hautes énergies, robustes et fiables, a permis des premières applications en mécanique vibratoire [[27](#)].

L'holographie numérique est également une technologie d'avenir pour la comparaison et la reconnaissance d'objets 3D comme en témoignent les travaux récents sur ce sujet [[28](#)] [[29](#)].

Etude de cas



Dispositif pour holographie numérique	49
Hologramme reconstruit numériquement	50
Effet du zéro-padding	52
Reconstruction par convolution	53

Cette étude de cas est destinée à illustrer le cours sur l'holographie en présentant des dispositifs expérimentaux et des images d'hologrammes reconstruits numériquement par transformée de Fresnel.

A. Dispositif pour holographie numérique

Le dispositif expérimental d'enregistrement de l'hologramme est un interféromètre de type Mach-Zehnder (figure 20).

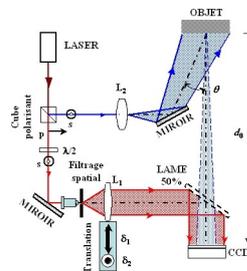


Figure 20 : Enregistrement d'un hologramme numérique en configuration « off axis »

Le faisceau laser est séparé en deux faisceaux au moyen d'un cube polarisant. Nous obtenons ainsi un faisceau objet et un faisceau référence issus de la même source monochromatique. La lame demi onde placée en sortie du laser permet d'ajuster les flux sur les faisceaux objet et référence. Le faisceau objet diverge au moyen de la lentille L_2 afin de pouvoir illuminer la totalité de l'objet. L'angle d'éclairage de l'objet est réglé via la rotation d'un miroir de renvoi selon deux degrés de liberté. Ensuite l'objet diffracte une onde vers le capteur de type CCD, après la traversée d'une lame séparatrice.

Par cet exemple, on constate qu'il n'est possible d'enregistrer que des hologrammes en transmission en holographie numérique.

Le faisceau référence est mis en forme par un système de filtrage spatial : le faisceau est focalisé par un objectif de microscope sur un trou microscopique (sténopé), les fréquences angulaires indésirables dues aux défauts de directivité et de distribution énergétique du faisceau sont supprimées. Ainsi, nous obtenons en sortie du sténopé une source considérée comme ponctuelle générant une onde sphérique. La source ponctuelle se situe à la distance focale d'une lentille L_1 convergente, ainsi après la traversée de la lentille, le

faisceau référence se retrouve spatialement étendu et collimaté. Le système composé du filtre spatial et de la lentille convergente L_1 constitue le système afocal permettant de générer l'onde plane de référence à partir du faisceau référence. L'onde référence est en partie réfléchi sur le capteur CCD par la lame séparatrice (50%).

L'onde de référence et l'onde objet se combinent et interfèrent sur le support CCD. L'interférogramme, constituant l'hologramme ainsi généré, est discrétisé par le capteur CCD puis enregistré. Le capteur code l'information sur 12 bits ce qui représente une dynamique de 4096 niveaux de gris.

La lentille L_1 permet la collimation du faisceau référence. Cette lentille remplit une autre fonction qui est le réglage fin des fréquences angulaires de l'onde de référence. Rappelons que d'après le théorème de Shannon, l'angle d'incidence maximum est de l'ordre de 4° . La lentille L_1 est montée sur des platines de translation à butées micrométriques. Comme le montre la figure 21, la translation existe selon deux degrés de liberté : en horizontal selon δ_1 et en vertical selon δ_2 . La translation de la lentille suivant les deux axes a pour but d'incliner l'onde de référence aux angles θ_x et θ_y , par rapport à la normale du plan de la lentille. Ainsi les fréquences spatiales de l'onde de référence sont données par :

$$u_R = \frac{\sin(\theta_x)}{\lambda} = \frac{\delta_1 / f_1}{\lambda \sqrt{1 + \delta_1^2 / f_1^2}} \quad v_R = \frac{\sin(\theta_y)}{\lambda} = \frac{\delta_2 / f_1}{\lambda \sqrt{1 + \delta_2^2 / f_1^2}}$$

La figure 21 illustre l'effet de la translation de la lentille.

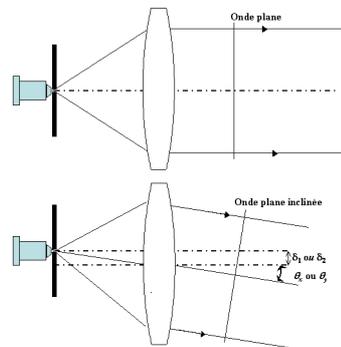


Figure 21 : Inclinaison de l'onde de référence

Le capteur CCD contient $(M \times N) = (1024 \times 1360)$ pixels chacun de taille $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$.

