

Dispositifs interférentiels

PASCAL PICART - JOËLLE SURREL

Table des matières

I. Présentation	3
II. Cours	4
1. Interféromètres à division de front d'onde.....	4
1.1. <i>Trous ou fentes d'Young</i>	4
1.2. <i>Miroirs de Fresnel</i>	6
1.3. <i>Miroir de Lloyd</i>	7
1.4. <i>Bilenteille de Billet</i>	8
2. Interféromètres à division d'amplitude.....	9
2.1. <i>Lame de verre</i>	9
2.2. <i>Coin de verre</i>	14
2.3. <i>Interféromètre de Michelson</i>	15
2.4. <i>Interféromètre de Mach-Zehnder</i>	18
2.5. <i>Interféromètre de Fizeau</i>	19
2.6. <i>Interféromètre de Sagnac</i>	20
3. Cas des interféromètres à ondes multiples.....	22
3.1. <i>Interféromètre à ondes multiples</i>	22
3.2. <i>Interféromètres différentiels</i>	28
III. Etude de cas	31
1. Interféromètre de Twyman-Green.....	31
1.1. <i>Aberration du composant optique</i>	32
1.2. <i>Contribution des deux miroirs</i>	32
1.3. <i>Expression générale de l'interférogramme</i>	33
1.4. <i>Interférogramme avec système optique parfait</i>	33
1.5. <i>Interférogramme avec aberration sphérique du 3ème ordre</i>	34
1.6. <i>Interférogramme avec aberration de coma du 3ème ordre</i>	36
1.7. <i>Interférogramme avec aberration d'astigmatisme du 3ème ordre</i>	39
2. Spectrométrie par transformée de Fourier.....	45
3. Spectromètre de Fabry-Pérot.....	51
IV. Exercices	58
1. Question 1 : texte à compléter.....	58
2. Question 2 : Principe du vélocimètre laser.....	58
3. Question 3 : Mesure de la vitesse.....	59
Solution des exercices	62
Bibliographie	65
Webographie	66

I.Présentation

Module :

Interférences et Diffraction

Auteur(s) :

Pascal PICART¹&Joëlle SURREL² - ENSIM - Le Mans Université & IUT Saint-Étienne

Résumé :

Le cours propose la description et l'analyse des dispositifs interférentiels basés sur la division d'amplitude et la division de front d'onde. L'étude de cas aborde différents aspects applicatifs des interféromètre : contrôle de systèmes optique par interférométrie Twyman-Green, Spectroscopie par transformée de Fourier, spectrométrie par Fabry-Pérot confocal à balayage. La partie exercice traite du principe d'un vélocimètre laser Doppler.

Mots-clés :

interférences, interféromètres, interféromètre de Michelson, interféromètre de Fizeau, interféromètre de Twyman-Green, interféromètre de Sagnac, interféromètre de Fabry-Pérot, vélocimétrie laser Doppler

Pré-requis :

Nombres complexes, ondes, interférences, transformée de Fourier

Objectif(s) pédagogique(s) :

Connaître les principes des différents interféromètres à division de front d'onde et à division d'amplitude,

Savoir analyser le fonctionnement d'un interféromètre,

Connaître les principes de contrôle de systèmes optiques par l'interférométrie, le principe de la spectroscopie par transformée de Fourier et la spectrométrie par interféromètre de Fabry-Pérot confocal.

Plan du cours :

- Introduction
- Interféromètres à division de front d'onde
- Interféromètres à division d'amplitude
- Cas des interféromètres à ondes multiples

Conception & production :

PRN - Le Mans Université

Licence :

Licence GNU³

1 - pascal.picart@univ-lemans.fr

2 - joelle.surrel@univ-st-etienne.fr

3 - <http://www.gnu.org/licenses/fdl.txt>

II.Cours

Les dispositifs interférométriques provoquent des interférences entre deux ou plusieurs ondes. On distingue classiquement deux familles d'interféromètres. La première famille concerne les dispositifs à **division du front d'onde** : un front d'onde primaire est divisé en deux faisceaux **spatialement différents** qui suivent des chemins différents avant d'être recombinaés et produire des interférences. Par exemple, le dispositif des trous d'Young entre dans cette catégorie. La seconde famille concerne les dispositifs à **division d'amplitude** : un front d'onde primaire est divisé en deux faisceaux **spatialement identiques** qui suivent des chemins différents avant d'être recombinaés et produire des interférences. L'interféromètre de Michelson entre dans cette catégorie.

Les paragraphes suivants présentent les dispositifs des deux catégories. On abordera dans l'étude de cas la description d'un interféromètre de Twyman-Green et le principe de la spectroscopie par transformée de Fourier et à l'aide d'un interféromètre de Fabry-Pérot. La partie exercice se focalisera sur le principe d'un vélocimètre laser doppler.

1. Interféromètres à division de front d'onde

1.1. Trous ou fentes d'Young

Ce dispositif a été amplement décrit dans le premier cours traitant des interférences et intitulé « **Interférences : Fondamentaux** ». Le lecteur est invité à se rapporter à ce cours. On se contente de rappeler que le système utilise une source primaire et deux sources secondaires qui sont soit des trous de tailles microscopiques soit des fentes fines (voir figure 1) [[Optique Instrumentale et Optique de Fourier]].

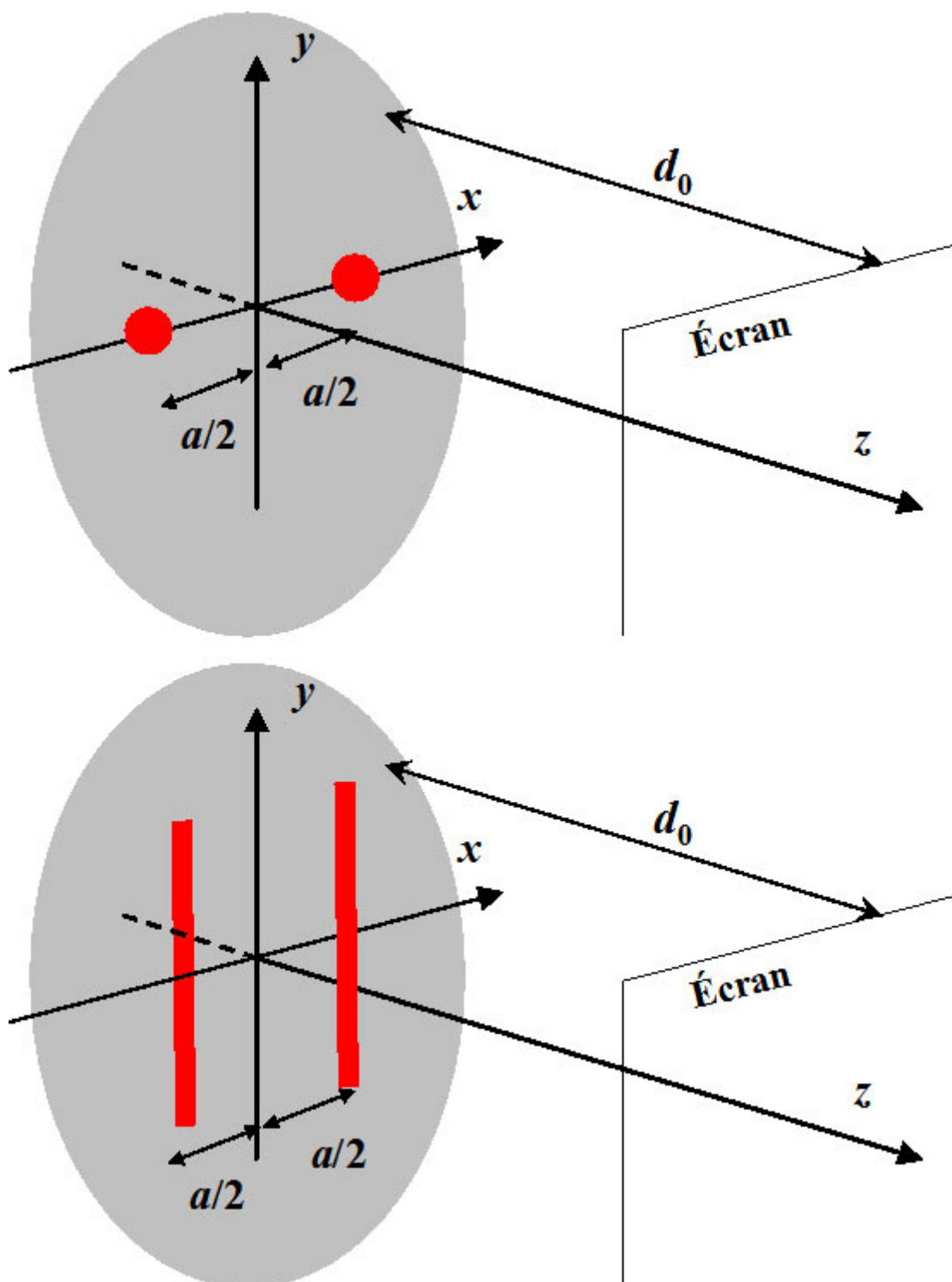


Figure 1 : Dispositif des trous (haut) et des fentes (bas) d'Young

Remarque

Le front d'onde émis par la source primaire est découpé en deux fronts d'ondes secondaires distincts par les trous ou fentes qui se comportent comme des sources secondaires. En toute rigueur, les trous ou fentes étant très étroits, la lumière diffracte vers l'écran et on observe alors les interférences entre les deux figures de diffraction des sources secondaires.

1.2. Miroirs de Fresnel

Ce dispositif utilise une source primaire associée à deux miroirs plans réfléchissants faisant un léger angle α entre leurs plans. La source est située à la distance R de l'arrête des miroirs. Chaque miroir donne une image virtuelle de la source primaire et ces deux images se comportent comme des sources secondaires. Dans la zone d'intersection des deux faisceaux on observe des interférences. La figure 2 présente le dispositif des miroirs de Fresnel.

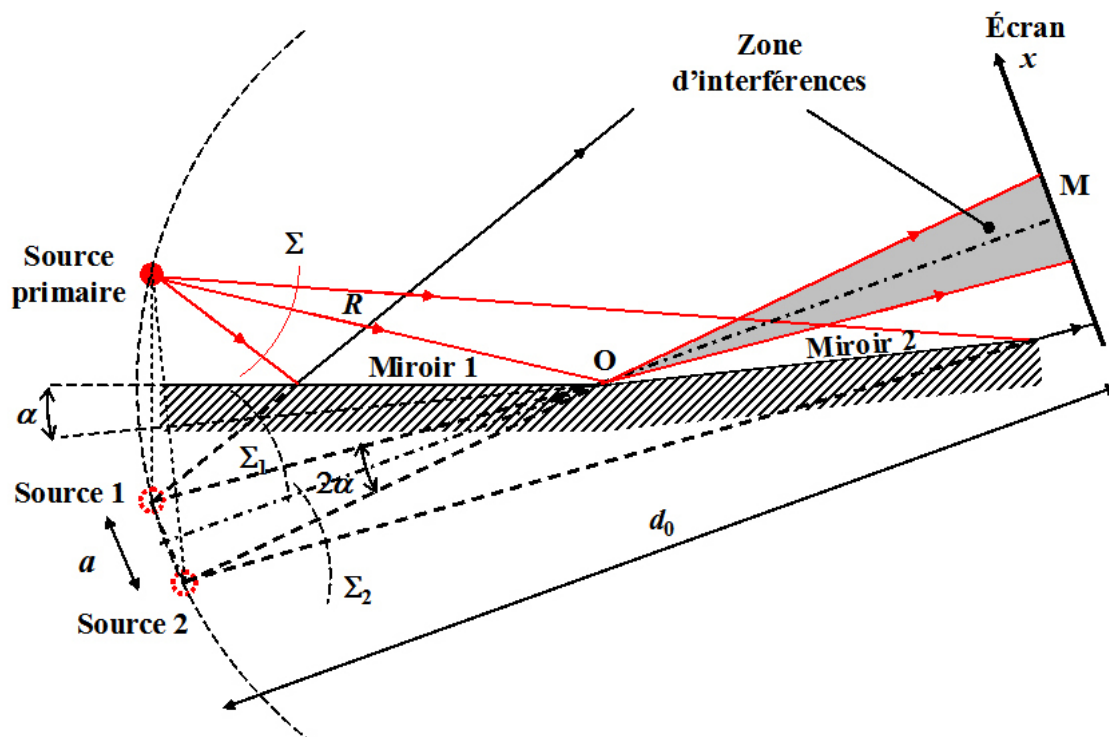


Figure 2 : Miroirs de Fresnel

On démontre géométriquement que les sources secondaires sont situées sur un cercle de centre O et de rayon R . L'écran est placé à la distance d_0 des sources secondaires, parallèlement au plan des sources. Les sources secondaires sont distantes de la quantité a . On constate que nous avons à traiter les interférences entre deux fronts d'ondes sphériques émis par les deux sources secondaires. En tout point $M(x, y, d_0)$, les interférences s'écrivent

$$I(x, y, d_0) = 2A^2 \left(1 + \cos(\varphi(x, y, d_0)) \right)$$

et dans le cas de l'approximation parabolique où $d_0 \gg a$,

$$\varphi(x, y, d_0) \simeq \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{d_0}$$

Comme l'angle α est petit, nous avons dans le triangle (O, S_1, S_2) :

$$2\alpha \simeq \frac{a}{R} \text{ soit } a \simeq 2\alpha R$$

Il vient donc :

$$\varphi(x, y, d_0) \simeq \frac{2\pi}{\lambda} \frac{2\alpha R x}{d_0}$$

et l'interfrange est :

$$i = \frac{\lambda d_0}{2\alpha R}$$

Remarque

Pour déterminer la forme géométrique des franges, on recherche le lieux des points pour lesquels la phase est constante, ce qui entraîne $x = Cte$, les autres grandeurs étant fixées par la géométrie du montage. Les franges sont verticales, perpendiculaires au plan de figure, régulièrement espacées de l'interfrange i .

1.3. Miroir de Lloyd

Ce dispositif utilise une source primaire associée à un miroir et un écran placé perpendiculairement au plan du miroir. La figure 3 présente le dispositif du miroir de Lloyd.

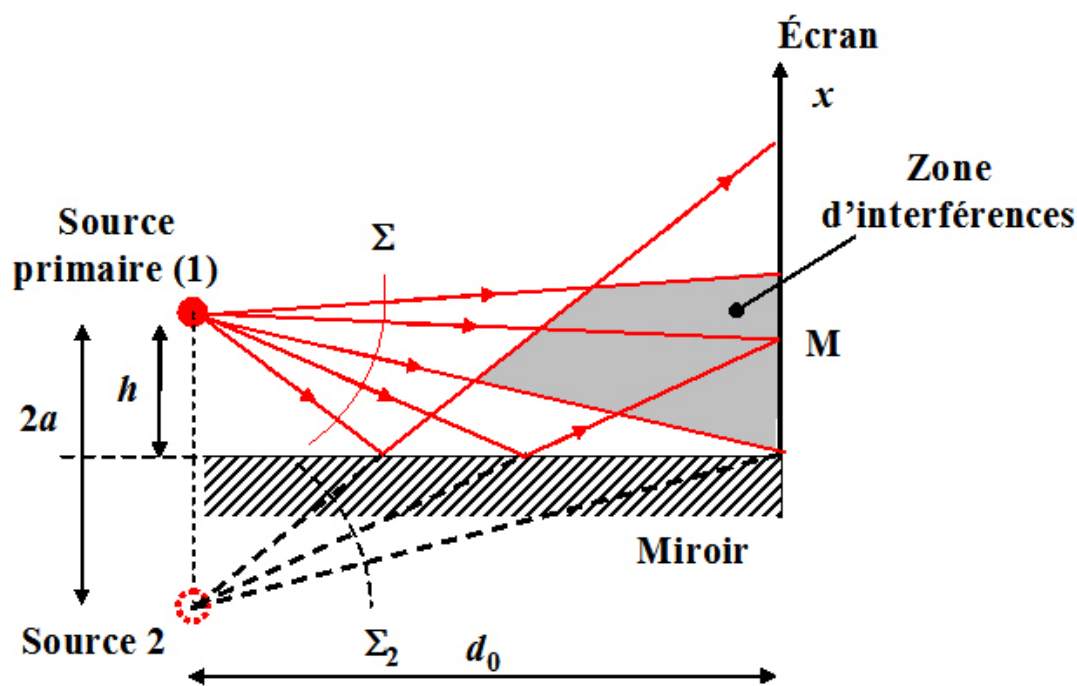


Figure 3 : Miroir de Lloyd

La source secondaire, image de la source primaire donnée par le miroir, est située symétriquement au plan du miroir. Les deux sources sont donc la source primaire et son image à travers le miroir. La source primaire étant située à la hauteur h du plan du miroir, la distance entre les deux sources est donc $a = 2h$. L'écran est placé à la distance d_0 des deux sources, perpendiculairement au plan du miroir. Comme précédemment, nous avons à traiter les interférences entre deux fronts d'ondes sphériques émis par deux sources de même amplitude.

Remarque

Si le miroir réfléchit 100% de la lumière, en tout point $M(x, y, d_0)$, les interférences s'écrivent :

$$I(x, y, d_0) = 2A^2 \left(1 + \cos(\varphi(x, y, d_0)) \right)$$

et dans le cas où $d_0 \gg a$:

$$\varphi(x, y, d_0) \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{d_0}$$

et l'interfrange est :

$$i = \frac{\lambda d_0}{2h}$$

Pour déterminer la forme géométrique des franges, on recherche le lieu des points pour lesquels la phase est constante, ce qui entraîne $x = Cte$, les autres grandeurs étant fixées par la géométrie du montage. Les franges sont verticales, perpendiculaires au plan de figure, régulièrement espacées de l'interfrange i .