L'objet est une pièce de 2 euros placée à $d_0 = 660 \text{ mm}$ du capteur. Les fréquences spatiales sont ajustées à $u_R = -71,8 \text{ mm}^{-1}$ et $v_R = -62,65 \text{ mm}^{-1}$.

B. Hologramme reconstruit numériquement

L'hologramme de l'objet, enregistré par le capteur CCD est montré sur la figure 22. L'image enregistrée a un caractère aléatoire qui lui est donné par le champ de speckle produit par l'onde diffractée par l'objet.

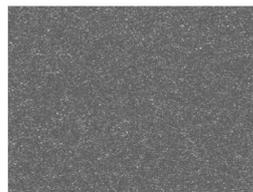


Figure 22 : Hologramme numérique enregistré

Lorsque l'on choisit $d_R = -660 \text{ mm}$ pour l'algorithme de reconstruction par transformée de Fresnel directe,

la mise au point numérique est sur l'ordre +1. L'amplitude du champ diffracté numériquement avec $K=L=2048$ points est montré sur la figure 23.

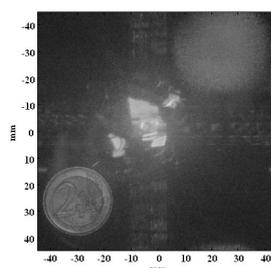


Figure 23 : Champ diffracté numériquement à $dR = -660$ mm

La résolution de l'image est $R_x=66,0 \mu\text{m}$ et $R_y=87,7 \mu\text{m}$ et le pas d'échantillonnage est $\Delta\xi=\Delta\eta=43,85 \mu\text{m}$. Le champ reconstruit couvre une étendue de $90,63 \times 90,63 \text{ mm}^2$. Compte tenu des éléments théoriques présentés dans le cours, l'ordre +1 est localisé aux coordonnées $(x_0, y_0) \approx (-30 \text{ mm}, +26,2 \text{ mm})$ ce qui correspond aux coordonnées pixels $(u_R K p_x, v_R L p_y) \approx (-683, +596)$.

Lorsqu'on impose, $d_R = +660$ mm la mise au point est effectuée sur l'ordre -1, le champ calculé ayant les mêmes étendues que précédemment. Ceci est illustré figure 24.

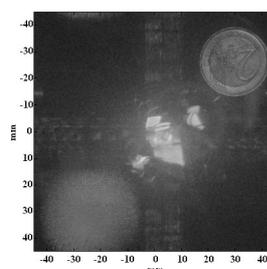


Figure 24 : Champ diffracté numériquement à $dR = +660$ mm

Compte tenu des propriétés de symétrie hermitienne de la transformée de Fourier, l'ordre -1 est retourné et localisé aux coordonnées $(x_0, y_0) \approx (+30 \text{ mm}, -26,2 \text{ mm})$, ce qui correspond aux coordonnées pixels $(u_R K p_x, v_R L p_y) \approx (+683, -596)$.

Si on choisit une distance de reconstruction différente de $|d_0|$, l'image sera floue.

L'animation de la figure 25 illustre la formation de l'image en fonction de la distance imposée dans l'algorithme de transformée de Fresnel.

Pour lancer l'animation : Cliquez sur l'outil loupe pour agrandir l'animation, puis cliquez sur le bouton "démarrer".

C. Effet du zéro-padding

Nous avons mentionné dans le cours la possibilité d'effectuer un zéro-padding et les conséquences qui en découlent. Cet aspect est illustré sur la figure 26 qui montre la zone du « 2 » de la pièce pour des reconstructions avec un nombre de points variable (512,1024,2048,4096).

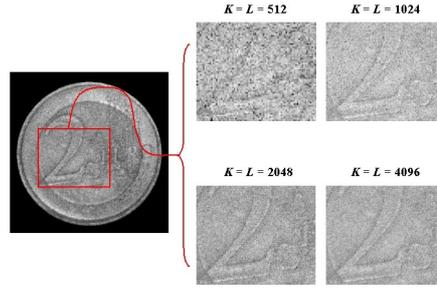


Figure 26 : Effet du zéro-padding

Lorsque $K=L=512$, on effectue une forte troncature de l'hologramme puisque le nombre de points conservés est très inférieur à la matrice initiale (1024×1360); dans ce cas, la résolution diminue puisque $R_x=R_y=\Delta\xi=\Delta\eta=175,42 \mu\text{m}$; l'image reconstruite apparaît très grossière. Lorsque $K=L=1024$, le nombre de points conservés est à peu près égal à celui fourni par le capteur (1024 contre 1360 en horizontal); l'échantillonnage de l'image correspond à la résolution intrinsèque donnée par la matrice de pixels, soit $R_x=R_y=\Delta\xi=\Delta\eta=87,7 \mu\text{m}$; l'image apparaît donc « pixelisée ».