1.4. Bilentille de Billet

Ce dispositif utilise une source primaire associée à une lentille découpée selon son diamètre en deux demi-lentilles, et un écran placé perpendiculairement à l'axe optique de la bilentille. La figure 4 présente le dispositif de la bilentille de Billet.

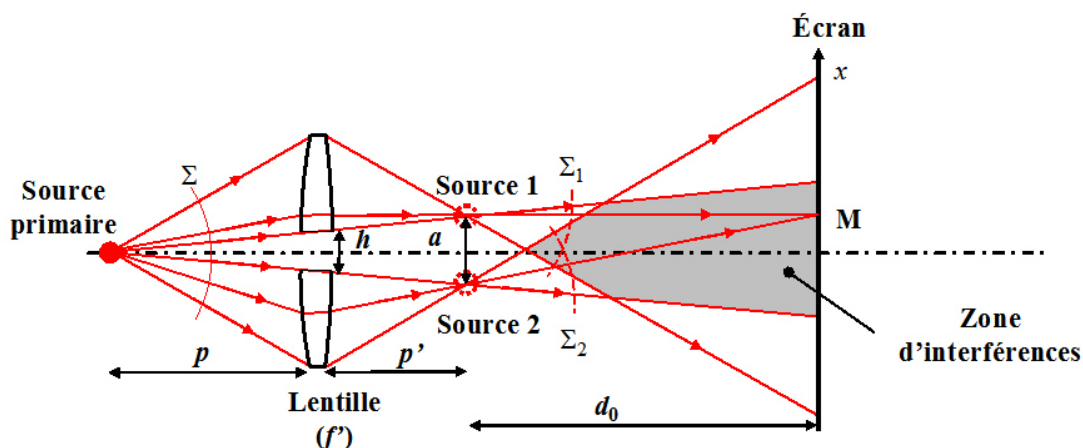


Figure 4 : Bilentille de Billet

Chaque demi-lentille donne sa propre image de la source primaire. Chaque image constitue donc une source secondaire. L'écran est placé à la distance d_0 des sources secondaires, soit à la distance $p' + d_0$ de la bilentille. Si la bilentille est écartée de la quantité h et la source primaire placée à la distance p , alors les sources secondaires sont situées à la distance p' telle que :

$$p' = \frac{p f'}{p + f'}$$

et elles sont écartées de la quantité a telle que :

$$a = h \frac{p'}{p}$$

Comme précédemment, nous observons les interférences entre deux fronts d'ondes sphériques émis par deux sources de même amplitude et en tout point $M(x, y, d_0)$, les interférences s'écrivent

$$I(x, y, d_0) = 2A^2 \left(1 + \cos(\varphi(x, y, d_0)) \right)$$

et dans le cas où $d_0 \gg a$:

$$\varphi(x, y, d_0) \simeq \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{d_0} = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{hp'x}{pd_0}$$

et l'interfrange est :

$$i = \frac{\lambda d_0 p}{h p'}$$

Attention

L'interfrange est constante suivant la direction x et les franges sont verticales, perpendiculaires au plan de figure.

2. Interféromètres à division d'amplitude

Pour ces systèmes, l'élargissement de la source permet d'avoir des systèmes plus lumineux que dans le cas des interféromètres à division de front d'onde mais les franges d'interférences sont localisées.

2.1. lame de verre

Le système interférométrique à division de front d'onde le plus simple est donné par une lame de verre ou un coin de verre observé en réflexion. Ce paragraphe est fortement inspiré du Chapitre 6 de la référence [[Optique Instrumentale et Optique de Fourier]].

Lors de la réflexion sur un dioptre du type air-verre, environ 4% de l'énergie lumineuse est réfléchi. La lumière ainsi réfléchi ou transmise peut être à l'origine d'un phénomène d'interférences. Dans ce paragraphe on ne considèrera que les interférences par réflexion, le cas de la transmission étant similaire. Une source étendue et monochromatique située dans l'air éclaire une lame à faces parallèles d'indice n_1 , d'épaisseur e (figure 5) posée sur un troisième milieu d'indice n_2 . La source étant étendue on recherche la zone de localisation des franges d'interférences.

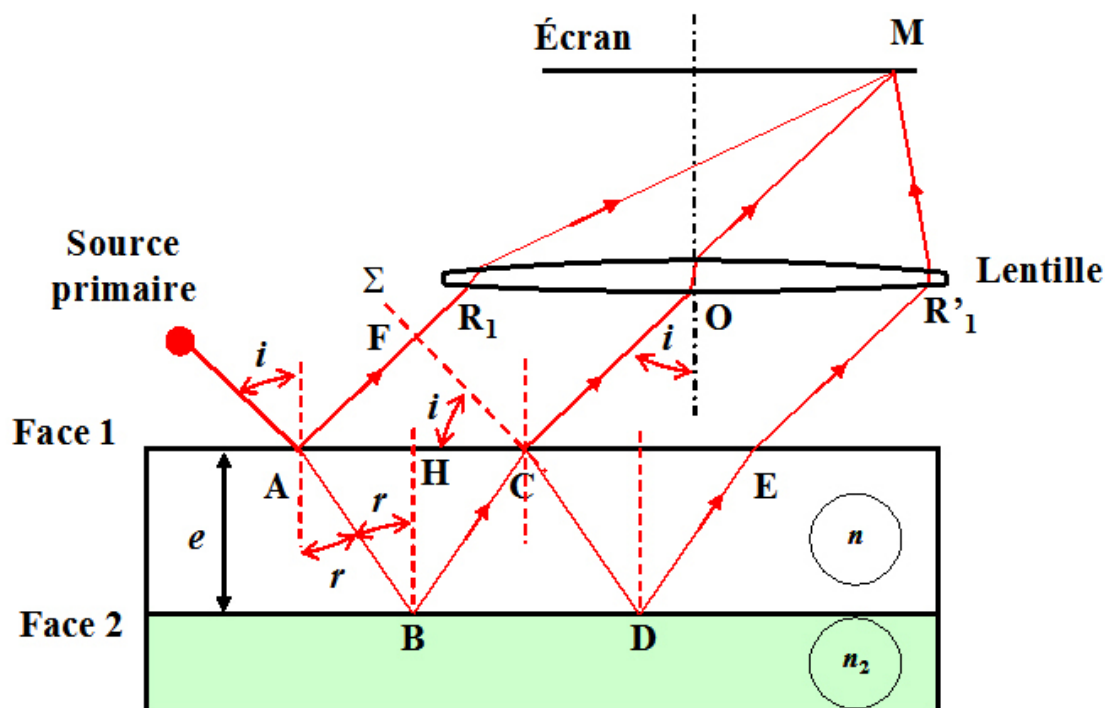


Figure 5 : lame de verre

Le rayon incident SA issu de la source primaire S se réfléchit partiellement en A suivant la direction AR_1 tandis qu'une partie du rayon réfracté AB est réfléchié suivant BC puis réfracté à nouveau dans la direction CO . Les contributions du rayon ER'_1 et des suivants sont négligées car l'énergie lumineuse de ces rayons décroît très rapidement. En effet si l'énergie lumineuse est de 4% pour le premier rayon réfléchi AR_1 , elle n'est plus que de 0,0059 % pour le troisième rayon ER'_1 . Les deux rayons AR_1 et CO issus du même rayon incident SA , émergent parallèlement entre eux, ils « **interfèrent à l'infini** ». Si un écran est situé dans le plan focal image d'une lentille convergente les rayons émergents de la lentille se croisent en M , la figure d'interférences est alors projetée sur l'écran.

Comme dans le cas des fentes d'Young, on peut exprimer la différence de marche δ en fonction des caractéristiques du dispositif interférentiel, c'est à dire de la lame, ainsi que la forme géométrique des franges d'interférences.

Le rayon incident SA donne deux rayons réfléchis AR_1 et CO . Au-delà des points C et F les deux rayons réfléchis parcourent le même chemin optique. En revanche, entre A et FC le rayon AR_1 parcourt la distance AF dans l'air et le rayon CO parcourt le chemin ABC dans le milieu d'indice n . La différence de chemin optique entre ces deux rayons AR_1 et CO est égale à :

$$[ABC] - [AF] = n(AB + BC) - AF$$

Considérons le triangle AFC :

$$\sin(i) = \frac{AF}{AC}$$

d'où :

$$AF = AC \sin(i)$$

Soit en appliquant la loi de Descartes pour la réfraction en A :

$$AF = n AC \sin(r)$$

Pour le triangle ABH nous avons les deux relations trigonométriques suivantes :

$$\tan(r) = \frac{AH}{e} = \frac{AC}{2e}$$

soit :

$$AC = 2e \tan(r)$$

et :

$$\cos(r) = \frac{e}{AB}$$

soit :

$$AB = \frac{e}{\cos(r)} = BC$$

En remplaçant AB , BC et AF par leurs expressions en fonction de n , e et r dans la première équation :

$$[ABC] - [AF] = \frac{2ne}{\cos(r)} - 2ne \tan(r) \sin(r) = 2ne \frac{1 - \sin^2(r)}{\cos(r)} = 2ne \cos(r)$$

Deux cas sont à considérer :

- si les indices sont tels que :

$$1 < n < n_2$$

les deux réflexions en A et en B sont du même type, c'est à dire qu'à chaque fois la réflexion a lieu d'un milieu moins réfringent sur un milieu plus réfringent. La différence de marche δ est alors égale à la différence de chemin optique :

$$\delta = 2ne \cos(r)$$

- si les indices sont tels que :

$$1 < n \text{ et } n > n_2$$

Les réflexions ne sont pas du même type, on admettra qu'il faut dans ce cas ajouter $\lambda/2$ à la différence de chemin optique pour obtenir la différence de marche δ [[Optique Instrumentale et Optique de Fourier]] :

$$\delta = 2ne \cos(r) + \frac{\lambda}{2}$$

L'ensemble des points pour lesquels la différence de marche est la même sont dans le même état d'interférence. L'aspect géométrique des franges d'interférences est donné par la recherche des conditions pour lesquelles $\delta = Cste$.

Dans le cas des franges lumineuses, les interférences sont constructives, la différence de marche δ est égal à un nombre entier de fois la longueur d'onde (voir le cours « **Interférences : Fondamentaux** »^① :

$$\delta = 2ne \cos(r) = k \lambda$$

Pour un dispositif donné, la longueur d'onde, l'indice et l'épaisseur de la lame sont des constantes, les points dans le même état d'interférence vérifient :

$$\cos(r) = Cste$$

Les angles de réfraction r et d'incidence i étant relié par la loi de Descartes, ceci conduit à $i = Cste$. L'observation de la figure d'interférences sur un écran E situé dans le plan focal image de la lentille montre des anneaux concentriques alternativement brillants et sombres (figure 6).

Attention

Tous les rayons émergents qui interfèrent au niveau d'un même anneau correspondent à des rayons incidents ayant le même angle d'incidence. Ces franges d'interférences sont appelées « **anneaux d'égal inclinaison** ».

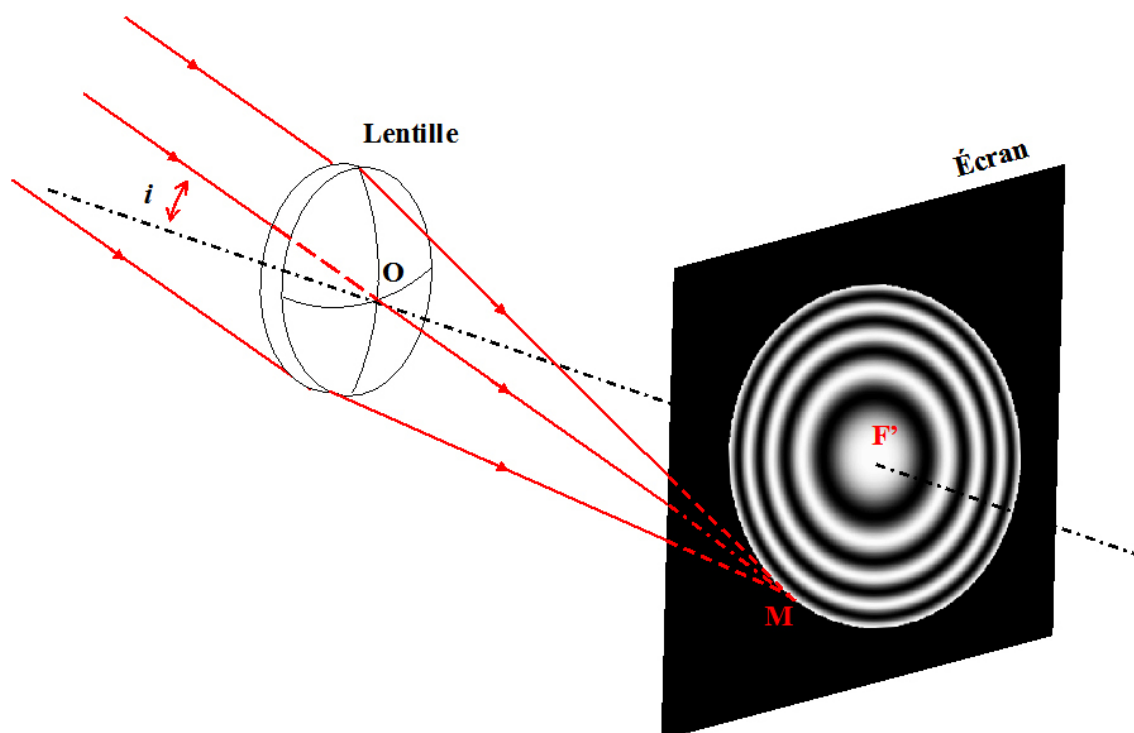


Figure 6 : Anneaux d'égal inclinaison

On s'intéresse maintenant aux rayons angulaires r des anneaux d'égal inclinaison pour une épaisseur e de la lame. On se place dans le cas où le centre des anneaux est brillant. Au centre, la différence de marche notée δ_0 correspond à un angle de réfraction r nul, elle est égal à un nombre impair de fois la demi longueur d'onde :

$$\delta_0 = 2ne = k \lambda$$

dans le cas où : $1 < n$ et $n > n_2$

Pour les anneaux périphériques noirs, r augmente, la différence de marche δ est inférieure à δ_0 et :

$$\delta = 2ne \cos(r) = k' \lambda$$

L'écart de la différence de marche entre un anneau noir périphérique d'ordre k' et l'anneau central est égal à :

$$\delta_0 - \delta = 2ne(1 - \cos(r)) = (k - k') \lambda$$

et avec un développement limité du cosinus pour les petits angles r :

$$\delta_0 - \delta \approx ne r^2 = (k - k') \lambda = K \lambda$$

d'où :

$$r_K = \sqrt{\frac{K \lambda}{ne}}$$

La loi de Descartes appliquée aux petits angles permet d'en déduire l'angle d'incidence i_K :

$$i_K = nr_K = \sqrt{\frac{nK \lambda}{e}}$$

Remarque

Les rayons angulaires des anneaux correspondant au même état d'interférences que le centre varient comme la racine carrée des entiers successifs. Si l'observation est effectuée dans le plan focal d'une lentille de distance focale image f' , les rayons linéaires R de ces anneaux sont $R_K = f' \tan(i_K)$ (figure 7).

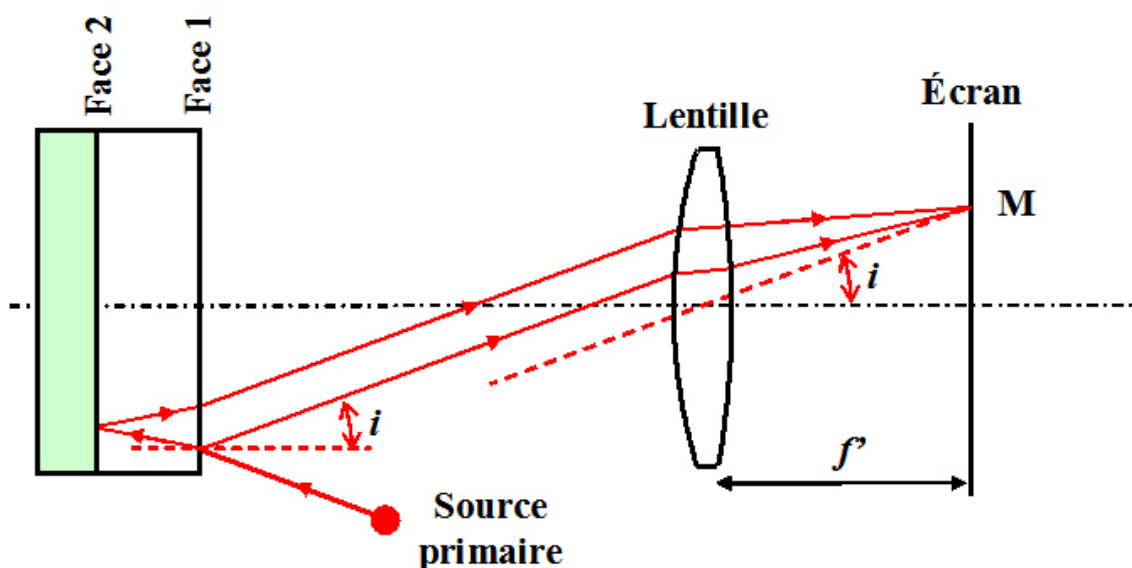


Figure 7 : Observation des anneaux d'égalé inclinaison au foyer d'une lentille

Dans l'air et pour des angles faibles, l'interfrange a pour expression :

$$\Delta R = R_{K+1} - R_K \approx \sqrt{\frac{n\lambda}{e}} f'$$

2.2. Coin de verre

La lame prismatique d'indice n d'angle au sommet A (figure 8) est éclairée sous incidence presque normale par une source étendue et monochromatique.