Pour $K=L=2048$, le zéro-padding est effectif et l'échantillonnage du plan image est deux fois plus petit que la résolution; la fonction de résolution \tilde{W}_{NM} est donc échantillonnée avec une meilleure définition ce qui permet de mettre en évidence la texture fine de l'image et en particulier sa granularité speckle. Pour $K=L=4096$, l'échantillonnage du plan image est maintenant quatre fois plus petit que la résolution. On a $R_x=66,0 \mu\text{m}$ et $R_y=87,7 \mu\text{m}$ et le pas d'échantillonnage est $\Delta\xi=\Delta\eta=21,92 \mu\text{m}$. La définition du plan image est d'autant meilleure, mais la granularité speckle ne change pas pour autant de taille; elle est imposée par la résolution de la méthode et donc par la taille du capteur CCD.

D. Reconstruction par convolution

L'hologramme de la figure 22 a été utilisé pour la méthode de reconstruction par convolution.

La matrice de pixels couvre une étendue de $(N p_x \times M p_y) = (6,32 \times 4,76) \text{ mm}$. L'objet a un diamètre de 25 mm; le nombre de balayages spectraux est donc de $(n_x, n_y) = (4, 6)$ et le champ reconstruit par adjonction des zones contiendra $(L \times K) = (6144 \times 5440)$ pixels, ce qui est considérable! Le pas d'échantillonnage du champ reconstruit est celui du capteur $\Delta\xi = \Delta\eta = 4,65 \mu\text{m}$.

La composition spectrale de l'hologramme est donnée par sa transformée de Fourier. Compte tenu du modèle retenu dans le cours pour l'onde plane de référence, nous avons

$$\begin{aligned} \tilde{E}(u, v) &= \text{TF} [H(x, y, d_0)](u, v) \\ &= \tilde{O}_0(u, v) + \tilde{O}(u - u_R, v - v_R) + \tilde{O}^*(u + u_R, v + v_R) + a_R^2 \delta(u, v) \end{aligned}$$

où $\tilde{O}(u, v)$ est la transformée de Fourier de l'onde diffractée par l'objet et $\tilde{O}_0(u, v)$ est la transformée de Fourier de $|R|^2 + |O|^2$. Le spectre est donc trimodal et le contenu spectral correspondant à l'objet est localisé aux coordonnées fréquentielles (u_R, v_R) . Le banc de filtres pour la reconstruction de l'objet doit donc balayer la zone spectrale qui entoure la fréquence moyenne $(u_R; v_R) = (-71,8 \text{ mm}^{-1}; -62,65 \text{ mm}^{-1})$.

La figure 27 montre le spectre de l'hologramme.

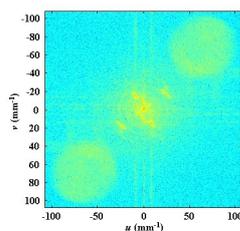


Figure 27 : Spectre de l'hologramme

La figure 28 montre le spectre de la réponse impulsionnelle exacte de l'espace libre qui est utilisée pour la reconstruction par convolution.

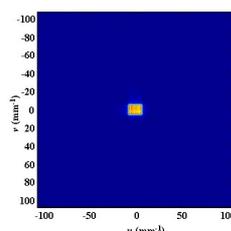


Figure 28 : Spectre de la fonction de transfert de l'espace libre

La bande passante de la fonction de transfert de l'espace libre est nettement insuffisante pour couvrir en une seule opération la bande passante utile de l'hologramme.

La figure 29 montre l'ordre +1 reconstruit par convolution en appliquant l'algorithme de la figure 18.



Figure 29 : Hologramme reconstruit par convolution

La figure 30 montre une comparaison entre l'objet reconstruit par zéro padding à 4096 points et l'objet reconstruit par convolution.



Figure 30 : Hologramme reconstruit par convolution

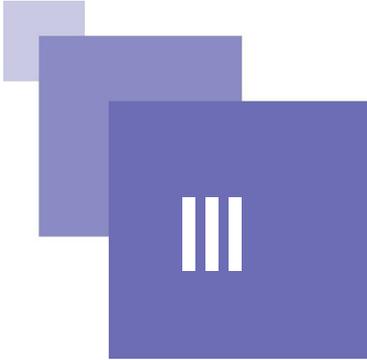
On constate que la méthode de convolution donne un résultat qui correspond à un zéro-padding de l'hologramme avec un format qui ne coïncide pas au nombre de points requis pour les algorithmes FFT.