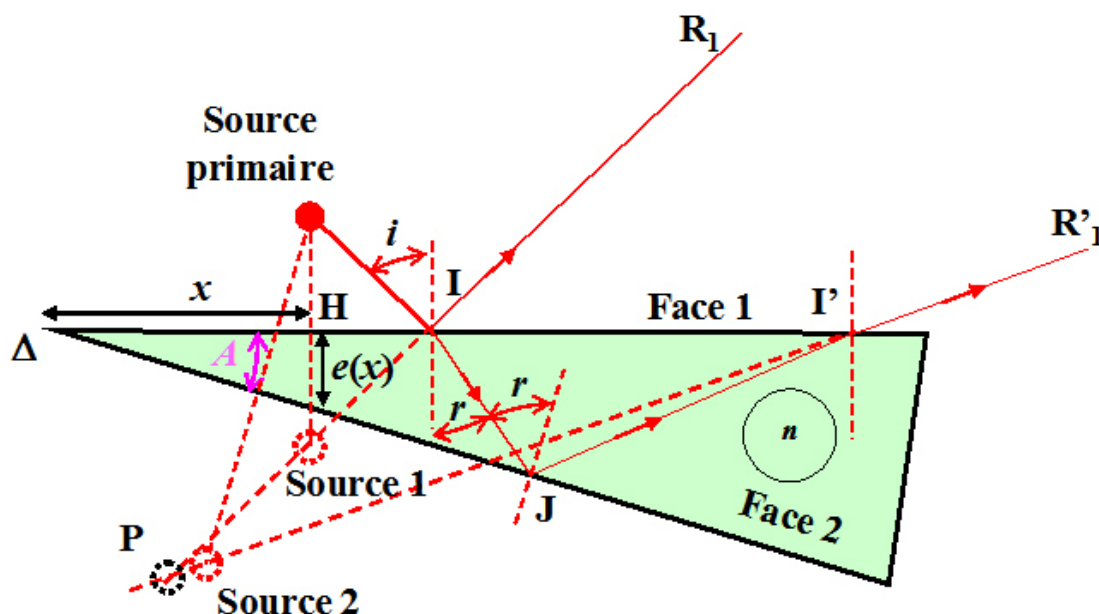


Figure 8 : Lame prismatique (ou « Coin de verre »)

Une partie du rayon incident SI est réfléchi à la surface du premier dioptré et une seconde partie est réfractée en I puis réfléchi à la surface du second dioptré en J pour être ensuite réfractée en I' . Les rayons IR_1 et $I'R_1$ issus du même rayon incident J concourent en P où se forment les interférences. Les interférences sont localisées au voisinage de la lame, autour du point P . Sur la figure 8, l'angle d'incidence a été considérablement augmenté, de même pour l'angle A pour plus de lisibilité ; dans la réalité l'ordre de grandeur de l'angle A est de $0,2'$ d'arc. En incidence presque normale les points I et I' sont très rapprochés et l'épaisseur de la lame peut localement être considérée comme constante et égale à $e(x)$. La différence de chemin optique entre les rayons IR_1 et $I'R_1$ est donc sensiblement égale à celle donnée par une lame à faces parallèles placée dans l'air, éclairée sous incidence normale :

$$\delta = 2ne(x)\cos(r) + \frac{\lambda}{2} \approx 2ne(x) + \frac{\lambda}{2}$$

puisque l'indice du coin est n . La réflexion en I se produit sur un milieu plus réfringent que le milieu incident tandis que la seconde réflexion en J se produit sur un milieu moins réfringent que le milieu incident d'indice n ; les deux réflexions ne sont pas du même type, ce qui justifie le terme supplémentaire $\lambda/2$. Pour tout point d'une frange d'interférence brillante, la différence de marche vérifie :

$$\delta = 2ne(x) + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

Pour une lame donnée, la longueur d'onde et l'indice sont des constantes ; les points correspondants au même état d'interférences, par conséquent au même ordre d'interférences k vérifient :

$$e(x) = \text{Cste}$$

Les franges d'interférences sont donc des droites parallèles à la droite d'intersection Δ des deux dioptres. Ces franges sont appelées « **franges d'égale épaisseur** ». L'interfrange Δx est obtenu pour une variation d'ordre k de une unité soit :

$$e(x) - e(x + \Delta x) = \frac{\lambda}{2n}$$

Considérant que $e(x) = x \tan(A) \approx xA$ car l'angle A est faible, on obtient :

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2nA}$$

L'interfrange diminue quand l'angle A augmente.

Remarque

Les deux configurations qui viennent d'être étudiées, lames à face parallèles et lame prismatique, sont particulièrement importantes car on retrouve leurs concepts dans l'interféromètre de Michelson et tous les interféromètres dérivés de ce dernier.

2.3. Interféromètre de Michelson

Dans sa version la plus simple, l'interféromètre de Michelson est composé d'une source de lumière, de deux miroirs plans réfléchissants, d'une lame semi-réfléchissante et d'un écran. La figure 9 décrit le dispositif expérimental. Le miroir 1 est situé à la distance d_1 de la lame et le miroir 2 à la distance d_2 . Suivant les deux trajets, on a deux systèmes optiques qui jouent le rôle de miroir. Pour le trajet n°1 : séparatrice puis le miroir M_1 . Donc la source 1, image de la source primaire S , est donnée par le symétrique de S par rapport à la séparatrice puis par le symétrique par rapport à M_1 . La démarche est identique sur le trajet n°2 avec le miroir M_2 , puis la lame séparatrice.

Remarque

L'onde sphérique émise par la source est séparée en deux ondes sphériques secondaires issues des deux sources secondaires et se propageant vers l'écran.

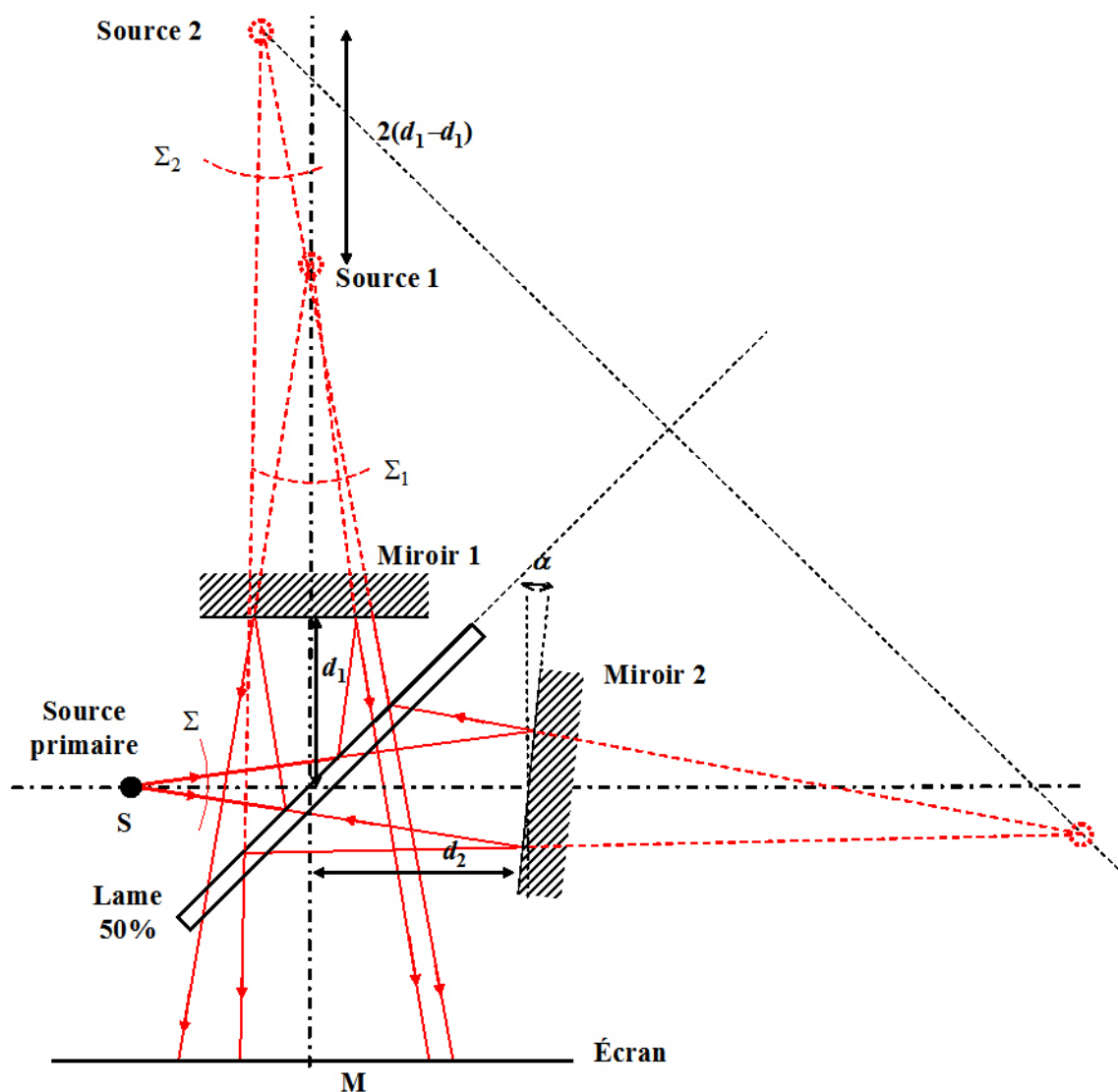


Figure 9 : Interféromètre de Michelson

Le dispositif est donc équivalent à un système de trous d'Young comme il est décrit sur la figure 10.

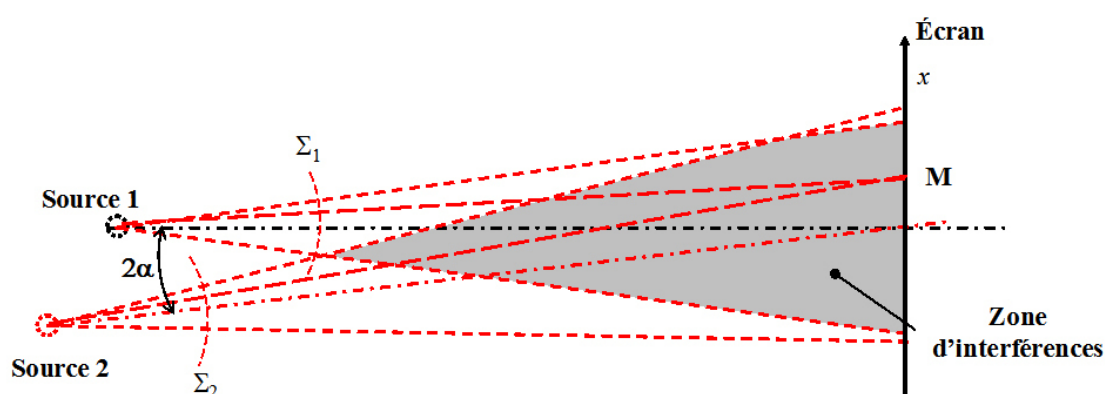


Figure 10 : Géométrie de sources équivalentes pour le Michelson

Les miroirs ne sont pas nécessairement situés à la même distance de la lame et les sources secondaires de la géométrie équivalente ne sont pas nécessairement dans le même plan ni sur le même axe. Si le miroir 2 par exemple est basculé d'un angle α par rapport à l'axe optique,

les deux sources secondaires sont également décalées. On se retrouve dans la configuration décrite au paragraphe I.B.6 du cours « **Interférences : Fondamentaux** ». Pour tout point M de l'écran de coordonnées (x, y, z) , la phase des interférences est

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} - \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \right)$$

Remarque

Si la lame transmet 50% et réfléchit 50% de la lumière, le signal d'interférences s'écrit

$$I(x, y, z) = \frac{A_0^2}{4r_1^2} + \frac{A_0^2}{4r_2^2} + \frac{1}{2} \frac{A_0}{r_1} \frac{A_0}{r_2} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} - \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \right) \right)$$

où (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2) sont les coordonnées des deux sources secondaires.

Les franges observées sont celles décrites sur la figure 6 du cours « **Interférences : Fondamentaux** ».

L'interféromètre de Michelson peut également être configuré pour fonctionner avec des ondes planes. Dans ce cas, il suffit de collimater l'onde initiale au moyen d'un objectif : on place la source au foyer d'une lentille et les miroirs sont éclairés en lumière parallèle donc en ondes planes. La figure 11 schématise le montage.

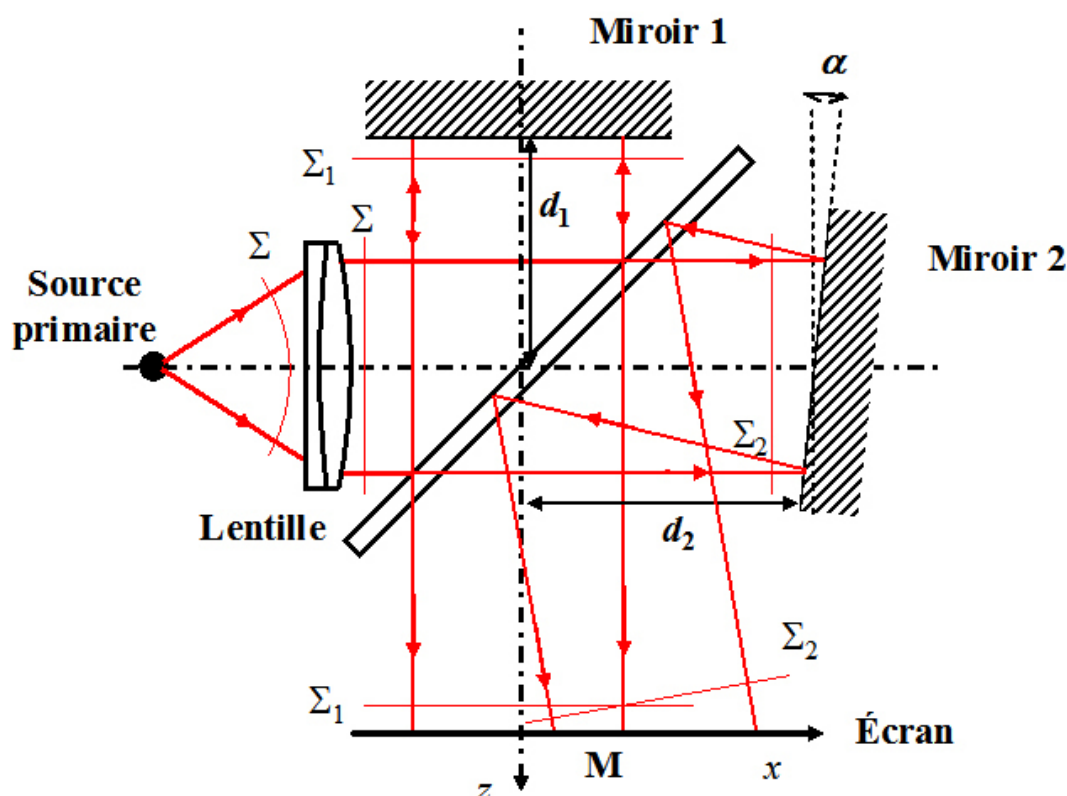


Figure 11 : Interféromètre de Michelson avec des ondes planes

On se retrouve dans le cas du paragraphe I.B.5 du cours « **Interférences : Fondamentaux** ». Les inclinaisons des miroirs 1 et 2 donnent les orientations des vecteurs d'ondes des deux ondes planes secondaires. Considérons que le miroir 1 est perpendiculaire à l'axe optique et que le miroir 2 est basculé d'un angle α_x suivant x et α_y suivant y . Les vecteurs d'ondes s'écrivent

$$\vec{k}_1 = k_{z1} \vec{e}_z$$

$$\vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \sin(2\alpha_x) \vec{e}_x + \frac{2\pi}{\lambda} \sin(2\alpha_y) \vec{e}_y + k_{z2} \vec{e}_z$$

Dans le plan (x, y) , les pentes de la surface d'onde sont $\sin(2\alpha_x)$ et $\sin(2\alpha_y)$. En tout point M de l'écran, la phase des interférences est donnée par :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \sin(2\alpha_x) x + \frac{2\pi}{\lambda} \sin(2\alpha_y) y + \frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)$$

et le signal d'interférences s'écrit :

$$I(x, y, z) = \frac{A_0^2}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \sin(2\alpha_x) x + \frac{2\pi}{\lambda} \sin(2\alpha_y) y + \frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \right) \right)$$

L'interfrange suivant x est donnée par :

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin(2\alpha_x)}$$

et l'interfrange suivant y est donnée par :

$$\Delta y = \frac{\lambda}{2 \sin(2\alpha_y)}$$

La figure 12 montre le champ spatial d'interférences dans la zone de superposition des deux ondes en fonction de l'inclinaison du miroir 2 dans les deux directions x et y (soient α_x et α_y).

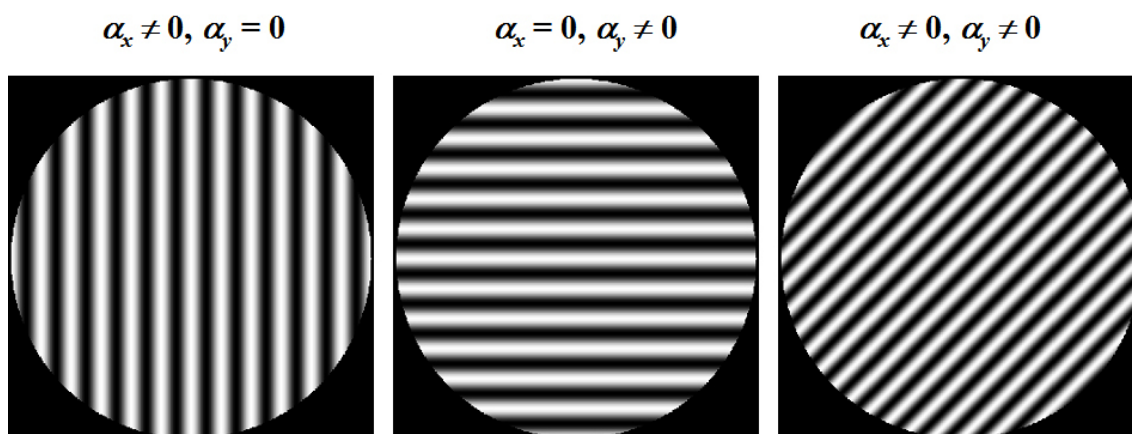


Figure 12 : Interférences dans le plan de l'écran, à une cote z quelconque

2.4. Interféromètre de Mach-Zehnder

L'interféromètre de Mach-Zehnder est composé d'une source de lumière, d'un collimateur, de deux miroirs plans réfléchissants, de deux lames semi-réfléchissantes et d'un écran. La géométrie de l'interféromètre impose sa symétrie. La figure 13 décrit le dispositif expérimental.

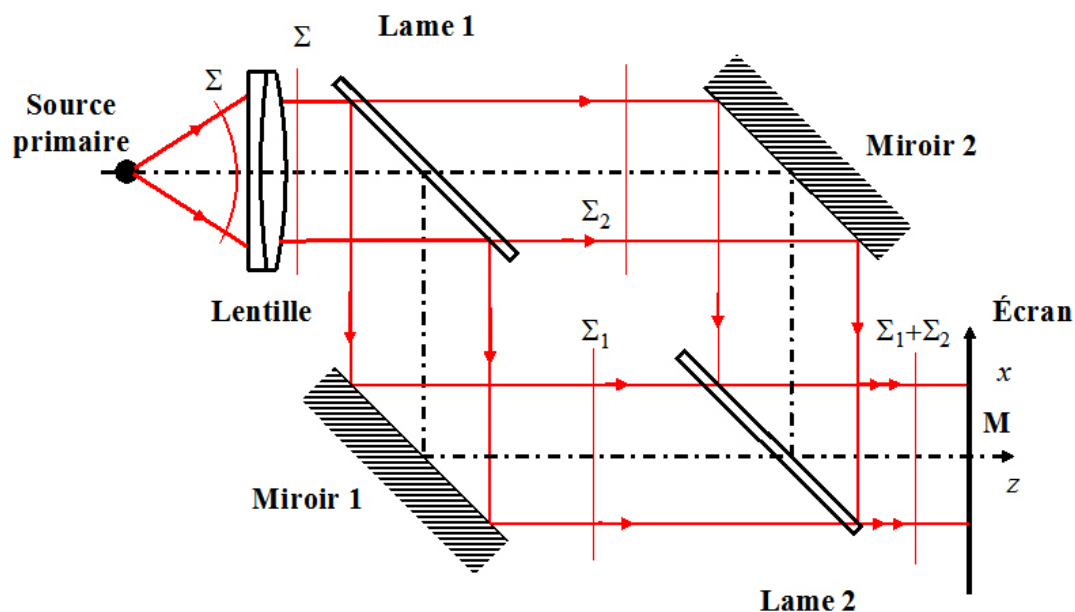


Figure 13 : Interféromètre de Mach-Zehnder

On constate une analogie avec le cas du Michelson fonctionnant avec des ondes planes. Les figures observées sont identiques à celles de la figure 12 lorsqu'on bascule un ou les deux miroirs de l'interféromètre.

2.5. Interféromètre de Fizeau

L'interféromètre de Fizeau est composé d'une source de lumière, d'un collimateur, d'un miroir plan réfléchissant (miroir à contrôler), d'une lame semi-réfléchissante, d'un « calibre » et d'un écran (figure 14). Le « calibre » est un coin de verre dont les faces sont parfaitement planes et dont la face exposée au miroir plan constitue le second miroir plan de l'interféromètre. La lumière réfléchi sur la face en coin est éliminée et ne retourne pas vers l'écran.

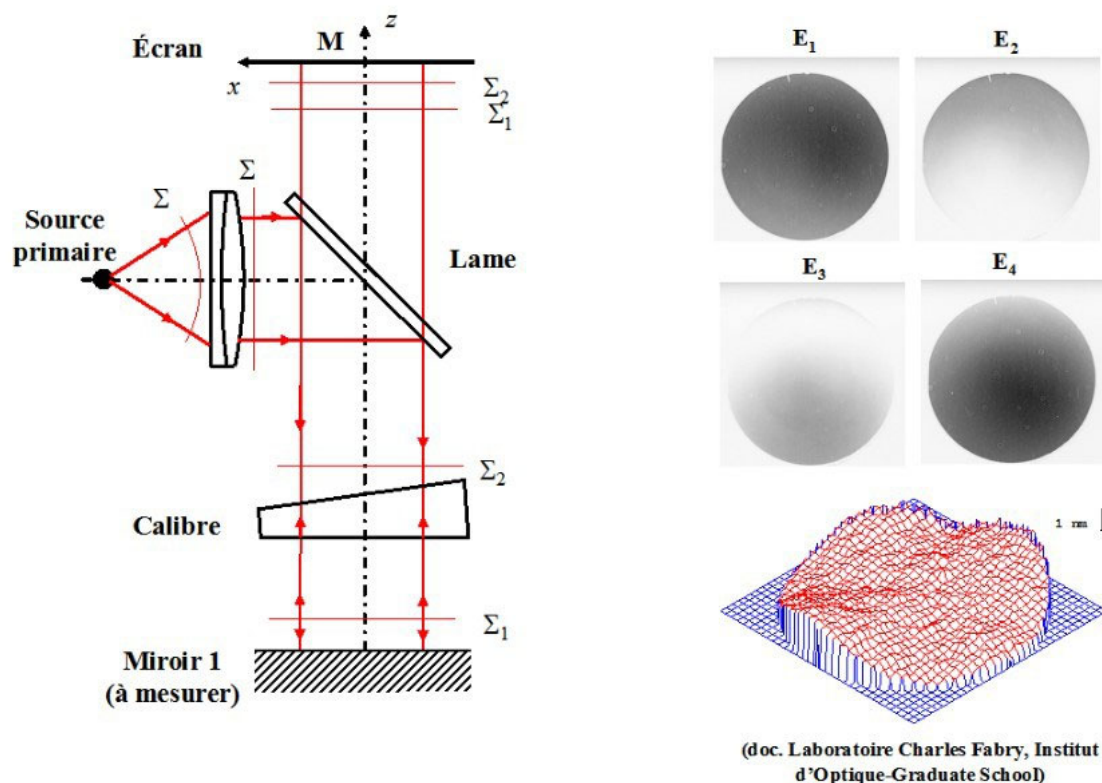


Figure 14

La figure 14 (droite) illustre une application de l'interféromètre de Fizeau au contrôle de surfaces planes avec une précision nanométrique, en utilisant la méthode de décalage de phase (E_1, E_2, E_3, E_4 : interférogramme déphasé de $\pi/2$)

Compte tenu de sa géométrie, lorsqu'on bascule le miroir 1 d'un angle α , les franges d'interférences observées avec le Fizeau sont similaires à celles de la figure 12.

Du fait que l'épaisseur d'air traversée en aller-retour dans le Fizeau peut être réduite à une fine couche d'air en rapprochant au maximum les deux surfaces, cet interféromètre présente un grand avantage pour la métrologie de haute précision par rapport au Michelson et au Mach-Zehnder. En effet, les épaisseurs d'air traversées dans les deux bras de ces deux interféromètres sont considérables et surtout disjointes de sorte que ces interféromètres sont très sensibles à toute perturbation et à la stratification de l'indice de la couche d'air.

2.6. Interféromètre de Sagnac

L'interféromètre de Sagnac est constitué d'une architecture en anneau comme le suggère la figure 15.

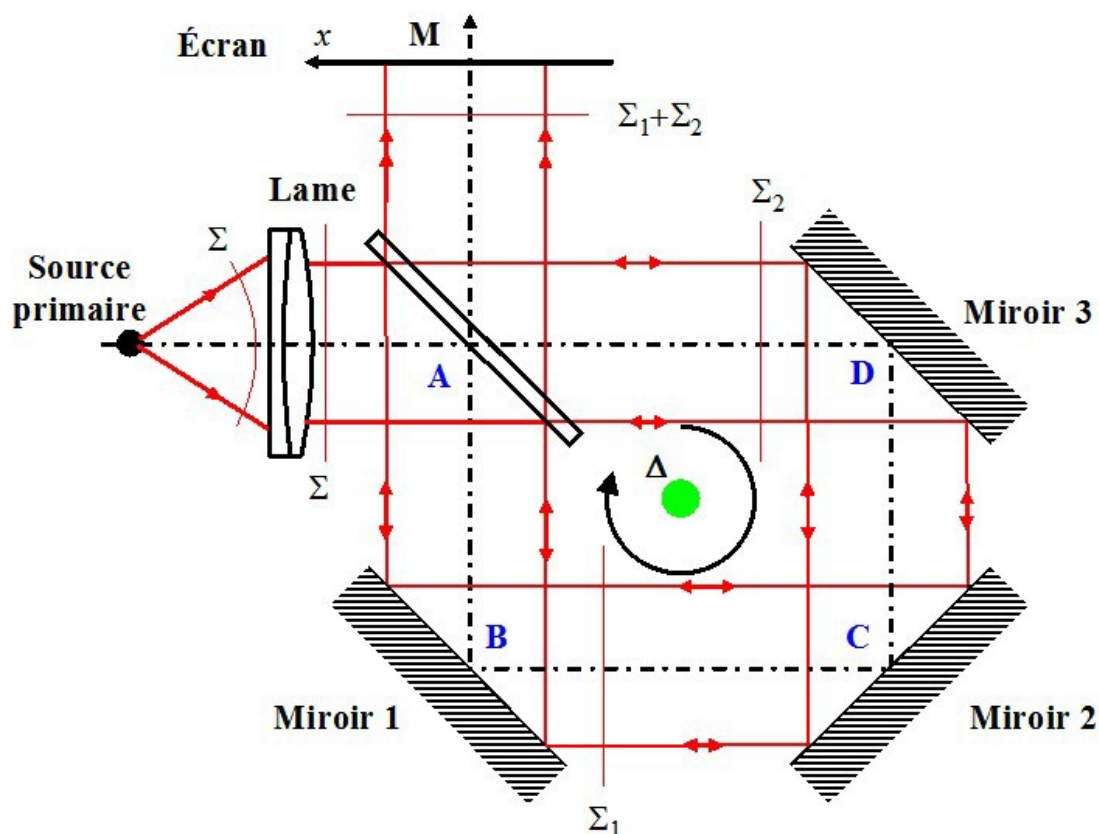


Figure 15 : Interféromètre de Sagnac

Le point d'entrée et de sortie de l'interféromètre est A. Les deux ondes planes se propagent selon les chemins (A, B,C,D,A) et (A,D,C,B,A) et sont donc **contra-propagatives**. Elles suivent des chemins identiques. La phase optique de l'onde 1 entre l'entrée et la sortie est :

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} [ABCDA]$$

et celle de l'onde 2 est :

$$\varphi_2 = \varphi_1$$

La différence de phase entre les deux ondes est alors nulle :

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 0$$

Attention

De part la symétrie de l'interféromètre, tout basculement de l'un des trois miroirs n'a pas d'influence sur la figure de franges puisque les trajets optiques sont tous identiques sur le front de phase. La différence de chemin optique entre les deux ondes est constante et nulle.

En conséquence, le signal d'interférences s'écrit

$$I(x, y, z) = \frac{A_0^2}{2} (1 + \cos(0)) = A_0^2$$

La figure de franges est uniforme : elle présente une **teinte plate**.

Cet interféromètre présente un intérêt dans le cas où la cavité est en rotation autour d'un axe Δ perpendiculaire au plan de figure. On constate que dans ce cas les deux faisceaux lumineux sont déphasés en sortie de l'interféromètre : le déphasage dépend de la vitesse angulaire de rotation ω , de la vitesse de la lumière c et de la surface de la cavité S selon la relation

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{4\omega S}{c}$$

L'effet étant très faible, on enroule généralement un grand nombre de spires N de surface S pour amplifier le signal de sortie.

Exemple

Pour un rayon de la boucle égal à $R = 10$ cm, $\omega = 0,1$ rad/s et $N = 3000$, soit une longueur de fibre optique de 1800 mm, on obtient une différence de marche de $\lambda/4$.

Cet effet est connu sous le nom « **d'effet Sagnac** » et il est utilisé dans les gyroscopes laser à fibres optiques [[Gyromètres optiques]]. La sensibilité des gyroscopes à fibre permet de détecter des erreurs de rotation de 10^{-3} °/h.

3. Cas des interféromètres à ondes multiples

On se place dans le cas des sources cohérentes temporellement et spatialement. Un interféromètre à ondes multiples produit la superposition d'une multitude voire une infinité d'ondes toutes déphasées. Si la relation de phase entre toutes les ondes est parfaitement déterministe la figure de franges peut avoir des propriétés remarquables. Dans le cas où la relation de phase entre toutes les ondes est aléatoire, la figure résultante est un « **speckle** ». Le speckle ne sera pas abordé dans ce cours.

Le cas de la relation de phase déterministe est abordé dans la suite du cours lorsque la relation d'amplitude complexe entre les ondes est une suite géométrique.

3.1. Interféromètre à ondes multiples

Un dispositif simple peut être constitué par une lame de verre d'épaisseur e et d'indice n éclairée par une source monochromatique à l'infini, c'est à dire éclairée par des ondes planes. La figure 16 illustre la géométrie de l'interféromètre. L'onde plane incidente est réfléchiée et transmise une multitude de fois.

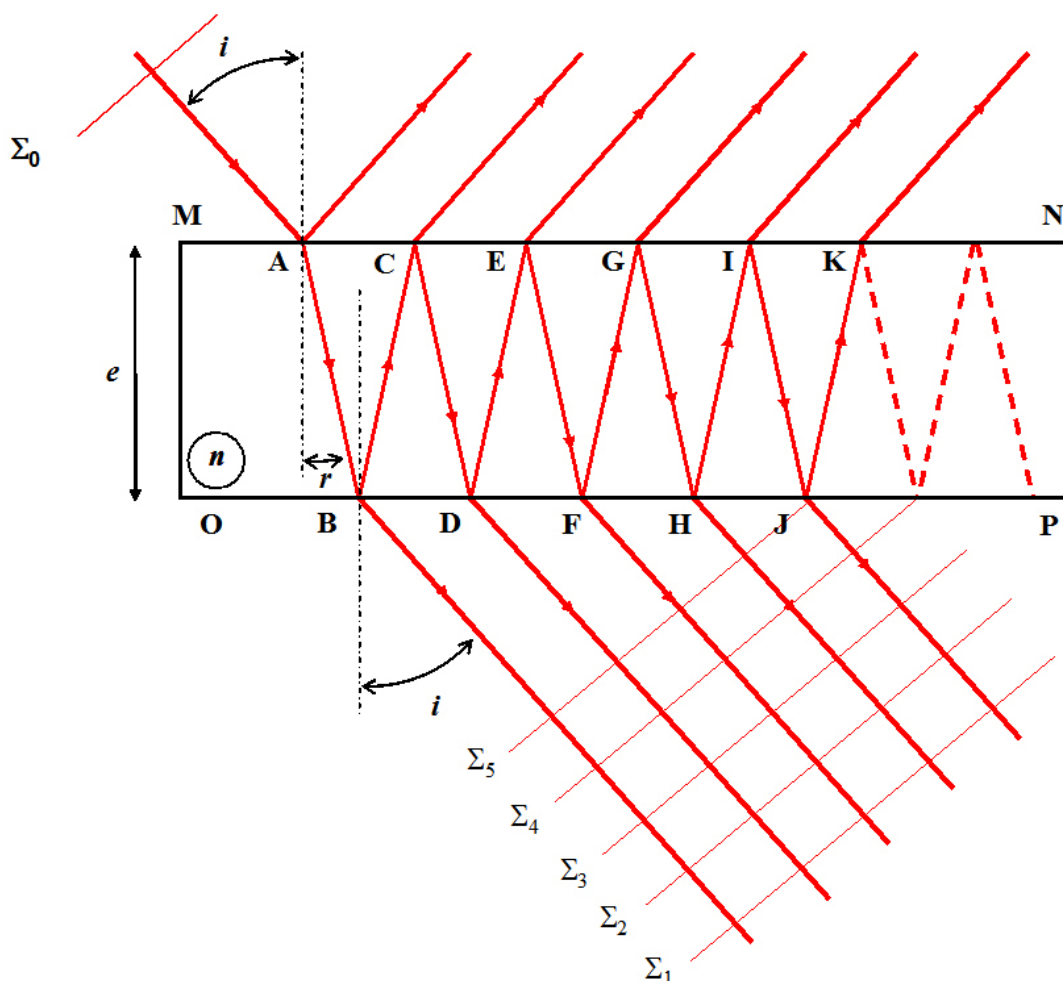


Figure 16 : Interféromètre à ondes multiples

On note r et t les facteurs de transmission en amplitude des ondes aux interfaces air-verre. Le coefficient de réflexion en intensité $R = r^2$ est très grand, de l'ordre de 99%, de sorte qu'on ne considère pas ici le cas simple de la lame à faces parallèle où on ne considère que les deux premiers rayons (voir figure 5). Par ailleurs, les coefficients de transmission et réflexion sont identiques pour les deux dioptries. Les angles i et r sont liés par la relation de Descartes $\sin(i) = n\sin(r)$. La différence de chemin optique entre deux ondes consécutives en transmission, est égale à [[Optique Instrumentale et Optique de Fourier] [Optique Ondulatoire]] :

$$\delta = 2nec\cos(r)$$

En réflexion, nous avons

$$\delta = 2nec\cos(r) + \frac{\lambda}{2}$$

En transmission, le **déphasage entre deux ondes consécutives** est donc :