Remarque

La méthode de convolution est bien adaptée pour des petits objets mais elle est en revanche déconseillée pour les objets beaucoup plus grands que la matrice de pixels car l'image finale contient un nombre de points considérables ce qui augmente les temps de calcul et rend délicat tout traitement numérique.

Exercice



La partie de cours sur l'holographie analogique a mis en évidence le processus de formation des images lorsque le faisceau laser de reconstruction est identique à celui de l'enregistrement. Nous avons vu que l'objet reconstruit était identique à celui enregistré.

Cependant, dans des situations pratiques il arrive souvent que le faisceau d'enregistrement ne soit pas celui utilisé pour la reconstruction. Ainsi, la longueur d'onde et le front d'onde de référence sont différents de ceux de l'enregistrement. Les propriétés des hologrammes et de la diffraction font que l'objet est visible avec une localisation différente et une taille différente de celles de l'objet initial. La partie exercice propose d'aborder ce point et on s'attachera ici à mettre en évidence les relations de conjugaison de l'holographie.

A. Exercice auto-correctif

Préliminaires

La géométrie du dispositif est décrite sur la figure 31, le repère étant celui de l'hologramme.

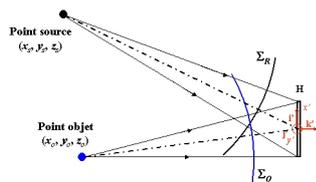


Figure 31 : Géométrie pour l'enregistrement

On considérera que le trou source est ponctuel, de longueur d'onde λ , localisé en (x_s, y_s, z_s) , et émet une onde sphérique divergente vers le plan de l'hologramme. L'objet sera considéré comme ponctuel et localisé en (x_o, y_o, z_o) .

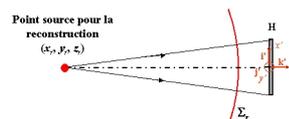


Figure 32 : Géométrie pour la reconstruction

Pour le processus physique de reconstruction, on considérera que le trou source produisant l'éclairage de l'hologramme est localisé en (x_r, y_r, z_r) et que sa longueur d'onde est λ_r , avec $\lambda_r \neq \lambda$.

Exercice

Question 1

[Solution n°1 p 37]

Exprimer l'amplitude complexe totale dans le plan de l'hologramme lors de l'enregistrement. En déduire l'expression de l'hologramme.

Question 2

[Solution n°2 p 37]

Exprimer la transmittance de l'hologramme pour l'ordre +1 et pour l'ordre -1.

Question 3

[Solution n°3 p 38]

Exprimer l'amplitude complexe issue de l'onde de reconstruction et incidente dans le plan de l'hologramme. En déduire les ondes transmises dans les ordres +1 et -1.

Question 4

[Solution n°4 p 38]

Déduire du résultat précédent que les ondes dans les ordres +1 et -1 sont également des ondes sphériques de longueur d'onde λ_r issues d'un point image de coordonnées (x_i, y_i, z_i) . En déduire les expressions de (x_i, y_i, z_i) , dans chaque ordre, en fonction de λ_r, λ , (x_s, y_s, z_s) , (x_o, y_o, z_o) et (x_r, y_r, z_r) .

Question 5

[Solution n°5 p 40]

A partir des expressions des coordonnées du point source, déterminer le grandissement axial g_z et les grandissements transversaux g_x et g_y , pour la relation objet-image de l'ordre +1.

Question 6

[Solution n°6 p 40]

Application numérique : on enregistre un objet situé en $(0, 0, -70 \text{ cm})$ avec un laser hélium -néon dont le trou source est localisé en $(40 \text{ cm}, 0, -100 \text{ cm})$. La reconstruction est effectuée avec un laser NdYAG doublé dont le trou source est localisé en $(-30 \text{ cm}, 0, -80 \text{ cm})$.

En déduire la position de l'image et le rapport des tailles objet/image.