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{4\pi}{\lambda}nec\cos(r)$$

En sortie de la lame, en réflexion ou transmission, l'amplitude complexe est égale à la somme de toutes les ondes transmises ou réfléchies par la lame. Il suffit d'écrire l'amplitude des ondes qui interfèrent en prenant comme origine des phases la première onde Σ_1 . Considérons que l'onde incidente est plane, polarisée suivant \vec{e}_x , de vecteur d'onde \vec{k}_0 , nous avons simplement :

$$\vec{E}_0(\vec{r}, t) = A_0 \exp\left[i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t)\right] \vec{e}_x$$

Après la traversée de la lame, on a :
pour Σ_1 :

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = t^2 A_0 \exp\left[i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0)\right] \vec{e}_x$$

car l'onde traverse les deux dioptries MN et OP en A et B .
pour Σ_2 :

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = t^2 r^2 A_0 \exp\left[i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0 + \varphi)\right] \vec{e}_x$$

car double traversée de l'interface air-verre en A et D et double réflexion à l'interface en B et C et déphasage φ par rapport à la première onde ;
pour Σ_3 :

$$\vec{E}_3(\vec{r}, t) = t^2 r^4 A_0 \exp\left[i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0 + 2\varphi)\right] \vec{e}_x$$

car double traversée en A et F et quatre réflexions en B, C, D, E ce qui correspond à un déphasage de 2φ par rapport à la première onde.

Attention

Par récurrence, on constate que pour Σ_n :

$$\vec{E}_n(\vec{r}, t) = t^2 r^{2n-2} A_0 \exp\left[i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0 + (n-1)\varphi)\right] \vec{e}_x$$

L'amplitude complexe totale en sortie de la lame résulte de la sommation de toutes les amplitudes :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t) + \dots + \vec{E}_n(\vec{r}, t) + \dots$$

On pose $T = t^2$ et $R = r^2$, T et R sont les facteurs de transmission et réflexion en flux optique (ou puissance, ou énergie).

La sommation des champs complexes donne :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = T A_0 \exp\left[i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0)\right] \left[1 + R e^{i\varphi} + R^2 e^{i2\varphi} + \dots + R^n e^{in\varphi} + \dots\right] \vec{e}_x$$

On reconnaît une suite géométrique de raison $q = R e^{i\varphi}$ et de premier terme 1. Soit N le nombre total de termes, on a pour la somme

$$1 + R e^{i\varphi} + R^2 e^{i2\varphi} + \dots + R^n e^{in\varphi} + \dots = \frac{1 - R^N e^{iN\varphi}}{1 - R e^{i\varphi}}$$

et compte tenu que $R = r^2$ est inférieur à 1, $\lim_{N \rightarrow \infty} |q|^N = 0$, il reste donc :

$$1 + R e^{i\varphi} + R^2 e^{i2\varphi} + \dots + R^n e^{in\varphi} + \dots = \frac{1}{1 - R e^{i\varphi}}$$

Le signal d'interférences est proportionnel à :

$$I(\vec{r}, t) = |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2$$

d'où :

$$I(\vec{r}, t) = \frac{T^2 A_0^2}{|1 - R e^{i\varphi}|^2}$$

que l'on écrira :

$$I(\varphi) = \frac{T^2 A_0^2}{1 + R^2 - 2R \cos(\varphi)}$$

Comme $\cos(\varphi) = 1 - 2\sin^2(\varphi/2)$, on a :

$$I(\varphi) = \frac{T^2 A_0^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

Posons : $m = \frac{4R}{(1 - R)^2}$, et $I_0 = A_0^2$

avec : $T = 1 - R$

il vient :

$$I(\varphi) = \frac{I_0}{1 + m \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

Les valeurs minimales et maximales du signal sont :

$$I_{\min} = \frac{I_0}{1 + m} \quad I_{\max} = I_0$$

et le contraste vaut :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{m}{m + 2}$$

Les courbes de la figure 17 illustrent le signal d'interférences $I(\varphi)/I_0$ en transmission en fonction de différentes valeurs du coefficient de réflexion R .

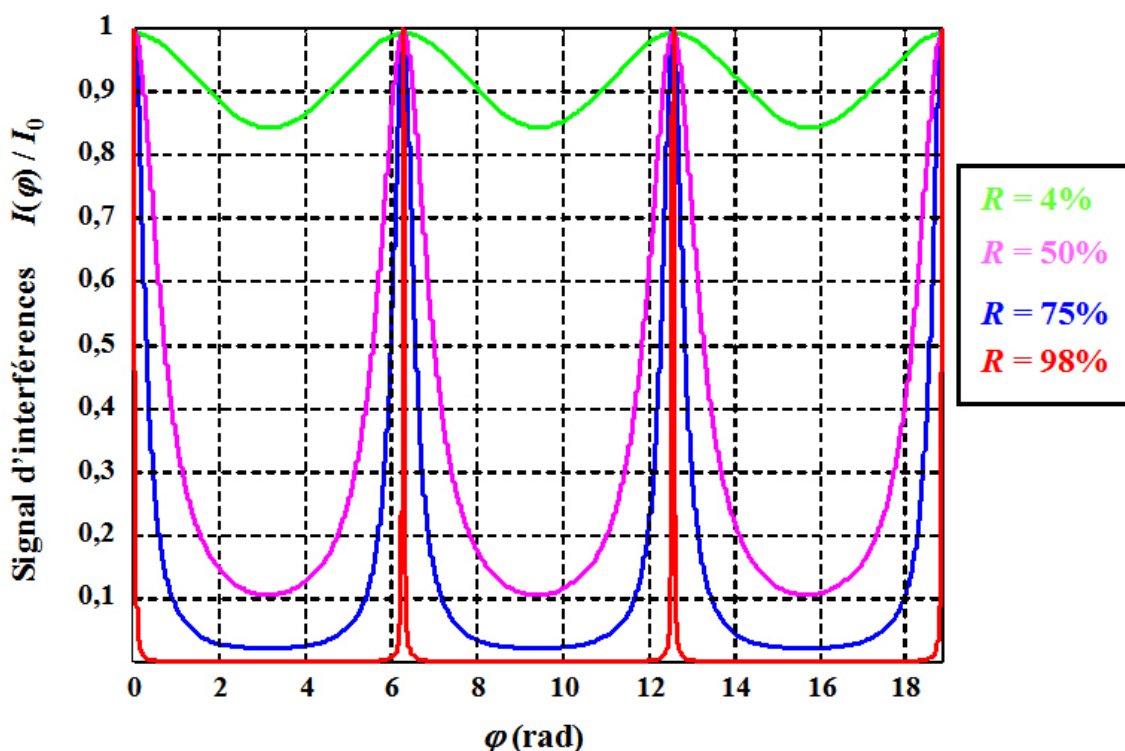


Figure 17 : Profil des franges d'interférences à ondes multiples

On constate que plus le coefficient de réflexion est élevé et plus le profil des franges s'éloigne du profil sinusoidal classique. Pour $R > 98\%$, le profil s'affine et constitue une fonction de filtrage dont les propriétés seront utilisées dans la partie « **Étude de cas** » de ce cours. Le cas $R = 4\%$ correspond au cas d'une lame de verre d'indice 1,5 traitée précédemment au paragraphe 3.1.

Supposons que la lumière incidente sur l'interféromètre de Fabry-Pérot soit polychromatique. Si le spectre de la lumière est composé d'un doublet très fin, les deux pics sont alors très proches, ils peuvent être discernés si ces derniers sont très fins comme les pics représentés en rouge figure 17.

Remarque

L'**intervalle spectral libre de l'interféromètre** correspond à la variation de longueur d'onde $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ pour laquelle il y a superposition des pics consécutifs d'ordre k pour la longueur d'onde λ_2 et d'ordre $k + 1$ pour λ_1 soit :

$$\frac{4\pi}{\lambda_1} n e \cos(r) = 2(k+1)\pi$$

et :

$$\frac{4\pi}{\lambda_2} n e \cos(r) = 2k\pi$$

d'où on déduit :

$$4\pi n e \cos(r) \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = 2\pi$$

comme $\Delta\sigma = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}$, on en déduit l'expression de l'intervalle spectral libre :

$$\Delta\sigma = \frac{1}{2ne\cos(r)}$$

D'après l'expression de la fonction $I(\varphi)/I_0$ la largeur à mi-hauteur des pics de résonance de l'interféromètre est égale à :

$$\delta\sigma = \frac{1-R}{2\pi ne\sqrt{(R)}\cos(r)}$$

A partir de ces deux expressions on définit **la finesse de l'interféromètre** par :

$$F = \frac{\Delta\sigma}{\delta\sigma} = \frac{\pi\sqrt{(R)}}{1-R}$$

Ces paramètres sont illustrés sur la figure 18.

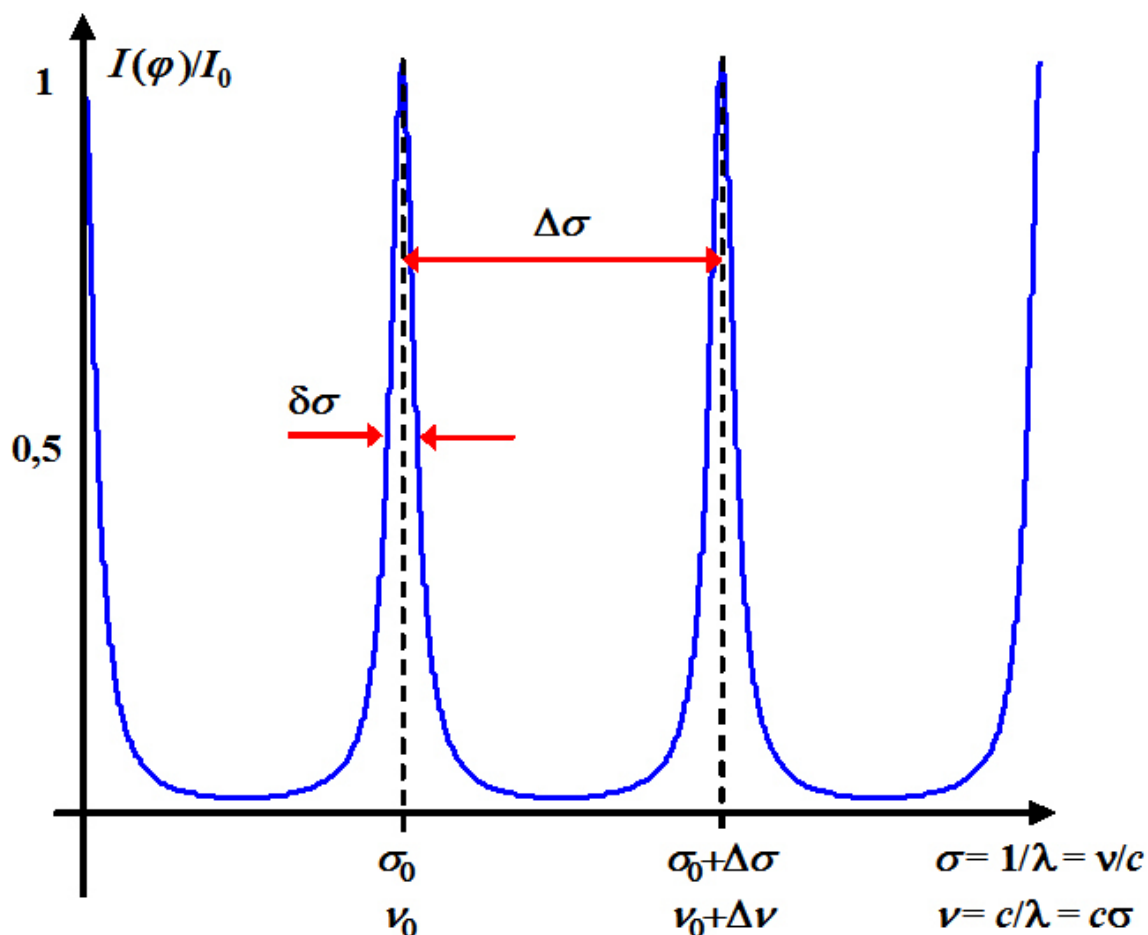


Figure 18 : Fonction de transfert d'un interféromètre de Fabry-Pérot

Le tableau 1 donne des valeurs des paramètres de modulation, contraste et finesse en fonction du coefficient de réflexion.

Coefficient de réflexion (R)	Modulation (m)	Contraste (C)	Finesse (F)
4,00%	0,15	6,88%	0,65
50,00%	8	80,00%	4,44
75,00%	48	96,00%	10,88
98,00%	9800	99,98%	155,5

Tableau 1 : Quelques valeurs des paramètres d'un Fabry-Pérot en fonction du coefficient de réflexion

Le lecteur remarquera que dans le cas 4%, nous ne sommes plus en présence d'interférences à ondes multiples et qu'on retrouve le résultat vu plus haut relatif à une lame à faces parallèle traitée dans le cas des interférences à deux ondes (figure 5 et paragraphe 3.1).

L'interféromètre de Fabry-Pérot est couramment utilisé pour les analyses spectrales.

On l'utilise aussi souvent constitué d'une lame d'air d'épaisseur e et de coins de verre dont les faces composants la lame de verre sont traitées pour que les coefficients de réflexion soient très élevés et proche de 1. On parle alors de « **cale étalon** ». Ce type de système est utilisé dans les cavités laser pour affiner spectralement et rendre la source monomode longitudinale, donc cohérente. La figure 19 présente le schéma de principe ainsi qu'une photographie d'une cale étalon.

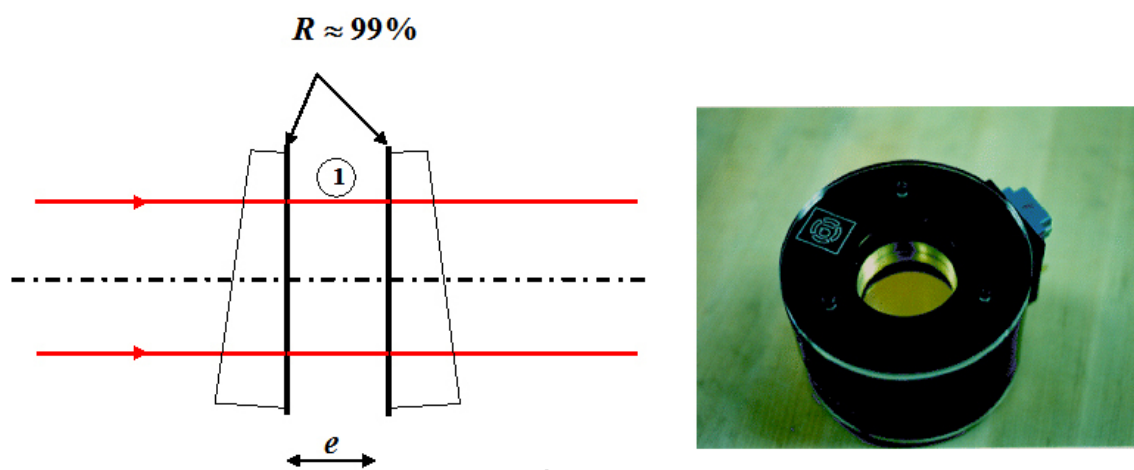


Figure 19 : Étalon Fabry-Pérot

3.2. Interféromètres différentiels

Les **interféromètres différentiels** (ou aussi appelés à **décalage latéral**) sont une composante souvent méconnue de l'interférométrie mais constituent un champ important dans diverses applications telles que le contrôle de surfaces et de systèmes optiques ou l'étude des fluides et des turbulences dans les gaz et les liquides.

Le principe de base consiste à réaliser les interférences entre le front d'onde initial et sa copie décalée latéralement d'une faible quantité [[Optical shop testing]]. La figure 20 illustre le principe. Généralement on s'arrange pour décaler latéralement le front d'onde sans en changer sa forme et les composants optiques utilisés dans l'interféromètre sont souvent des lames séparatrices semi-réfléchissantes.