Solution des exercices de TD

> Solution n°1 (exercice p. 36)

Compte tenu des notations retenues pour le cours, (z_s, z_o) étant négatifs sur la figure 31, le front d'onde de référence s'écrit

$$R(x', y') = a_R \exp\left(-\frac{j\pi}{\lambda z_s} [(x' - x_s)^2 + (y' - y_s)^2]\right)$$

Le front d'onde objet s'écrit

$$O(x', y') = a_O \exp\left(-\frac{j\pi}{\lambda z_o} [(x' - x_o)^2 + (y' - y_o)^2]\right)$$

Le champ total est égal à la somme des amplitudes, soit

$$U(x', y') = a_R \exp\left(-\frac{j\pi}{\lambda z_s} [(x' - x_s)^2 + (y' - y_s)^2]\right) + a_O \exp\left(-\frac{j\pi}{\lambda z_o} [(x' - x_o)^2 + (y' - y_o)^2]\right)$$

On en déduit l'expression de l'hologramme puisque $H(x', y') = |U(x', y')|^2$:

$$\begin{aligned} H(x', y') = & a_R^2 + a_O^2 + a_R a_O \exp\left(-\frac{j\pi}{\lambda z_s} [(x' - x_s)^2 + (y' - y_s)^2] + \frac{j\pi}{\lambda z_o} [(x' - x_o)^2 + (y' - y_o)^2]\right) \\ & + a_R a_O \exp\left(+\frac{j\pi}{\lambda z_s} [(x' - x_s)^2 + (y' - y_s)^2] - \frac{j\pi}{\lambda z_o} [(x' - x_o)^2 + (y' - y_o)^2]\right) \end{aligned}$$

> Solution n°2 (exercice p. 36)

Compte tenu que

$$t = t_0 - \beta \Delta t (R^* O + R O^*)$$

où Δt est le temps de pose et β est la sensibilité du support d'enregistrement, on a pour la transmission dans l'ordre +1 :

$$\begin{aligned} t_{+1} = & -\beta \Delta t R^* O \\ = & -\beta \Delta t a_R a_O \exp\left(+\frac{j\pi}{\lambda z_s} [(x' - x_s)^2 + (y' - y_s)^2] - \frac{j\pi}{\lambda z_o} [(x' - x_o)^2 + (y' - y_o)^2]\right) \end{aligned}$$

et pour la transmission dans l'ordre -1 :

$$\begin{aligned} t_{-1} &= -\beta \Delta t R O^* \\ &= -\beta \Delta t a_R a_O \exp\left(-\frac{j \pi}{\lambda z_s} [(x' - x_s)^2 + (y' - y_s)^2] + \frac{j \pi}{\lambda z_o} [(x' - x_o)^2 + (y' - y_o)^2]\right) \end{aligned}$$

> Solution n°3 (exercice p. 36)

Compte tenu de ce qui précède, nous avons pour l'onde de reconstruction

$$R_r(x', y') = a_r \exp\left(-\frac{j \pi}{\lambda_r z_r} [(x' - x_r)^2 + (y' - y_r)^2]\right)$$

Dans l'ordre +1, l'onde transmise est

$$\begin{aligned} A_R^{+1} &= R_r t_{+1} \\ &= -\beta \Delta t R^* O R_r \end{aligned}$$

soit

$$\begin{aligned} A_R^{+1}(x', y') \\ &= -\beta \Delta t a_R a_O a_r \exp\left(+\frac{j \pi}{\lambda z_s} [(x' - x_s)^2 + (y' - y_s)^2] - \frac{j \pi}{\lambda z_o} [(x' - x_o)^2 + (y' - y_o)^2] - \frac{j \pi}{\lambda_r z_r} [(x' - x_r)^2 + (y' - y_r)^2]\right) \end{aligned}$$

Dans l'ordre -1, l'onde transmise est

$$\begin{aligned} A_R^{-1} &= R_r t_{-1} \\ &= -\beta \Delta t R O^* R_r \end{aligned}$$

soit

$$\begin{aligned} A_R^{-1}(x', y') \\ &= -\beta \Delta t a_R a_O a_r \exp\left(-\frac{j \pi}{\lambda z_s} [(x' - x_s)^2 + (y' - y_s)^2] + \frac{j \pi}{\lambda z_o} [(x' - x_o)^2 + (y' - y_o)^2] - \frac{j \pi}{\lambda_r z_r} [(x' - x_r)^2 + (y' - y_r)^2]\right) \end{aligned}$$

> Solution n°4 (exercice p. 36)

D'après les résultats de la question 3, l'onde émergente est obtenue par le produit des ondelettes sphériques de référence, objet et de reconstruction. On peut donc en déduire que l'onde émergente est également une onde du même type.

Pour l'ordre +1, le point image devant être virtuel et l'onde divergente, elle peut s'écrire

$$A_R^{+1}(x', y') = a_R^{+1} \exp\left(-\frac{j \pi}{\lambda_r z_i} [(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2]\right)$$

et pour l'ordre -1, le point image devant être réel et l'onde convergente, on a

$$A_R^{+1}(x', y') = a_R^{-1} \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda_r z_i} [(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2]\right)$$

En développant les termes quadratiques des exponentielles complexes et en les identifiant à l'expression retenue pour A_R^{+1} et A_R^{-1} , nous obtenons :

- pour les coefficients des termes en (x'^2, y'^2) dans **l'ordre +1**

$$-\frac{\pi}{\lambda_r z_i} = +\frac{\pi}{\lambda z_s} - \frac{\pi}{\lambda z_o} - \frac{\pi}{\lambda_r z_r}$$

donnant la position axiale du point source duquel est issue l'onde diffractée,

$$\frac{1}{z_i} = -\frac{\lambda_r}{\lambda z_s} + \frac{\lambda_r}{\lambda z_o} + \frac{1}{z_r}$$

- pour les coefficients des termes en (x'^2, y'^2) dans **l'ordre -1**

$$\frac{\pi}{\lambda_r z_i} = -\frac{\pi}{\lambda z_s} + \frac{\pi}{\lambda z_o} - \frac{\pi}{\lambda_r z_r}$$

donnant la position axiale du point source duquel est issue l'onde diffractée

$$\frac{1}{z_i} = -\frac{\lambda_r}{\lambda z_s} + \frac{\lambda_r}{\lambda z_o} - \frac{1}{z_r}$$

- Pour les coefficients des termes en (x', y') dans **l'ordre +1**

$$\begin{aligned} -\frac{\pi x_i}{\lambda_r z_i} &= +\frac{\pi x_s}{\lambda z_s} - \frac{\pi x_o}{\lambda z_o} - \frac{\pi x_r}{\lambda_r z_r} \\ -\frac{\pi y_i}{\lambda_r z_i} &= +\frac{\pi y_s}{\lambda z_s} - \frac{\pi y_o}{\lambda z_o} - \frac{\pi y_r}{\lambda_r z_r} \end{aligned}$$

les coordonnées (x_i, y_i) du point source duquel est issue l'onde diffractée sont

$$\begin{aligned} x_i &= -\frac{x_s \lambda_r z_i}{\lambda z_s} + \frac{x_o \lambda_r z_i}{\lambda z_o} + \frac{x_r z_i}{z_r} \\ y_i &= -\frac{y_s \lambda_r z_i}{\lambda z_s} + \frac{y_o \lambda_r z_i}{\lambda z_o} + \frac{y_r z_i}{z_r} \end{aligned}$$

- Pour les coefficients des termes en (x', y') dans **l'ordre -1**

$$\begin{aligned} \frac{\pi x_i}{\lambda_r z_i} &= -\frac{\pi x_s}{\lambda z_s} + \frac{\pi x_o}{\lambda z_o} - \frac{\pi x_r}{\lambda_r z_r} \\ \frac{\pi y_i}{\lambda_r z_i} &= -\frac{\pi y_s}{\lambda z_s} + \frac{\pi y_o}{\lambda z_o} - \frac{\pi y_r}{\lambda_r z_r} \end{aligned}$$

les coordonnées (x_i, y_i) du point source duquel est issue l'onde diffractée sont

$$x_i = -\frac{x_s \lambda_r z_i}{\lambda z_s} + \frac{x_o \lambda_r z_i}{\lambda z_o} - \frac{x_r z_i}{z_r}$$

$$y_i = -\frac{y_s \lambda_r z_i}{\lambda z_s} + \frac{y_o \lambda_r z_i}{\lambda z_o} - \frac{y_r z_i}{z_r}$$

> Solution n°5 (exercice p. 36)

A toute variation de position de l'objet correspond une variation de position du point image, ainsi nous avons

$$g_x = \frac{\partial x_i}{\partial x_o} \quad g_y = \frac{\partial y_i}{\partial y_o} \quad g_z = \frac{\partial z_i}{\partial z_o}$$

On en déduit d'après les expressions précédentes

$$g_x = \frac{\partial x_i}{\partial x_o} = g_y = \frac{\partial y_i}{\partial y_o} = \frac{\lambda_r z_i}{\lambda z_o}$$

Pour le grandissement axial :

$$g_z = \frac{\partial}{\partial z_o} \left(-\frac{\lambda_r}{\lambda z_s} + \frac{\lambda_r}{\lambda z_o} + \frac{1}{z_r} \right)^{-1}$$

Le calcul donne

$$g_z = \frac{\lambda_r z_i^2}{\lambda z_o^2}$$

ce qui s'écrit aussi

$$g_z = \frac{\lambda}{\lambda_r} g_x^2$$

On retrouve un résultat classique d'optique géométrique où le grandissement axial est proportionnel au carré du grandissement transversal.