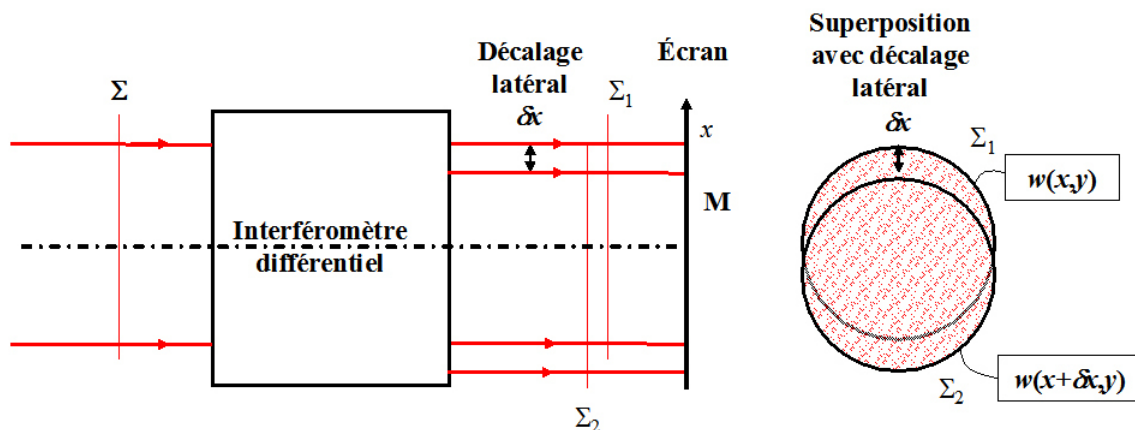


Figure 20 : Principe des interféromètres différentiels

Remarque

Notons $w(x, y)$ le front d'onde en M dans le plan de l'écran. Le front décalé latéralement suivant x , par exemple, d'une quantité δx s'écrit simplement $w(x + \delta x, y)$. La différence de phase optique produite par les interférences des deux fronts d'ondes est donnée par :

$$\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} [w(x + \delta x, y) - w(x, y)]$$

Compte tenu de la définition mathématique de la dérivée, la différence de phase s'écrit également

$$\varphi(x, y) \approx \frac{2\pi}{\lambda} \delta x \frac{\partial w(x, y)}{\partial x}$$

Complément

Ainsi l'information contenue dans l'interférogramme est relative à la dérivée du front d'onde dans la direction du décalage latéral ; elle est donc liée à la pente du front d'onde dans la direction du décalage.

Il existe plusieurs architectures expérimentales pour réaliser un interféromètre à décalage latéral [[Optical shop testing]]. Une façon simple consiste à utiliser un interféromètre de type Mach-Zehnder dans lequel on a ajouté deux lames de verre à faces planes et parallèles insérées chacune dans un des bras de l'interféromètre. Si les deux lames sont parfaitement parallèles, les deux fronts d'ondes ressortent de l'interféromètre parfaitement superposés et on observe une teinte plate, la différence de phase étant nulle. En revanche, si on bascule la lame n°1, par exemple, d'un angle α , le front d'onde n°1 se trouve décalé latéralement de δx après traversée de la lame. Les deux fronts d'onde interfèrent alors sur un mode différentiel. La quantité δx est ajustable en fonction de l'angle de basculement de la lame. En effet, pour des angles petits, le décalage latéral est donné par :

$$\delta x \approx e(n-1)\alpha$$

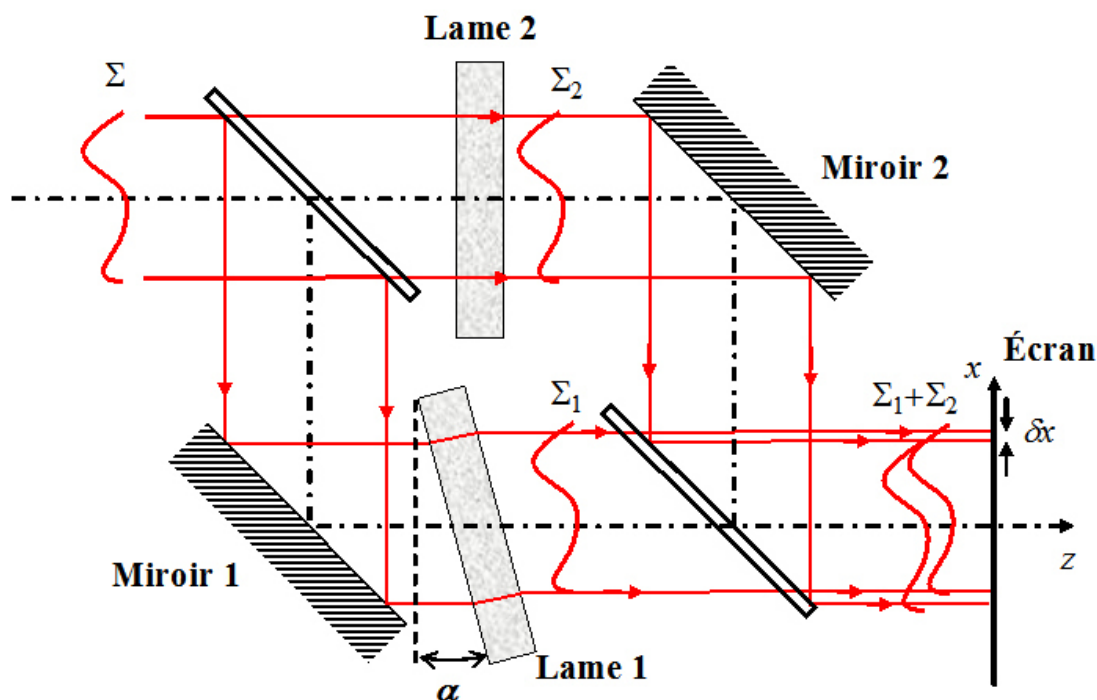


Figure 21 : Exemple d'architecture d'interféromètre différentiel

Il existe d'autres solutions expérimentales pour réaliser un interféromètre différentiel. Pour tout complément d'information, le lecteur est invité à se reporter à la référence [[Optical shop testing]].

* *
*

L'interférométrie est une technique de mesures appliquée à de nombreux domaines de la physique : mesures de longueurs, de températures, de pressions, de forces, de vitesses angulaires et en spectroscopie. Les limites de résolution pouvant être très faibles, les pouvoirs de résolution sont importants ce qui en fait une technique de prédilection en métrologie. Lors de mesures de « précision », compte tenu de la sensibilité importante de la méthode il faudra toujours s'attacher à prendre en compte tous les paramètres pouvant influencer une mesure tels que les vibrations, la stabilité de la température et des chemins optiques.

Ce cours a distingué deux types d'interféromètres ; ceux à division de front d'onde dont l'intérêt est essentiellement historique et pédagogique et ceux à division d'amplitude beaucoup plus utilisés car plus lumineux. Ces derniers sont pour la plupart des dérivés de l'interféromètre de Michelson.

III. Etude de cas

Cette étude de cas se propose d'aborder le cas de l'interféromètre de Twyman-Green utilisé pour contrôler des systèmes optiques ainsi que les cas des spectromètre de Fabry-Pérot et spectromètre par transformée de Fourier.

1. Interféromètre de Twyman-Green

L'interféromètre de Twyman-Green est une variante de l'interféromètre de Michelson. Il est utilisé industriellement pour le contrôle interférométrique des surfaces optiques non planes ou des objectifs à lentilles ou miroirs. La figure 22 présente le dispositif de Twyman-Green.

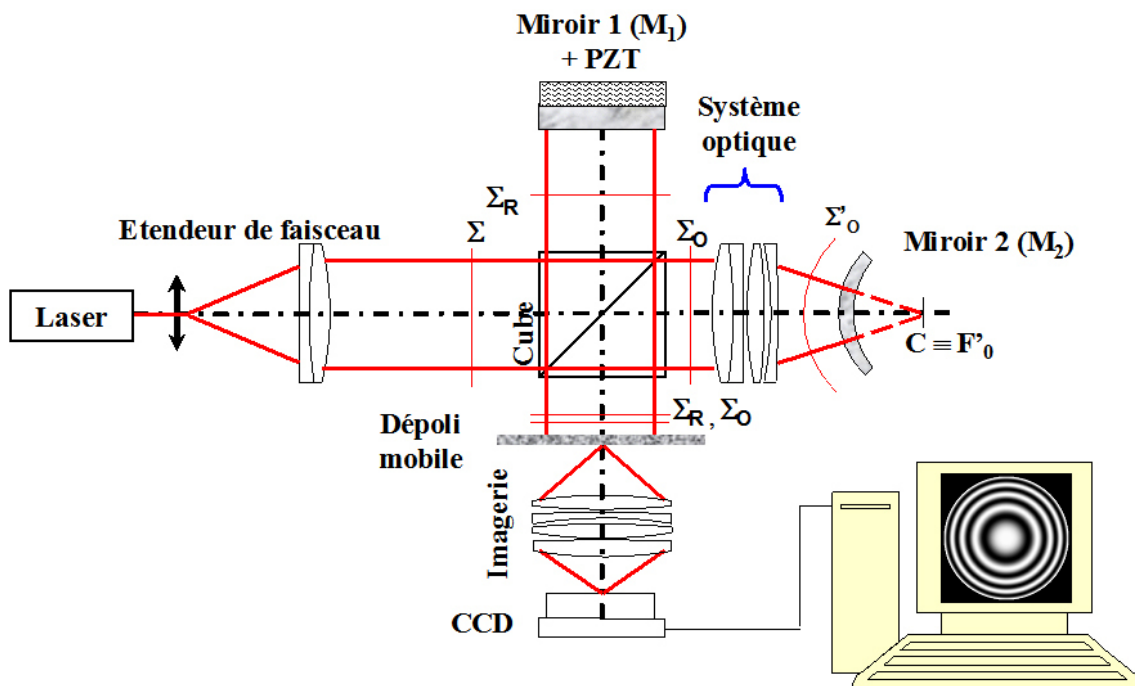


Figure 22 : Interféromètre de Twyman-Green

Le miroir plan M_2 du Michelson est remplacé par un assemblage comprenant le système optique à étudier et un miroir sphérique. Le miroir sphérique est placé de sorte que son centre de courbure C soit confondu avec le foyer paraxial du système optique F'_0 . Par aller retour dans l'interféromètre les franges sont visibles sur l'écran qui est désormais remplacé par un dépoli tournant. Le système optique d'imagerie forme l'image des franges sur le détecteur matriciel CCD ou $CMOS$. Si le dépoli était statique, il générerait un « **speckle** » (phénomène aléatoire) qui brouillerait les franges d'interférences. Le dépoli est donc généralement monté sur un moteur qui le fait tourner à une vitesse suffisante pour que le speckle soit moyenné dans le temps d'intégration du capteur d'images, de sorte que les grains de speckle n'apparaissent plus visibles sur l'image des franges.

Le miroir plan de référence (M_1) est monté sur un transducteur piézo-électrique qui permet de translater légèrement M_1 et d'appliquer la méthode du décalage de phase pour calculer la phase optique des interférences. Ce dernier aspect de l'interféromètre ne sera pas détaillé ici et nous invitons le lecteur à se reporter au cours « **Interférométrie et démodulation de franges** ».

La surface d'onde plane Σ issue du laser est séparée en deux surfaces d'ondes planes Σ_R et Σ_O . Par aller retour sur le miroir M_1 , la surface d'onde de référence Σ_R reste plane, mais elle peut

éventuellement être inclinée par un basculement du miroir M_1 . La surface d'onde objet Σ_o est transformée en onde sphérique par le système optique, si il est parfait, puis par réflexion sur le miroir sphérique et retour dans le système optique elle redevient plane. En sortie de l'interféromètre il se produit des interférences entre la surface d'onde plane idéale issue du miroir M_1 par aller retour et la surface d'onde qui est produite par l'aller retour dans le système optique. L'analyse des franges d'interférences permet de quantifier le défaut introduit par le système optique.

1.1. Aberration du composant optique

Si le système optique testé est parfait, la surface d'onde issue du trajet aller-retour système-miroir 2 est plane. Dans le cas contraire, elle présente de « **l'aberration** » due au système optique [[Optical shop testing] [Principle of Optics, 7ème Edition]]. Si le système optique est aberrant, la surface d'onde en sortie du système n'est pas sphérique mais elle présente un écart normal d'aberration qui est la différence entre la surface d'onde réelle et la surface d'onde sphérique idéale (voir la figure 23).

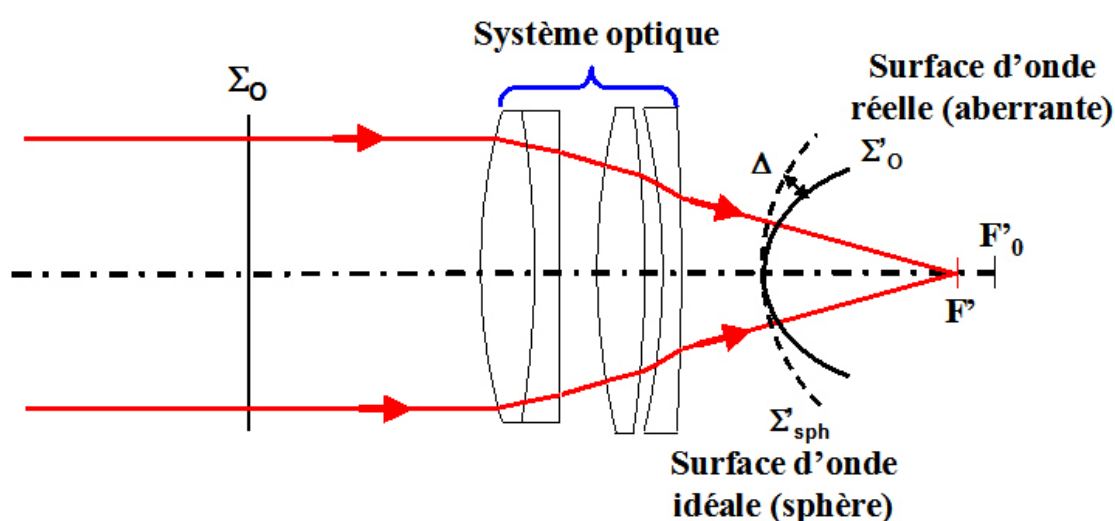


Figure 23 : Écart normal d'aberration du système optique

L'écart normal d'aberration dépend du type d'aberration du composant. L'interféromètre de Twyman-Green permet de mettre en évidence facilement les aberrations primaires suivantes [[Optical shop testing] [Principle of Optics, 7ème Edition]] :

aberration sphérique du 3^{ème} ordre

aberration de coma du 3^{ème} ordre

aberration d'astigmatisme du 3^{ème} ordre

L'expression analytique de l'écart normal sera donnée dans les exemples ci après.

Rappel

L'écart normal fait toujours référence à la différence entre la surface d'onde réelle et la surface de référence qui peut être soit plane soit sphérique.

1.2. Contribution des deux miroirs

Le bras de référence est composé du miroir plan M_1 monté sur le transducteur piézoélectrique. A priori, le front réfléchi qui interfère avec le front d'onde de mesure est plan, mais il peut être incliné par rapport au plan idéal. Cette inclinaison peut être produite par un basculement du miroir M_1 . Le lecteur notera qu'un basculement du miroir M_2 produit le même effet. Si le miroir M_1 est légèrement translaté par le PZT le front d'onde de référence subira un déphasage

uniforme de tous ses points. On notera Δ_R l'écart normal du front d'onde issu du bras de référence ($M_1 + PZT$, aller-retour).

Dans le bras de mesure, le miroir M_2 peut être basculé ou translaté longitudinalement. La translation longitudinale du miroir M_2 de part et d'autres du foyer paraxial du système optique produira une **défocalisation**, ce qui se traduira par une contribution du miroir à l'écart normal d'aberration de l'ensemble système optique-miroir M_2 . On parle également d'un « **défaut de mise au point** ».

1.3. Expression générale de l'interférogramme

Supposons que les polarisations des deux bras sont parallèles, l'interférogramme s'écrit :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}(\Delta_O - \Delta_R) + \varphi_0\right)$$

où :

- Δ_O est l'écart normal du front d'onde issu du bras de mesure (système optique + M_2 , aller-retour),
- Δ_R est l'écart normal du front d'onde issu du bras de référence ($M_1 + PZT$, aller-retour),
- φ_0 est la phase optique correspondant à la différence de chemin optique totale entre les deux chemins de l'interféromètre, estimée au niveau du capteur d'images.

En fonction des contributions apportées par les différents éléments, les franges de l'interféromètre auront des formes différentes.

Dans ce qui suit, on suppose $I_1 = I_2 = I_0$, c'est à dire que les franges ont un contraste maximum, égal à 1.

1.4. Interférogramme avec système optique parfait

Considérons que tout est parfait : système optique, miroir M_1 perpendiculaire à l'axe optique et miroir M_2 perpendiculaire à l'axe et non défocalisé. Les écarts normaux des contributions sont donc $\Delta_O = \Delta_R = 0$, l'interférogramme est simplement

$$I = 2I_0(1 + \cos(\varphi_0))$$

Il ne présente pas de franges mais « **une teinte plate** ».