> Solution n°6 (exercice p. 36)

La géométrie de l'enregistrement est décrite figure 33.

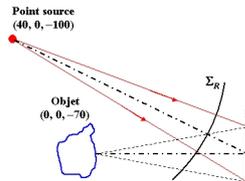


Figure 33 : Géométrie de l'enregistrement

Le calcul de la position axiale donne

$$z_i = \left(-\frac{532}{632,8 \times (-100)} + \frac{532}{632,8 \times (-70)} + \frac{1}{-80} \right)^{-1} = -61,10 \text{ cm}$$

Les positions transversales sont

$$x_i = -\frac{x_s \lambda_r z_i}{\lambda z_s} + \frac{x_o \lambda_r z_i}{\lambda z_o} + \frac{x_r z_i}{z_r} = -\frac{40 \times 532 \times (-61,1)}{632,8 \times (-100)} + \frac{0 \times 532 \times (-61,1)}{632,8 \times (-70)} + \frac{(-30) \times (-61,1)}{-80}$$

soit $x_i = -44,17 \text{ cm}$ et $y_i = 0 \text{ cm}$.

L'agrandissement transversal est

$$g_x = \frac{\lambda_r z_i}{\lambda z_o} = \frac{532 \times (-61,1)}{632,8 \times (-70)} = 0,745$$

L'objet reconstruit est donc plus proche de l'hologramme et environ 25% plus petit que l'objet réel. Il est situé sur la gauche de l'objet réel.

La figure 34 illustre la reconstruction de l'image virtuelle.

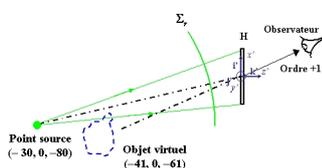


Figure 34 : Image virtuelle reconstruite

Bibliographie



[1] A New Microscopic Principle

Gabor D., A New Microscopic Principle (p.pp 777-778), Nature, 1948--, n° Vol. 161, .

[2] Reconstructed Wavefront and Communication Theory

Leith E.N., Upatnieks J., Reconstructed Wavefront and Communication Theory, Journal of the Optical Society of America, 1962--.

[3] Reconstruction of a Hologram With a Computer

Kronrod M.A., Merzlyakov N.S., Yaroslavskii L.P., Reconstruction of a Hologram With a Computer (p.pp 333-334), Soviet Physics Technical Physics, 1972--, n° Vol. 17, .

[4] Direct Recording of Holograms by a CCD Target and Numerical Reconstruction

Schnars U., Jüptner W., Direct Recording of Holograms by a CCD Target and Numerical Reconstruction (p.pp 179-181), Applied Optics, 1994--, Vol. 33, n° N°2, .

[5] Photographic Reconstruction of the Optical Properties of an Object in its Own Scattered Radiation Field

Denisyuk Y.N., Photographic Reconstruction of the Optical Properties of an Object in its Own Scattered Radiation Field (p.pp 1275-1279), Doklady Akademii Nauk SSSR, 1962--, n° Vol. 144, .

[6] Holographie Industrielle

Smigielski Paul, Holographie Industrielle, *Teknia*, Toulouse, 1994.

[7] Holographic Interferometry – Principles and Methods

Kreis Thomas, Holographic Interferometry – Principles and Methods, *Akademie Verlag*, Berlin, 1996.

[8] A Quarter Century of Thermoplastic Holography

Parker R.J., A Quarter Century of Thermoplastic Holography (p.224-271), International Conference on Hologram Interferometry and Speckle Metrology, K. Stetson, R. Pryputniewicz (1990), .

[9] Real Time Metrology With BSO Cristals

Tiziani H.J., Real Time Metrology With BSO Cristals (p.pp 463-470), Optica Acta, 1982--, n° Vol. 29, .

[10]

<http://www.optrion-tech.com> (consultation - - 2006).

[11] Wavefront Reconstruction With Diffused Illumination and Three-Dimensional Objects

Leith E.N., Upatnieks J., Wavefront Reconstruction With Diffused Illumination and Three-Dimensional Objects (p.pp 1295-130), Journal of the Optical Society of America, 1964--, Vol. 54, n° N°11, .