Comme nous l'avons dit précédemment, un basculement de l'un des miroirs M_1 ou M_2 produira le même effet : un basculement du front d'onde en sortie. Supposons que le basculement soit produit par le miroir M_1 . Ce basculement du front d'onde se traduit en terme d'écart normal par l'équation d'un plan de sorte que :

$$\Delta_R(x, y) = \sin(2\alpha_x)x + \sin(2\alpha_y)y$$

où (α_x, α_y) sont les angles de basculement du miroir respectivement dans les directions (x, y) . L'interférogramme présente donc des franges rectilignes telles que celles illustrées sur la figure 12.

Considérons maintenant que le miroir M_2 est légèrement défocalisé par une translation ϵ le long de l'axe optique. L'écart normal généré par cette défocalisation s'écrit [[Optical shop testing] [Principle of Optics, 7ème Edition]] :

$$\Delta_R(x, y) = \epsilon \frac{x^2 + y^2}{2p'^2}$$

Les notations sont illustrées sur la figure 24.

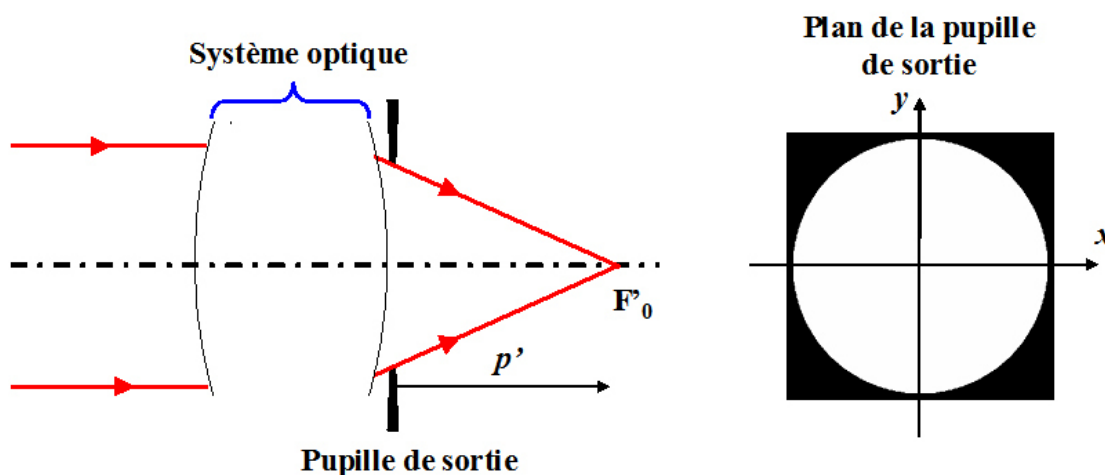
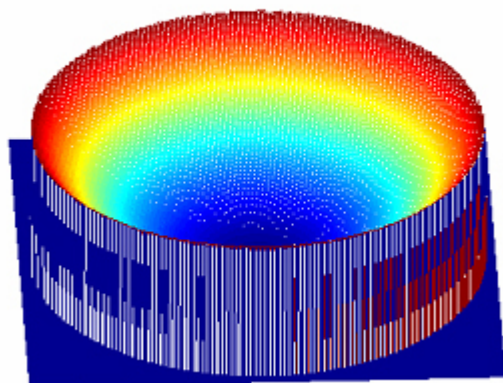


Figure 24 : Notations pour l'écart normal

La figure 25 illustre la forme du front d'onde et l'interférogramme obtenu avec la défocalisation du miroir M_2 .

Front d'onde



Interférogramme



Figure 25 : Écart normal de défocalisation et interférogramme

1.5. Interférogramme avec aberration sphérique du 3ème ordre

L'aberration sphérique est une **aberration d'ouverture**, c'est à dire qui apparaît pour l'image d'un point situé sur l'axe optique du système imageur dont le diamètre d'ouverture est grand (ouverture numérique supérieure à 0,35). Dans le cas où le système optique est entaché d'aberration sphérique du 3ème ordre, l'écart normal s'exprime par la relation suivante [[Optical shop testing] [Principle of Optics, 7ème Edition]] :

$$\Delta_o(x, y) = -a_1 \frac{(x^2 + y^2)^2}{4 p'^2}$$

où a_1 est le coefficient d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre.

La figure 26 illustre la forme du front d'onde et l'interférogramme en présence d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre.

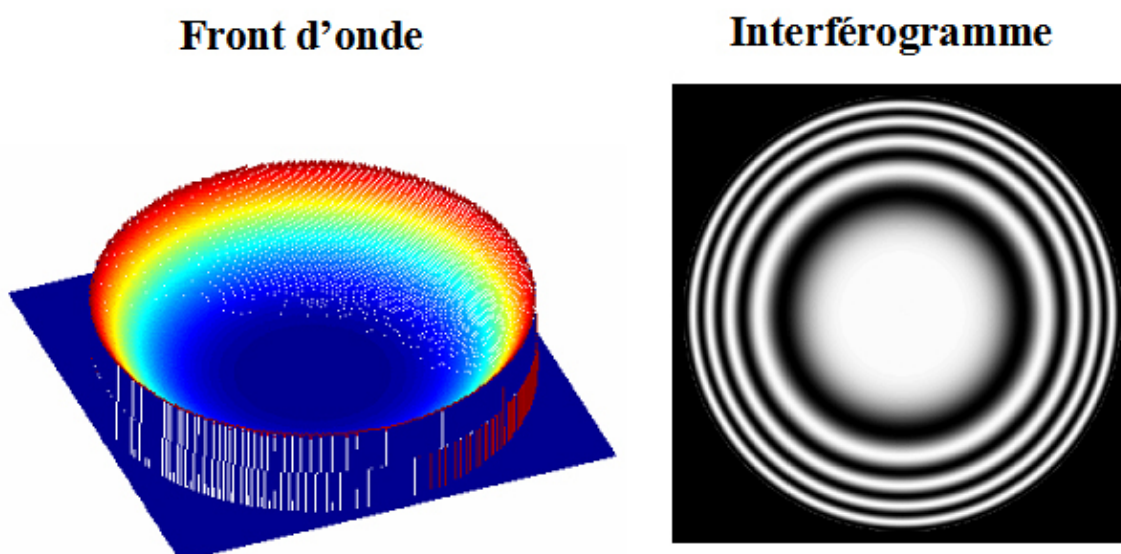


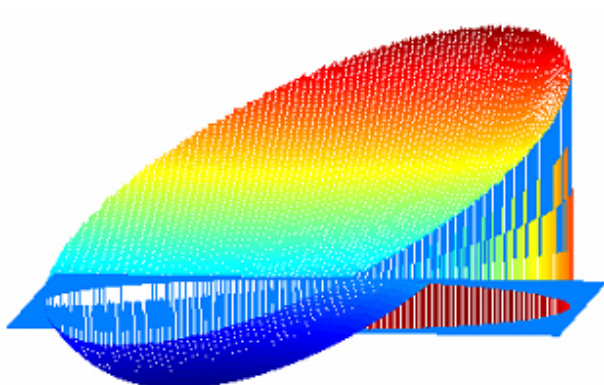
Figure 26 : Écart normal d'aberration sphérique du 3ème ordre

Si maintenant le miroir M_1 est basculé, la différence des fronts d'onde en sortie de l'interféromètre devient :

$$\Delta_o(x, y) - \Delta_R(x, y) = -a_1 \frac{(x^2 + y^2)^2}{4 p'^2} - \sin(2\alpha_x)x - \sin(2\alpha_y)y$$

La figure 27 illustre la forme du front d'onde et l'interférogramme en présence d'aberration sphérique du 3^{ème} ordre et d'un basculement du miroir M_1 .

Front d'onde



Interférogramme



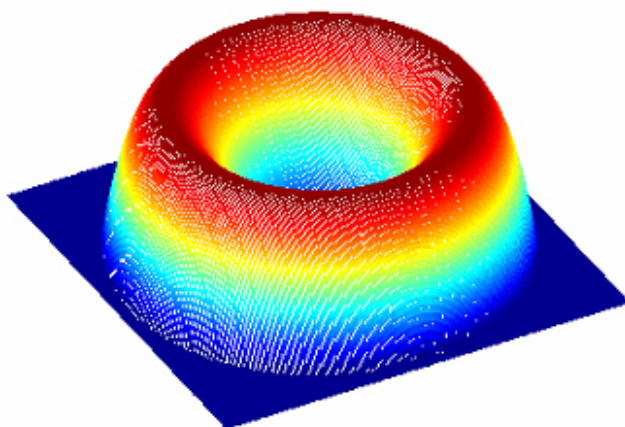
Figure 27 : Écart normal en présence d'aberration sphérique du 3ème ordre et d'un basculement de M1

Dans le cas où le miroir M_2 est légèrement défocalisé, la différence des fronts d'onde en sortie de l'interféromètre devient :

$$\Delta_O(x, y) - \Delta_R(x, y) = -a_1 \frac{(x^2 + y^2)^2}{4 p'^2} - \epsilon \frac{x^2 + y^2}{2 p'^2}$$

La figure 28 illustre la forme du front d'onde et l'interférogramme en présence d'aberration sphérique du 3ème ordre et d'une défocalisation du miroir M_2 .

Front d'onde



Interférogramme

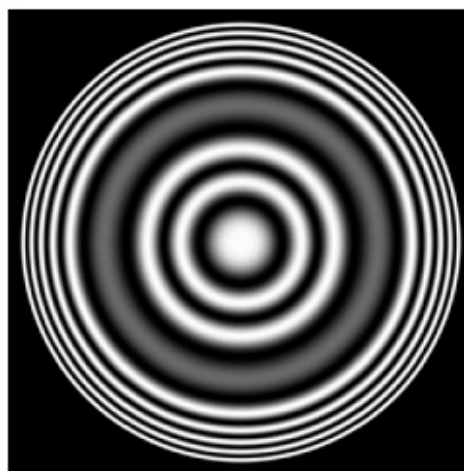


Figure 28 : Écart normal en présence d'aberration sphérique du 3ème ordre et d'un défaut de mise au point de M2

1.6. Interférogramme avec aberration de coma du 3ème ordre

L'aberration de coma (ou aberration d'aigrette) est une **aberration d'ouverture et de champ**, c'est à dire qui apparaît hors de l'axe. Dans la configuration présentée figure 22, il n'est pas possible de mettre en évidence la coma. Le montage doit être adapté pour simuler la présence d'une image étendue $A'_0B'_0 = y'$. Pour ce faire il suffit de tourner le système optique d'un angle θ . Ainsi les rayons parallèles à l'axe de l'interféromètre convergent vers le point image B'_0 , qui est confondu avec le centre de courbure du miroir M_2 et le pied de l'image, A'_0 , étant situé au foyer paraxial du système. La taille de l'image est $y' = -\theta f'$. L'écart normal de coma s'exprime par la relation suivante [[Optical shop testing] [Principle of Optics, 7ème Edition]] :

$$\Delta_o(x, y) = -b_1 y' \frac{y(x^2 + y^2)}{p^3}$$

où b_1 est le coefficient d'aberration de coma du 3^{ème} ordre.

La figure 29 montre la configuration expérimentale pour la mesure de la coma.

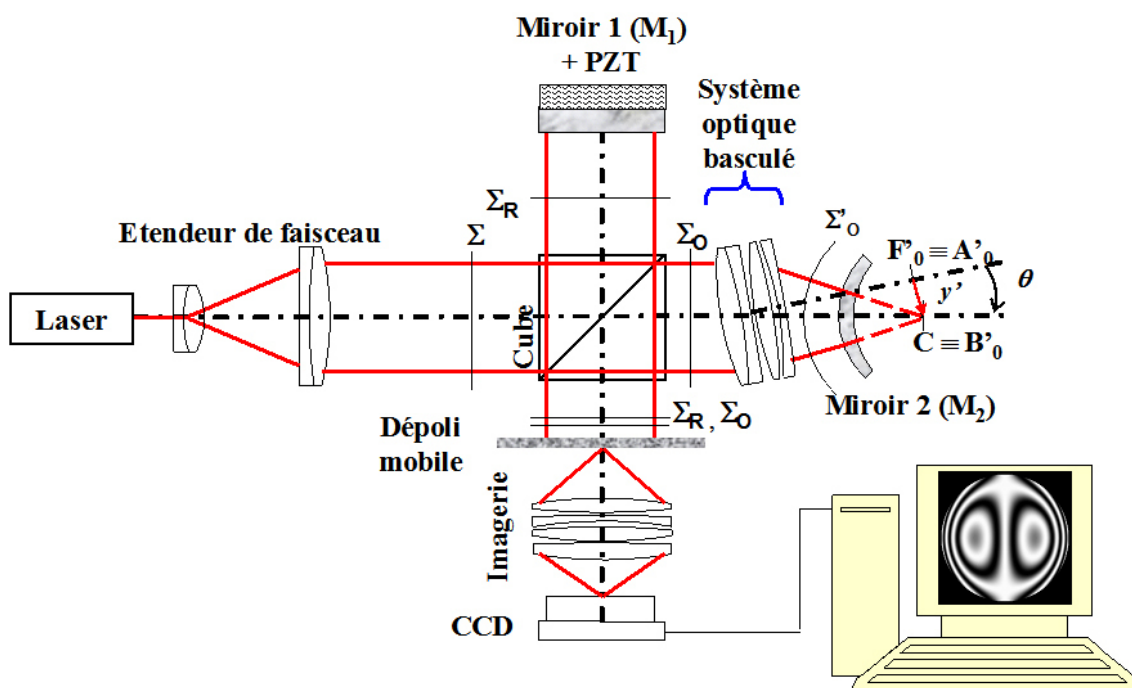


Figure 29 : Configuration pour la mesure de la coma

La figure 30 illustre la forme du front d'onde et l'interférogramme en présence d'aberration de coma du 3^{ème} ordre. La configuration initiale correspond au cas où l'image paraxiale est confondue avec le centre de courbure de M_2 : on peut donc déplacer le centre de courbure dans la tache de coma et étudier l'aberration. Ce déplacement sera effectué par un basculement de M_2 .

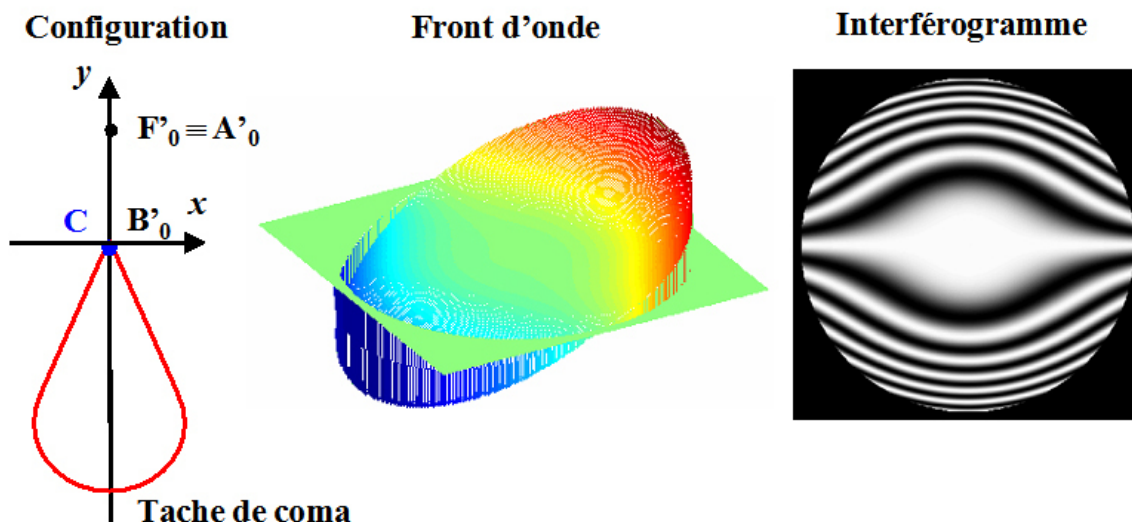


Figure 30 : Écart normal d'aberration de coma du 3ème ordre

Avec un basculement de M_2 pour mettre C en dehors de la tache de coma, le front d'onde d'aberration devient :

$$\Delta_o(x, y) = -b_1 y' \frac{y(x^2 + y^2)}{p'^3} - \sin(2\alpha_y) y$$

La figure 31 illustre ce cas.

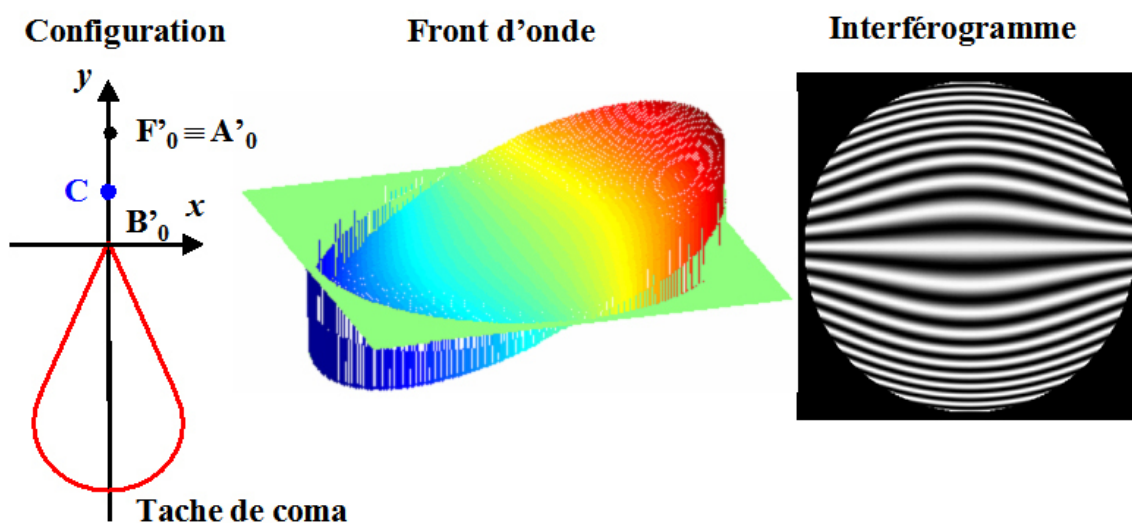


Figure 31 : Écart normal en présence d'aberration de coma du 3ème ordre et d'un basculement de M_2 (C en dehors de la tache de coma)

La figure 32 montre l'écart normal et l'interférogramme obtenu lorsque C est à l'intérieur de la tache de coma.