[12] Methods of Digital Holography : a Comparison

Kreis Th., Adams M., Jüptner W., Methods of Digital Holography : a Comparison (p.Vol. 3098), Proceedings SPIE (1997) éditeur: C. Gorecki, Optical Inspection and Micromasurements II, .

[13] Introduction to Fourier Optics

Goodman Joseph, Introduction to Fourier Optics, *McGraw-Hill*, New York, 1996.

[14] Digital Holography for Quantitative Phase Contrast Imaging

Cuche E., Bevilacqua F., Depeursinge C., Digital Holography for Quantitative Phase Contrast Imaging (p.pp 291-293), *Optics Letters*, 1999--, Vol. 24, n° N°5, .

[15] Phase Shifting Digital Holography

Yamaguchi I., Zhang T., Phase Shifting Digital Holography (p.pp 1268-1270), *Optics Letters*, 1997--, Vol. 22, n° N°16, .

[16] Image Formation in Phase Shifting Digital Holography and Application to Microscopy

Yamaguchi I., Kato J., Ohta S., Mizuno J., Image Formation in Phase Shifting Digital Holography and Application to Microscopy (p.pp 6177-6186), *Applied Optics*, 2001--, Vol. 40, n° N°34, .

[17] Short-Coherence Digital Microscopy by Use of a Lensless Holographic Imaging System

Pedrini G., Tiziani H.J., Short-Coherence Digital Microscopy by Use of a Lensless Holographic Imaging System (p.pp 4489-4496), *Applied Optics*, 2002--, Vol. 41, n° N°22, .

[18] Diffraction From a Wavelet Point of View

Onural L., Diffraction From a Wavelet Point of View (p.pp 846-848), *Optics Letters*, 1993--, Vol. 18, n° N°11, .

[19] Holographic Interferometry

West C.M., Holographic Interferometry, *John Wiley & Sons*, New York, 1979.

[20] Numerical Heterodyne Holography With Two-Dimensional Photodetector Arrays

Le Clerc F., Collot L., Gross M., Numerical Heterodyne Holography With Two-Dimensional Photodetector Arrays (p.pp 716-718), *Optics Letters*, 2000--, Vol. 25, n° N°10, .

[21] Phase Shifting Color Digital Holography

Yamaguchi I., Matsumura T., Kato J., Phase Shifting Color Digital Holography (p.pp 1108-1110), *Optics Letters*, 2002--, Vol. 27, n° N°13, .

[22] Surface Shape Measurement by Phase Shifting Digital Holography

Yamaguchi I., Kato J., Ohta S., Surface Shape Measurement by Phase Shifting Digital Holography (p.pp 85-89), *Optical Review*, 2001--, Vol. 8, n° N°2, .

[23] The Determination of Material Parameters of Microcomponents Using Digital Holography

Seebacher S., Osten W., Baumbach T., Juptner W., The Determination of Material Parameters of Microcomponents Using Digital Holography (p.pp 103-126), *Optics and Lasers in Engineering*, 2001--, Vol. 36, n° N°2, .

[24] Short-Range Synthetic Aperture Imaging at 633nm by Digital Holography

Binet R., Colineau J., Lehureau J.C., Short-Range Synthetic Aperture Imaging at 633nm by Digital Holography (p.pp 4775-4782), *Applied Optics*, 2002--, Vol. 41, n° N°23, .

[25] Compensation of Lens Aberration in Digital Holography

Stadelmaier A., Massig J.H., Compensation of Lens Aberration in Digital Holography (p.pp 1630-1632), *Optics Letters*, 2000--, Vol. 25, n° N°22, .

[26] Twin Sensitivity Measurement by Spatial Multiplexing of Digitally Recorded Holograms

Picart P., Moisson E., Mounier D., Twin Sensitivity Measurement by Spatial Multiplexing of Digitally Recorded Holograms (p.pp 1947-1957), *Applied Optics*, 2003--, Vol. 42, n° N°11, .

[27] Digital Double Pulse Holographic Interferometry Using Fresnel and Image Plane Holograms

Pedrini G., Tiziani H.J., Digital Double Pulse Holographic Interferometry Using Fresnel and Image Plane Holograms (p.pp 251-260), Measurement, 1995--, Vol. 18, .

[28] Three-Dimensional Object Recognition by Use of Digital Holography

Javidi B., Tajahuerce E., Three-Dimensional Object Recognition by Use of Digital Holography (p.pp 610-612), Optics Letters, 2000--, Vol. 25, n° N°9, .

[29] Comparative Digital Holography

Osten W., Baumbach T., Juptner W., Comparative Digital Holography (p.pp 1764-1766), Optics Letters, 2002--, Vol. 27, n° N°20, .