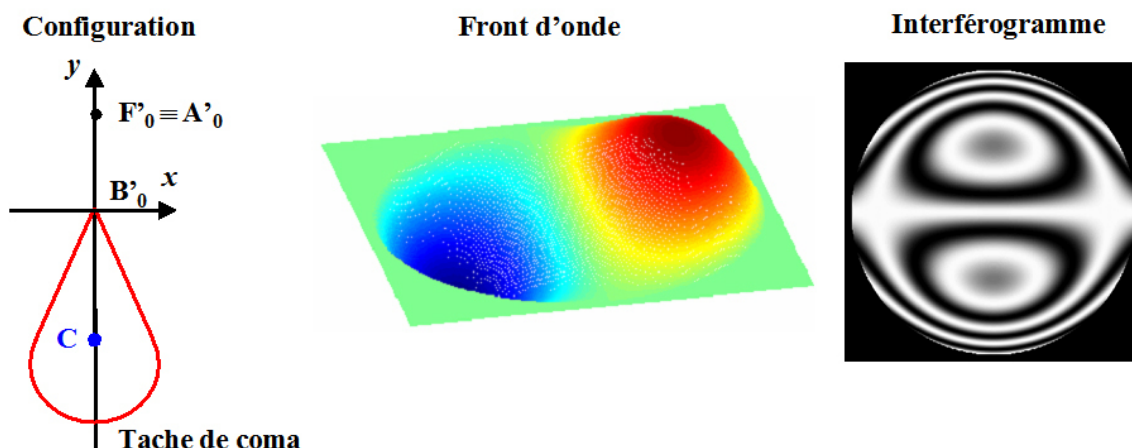


Figure 32 : Écart normal en présence d'aberration de coma du 3ème ordre et d'un basculement de M2 (C à l'intérieur de la tache de coma)

La figure 33 montre l'écart normal et l'interférogramme obtenu lorsque C est déplacé hors du plan méridien et hors de la tache de coma.

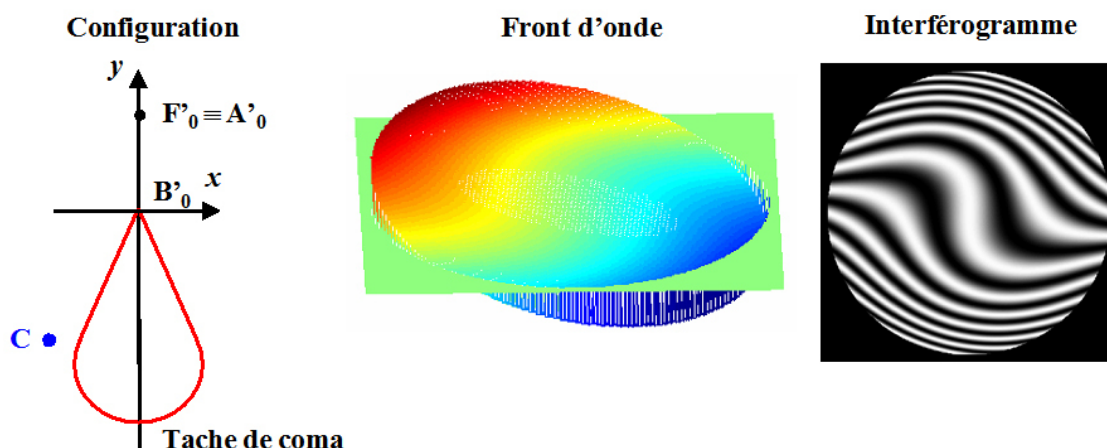


Figure 33 : Écart normal en présence d'aberration de coma du 3ème ordre et d'un basculement de M2 (C hors de la tache et du plan méridien)

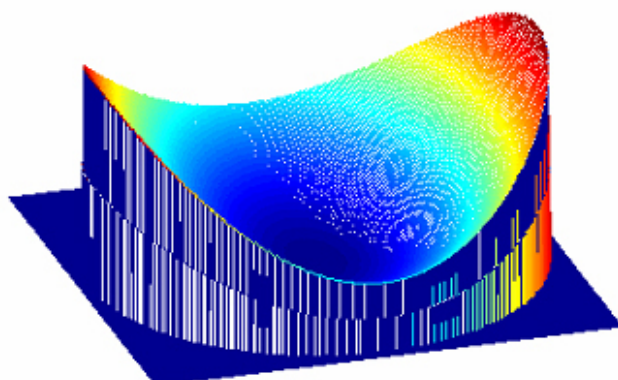
1.7. Interférogramme avec aberration d'astigmatisme du 3ème ordre

L'aberration d'astigmatisme est également une **aberration d'ouverture et de champ**, c'est à dire qui apparaît pour le point hors de l'axe. L'écart normal d'astigmatisme s'exprime par la relation suivante [[Optical shop testing] [Principle of Optics, 7ème Edition]] :

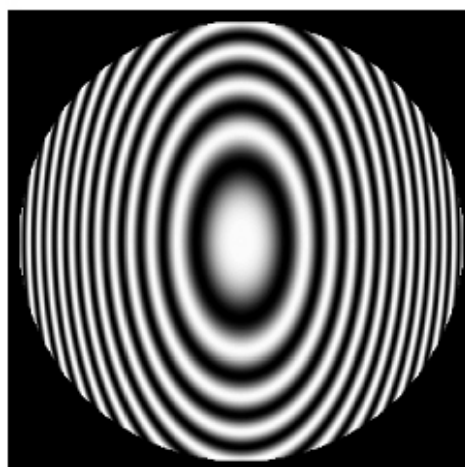
$$\Delta_o(x, y) = -\frac{1}{2p'^2}(x^2t' + y^2s')$$

où t' et s' sont les positions des foyers tangentiel et sagittal par rapport au plan focal paraxial. La figure 34 illustre la forme du front d'onde et l'interférogramme en présence d'astigmatisme du 3ème ordre, lorsque le centre de courbure du miroir est confondu avec l'image paraxiale B'_0 .

Front d'onde



Interférogramme



Configuration

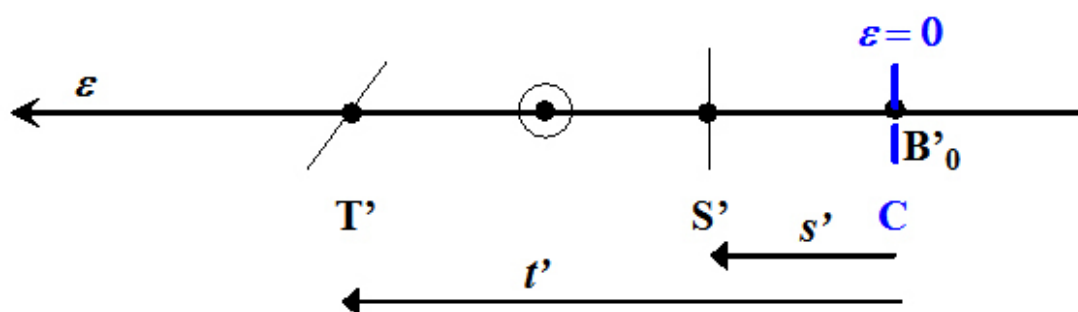


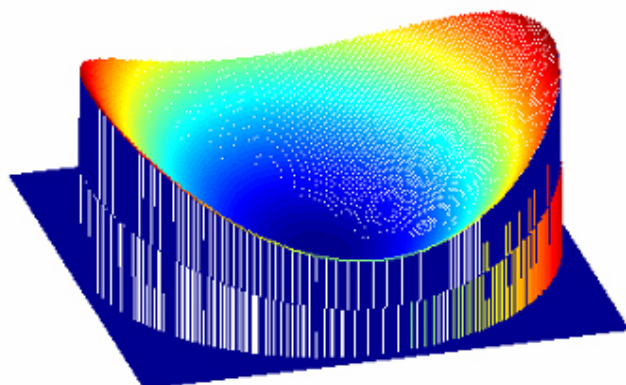
Figure 34 : Écart normal en présence d'aberration d'astigmatisme du 3ème ordre

Dans le cas où on défocalise le miroir sphérique M_2 , l'écart normal devient :

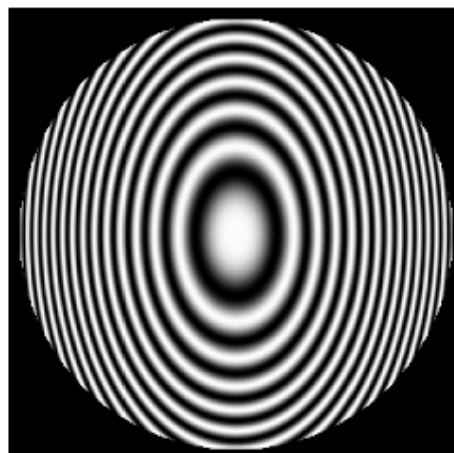
$$\Delta_o(x, y) = -\frac{1}{2p'^2}(x^2(t' - \epsilon) + y^2(s' - \epsilon))$$

Pour $\epsilon < 0$, le centre de courbure est au delà de l'image paraxiale, la surface d'onde est torique et les franges sont des ellipses, comme l'illustre la figure 35.

Front d'onde



Interférogramme



Configuration

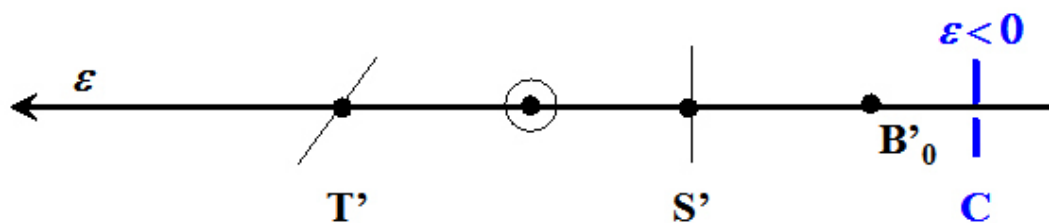
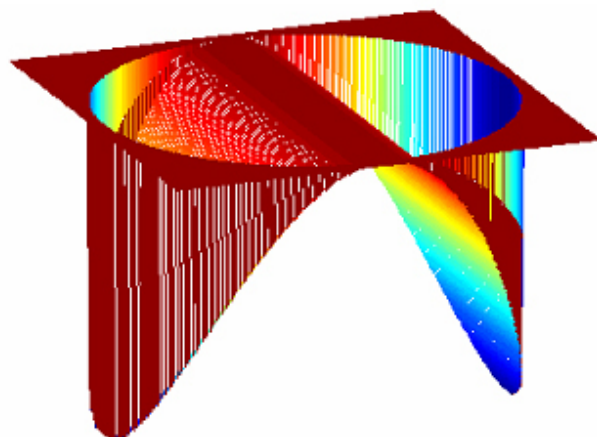


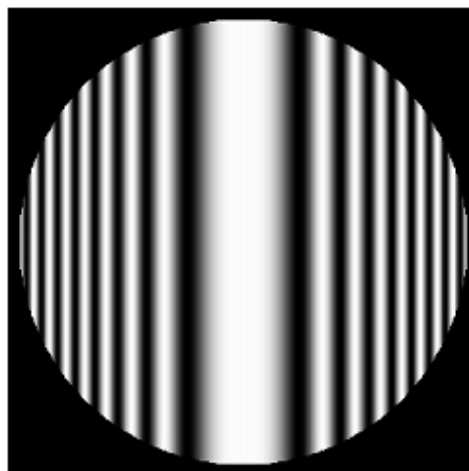
Figure 35 : Écart normal et interférogramme pour $e < 0$

Lorsque $\epsilon = s'$, la surface d'onde est cylindrique d'axe vertical et les franges sont rectilignes et verticales, le centre de courbure du miroir M_2 est alors sur la focale sagittale (figure 36).

Front d'onde



Interférogramme



Configuration

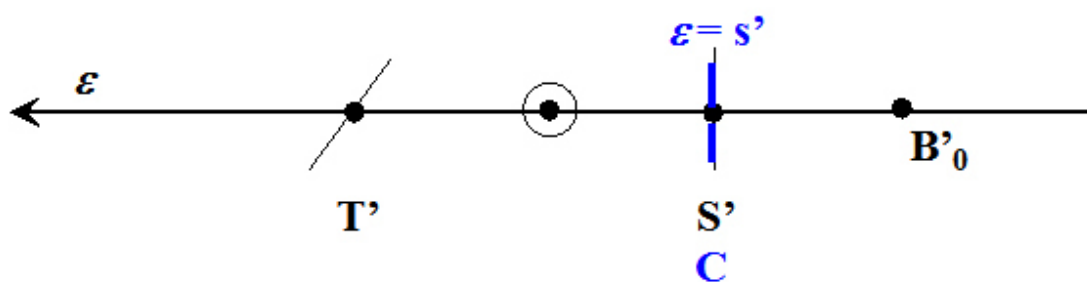
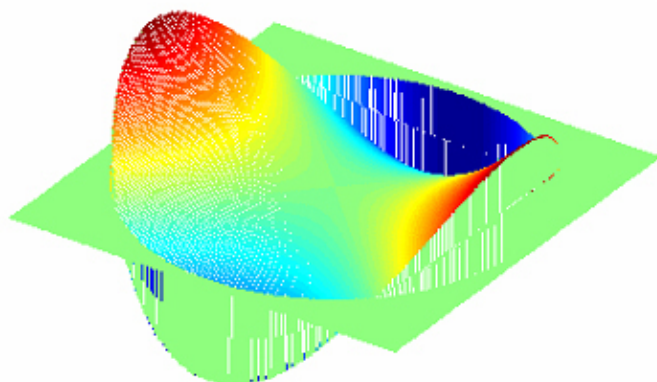


Figure 36 : Écart normal et interférogramme pour $\epsilon = s'$

Lorsque $\epsilon = (s' + t')/2$, la surface d'onde est un tore en diabolo et les franges sont en forme de croix, le centre de courbure du miroir M_2 est alors sur le cercle de moindre diffusion situé à mi distance des focales sagittale et tangentielle (figure 37).

Front d'onde



Interférogramme



Configuration

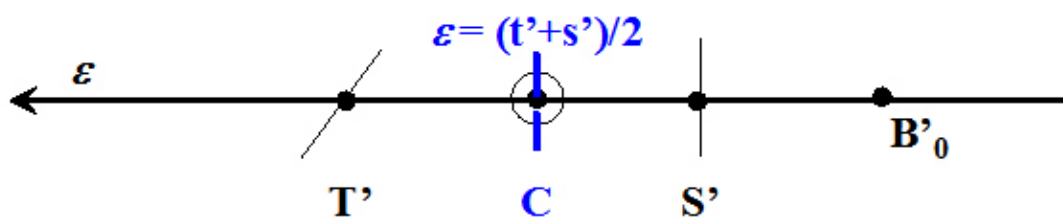
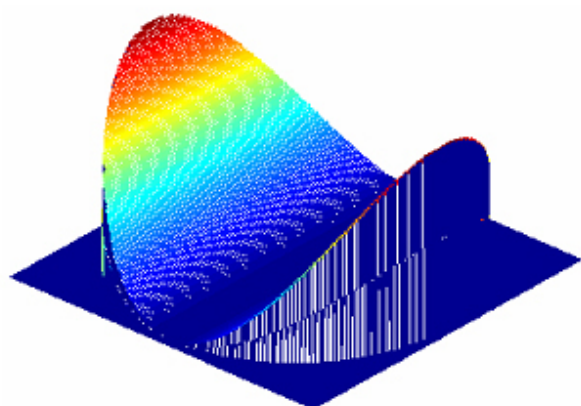


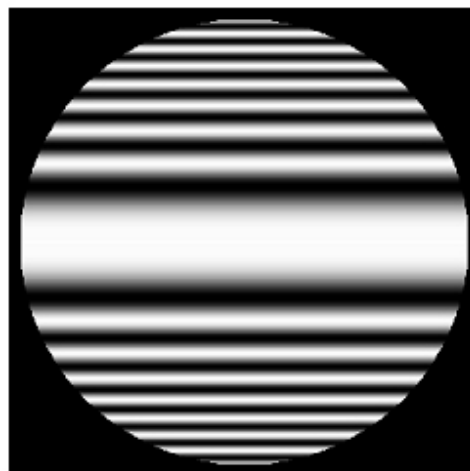
Figure 37 : Écart normal et interférogramme pour $\epsilon = (s'+t')/2$

Lorsque $\epsilon = t'$, la surface d'onde est à nouveau cylindrique mais d'axe horizontal et les franges sont rectilignes et horizontales, le centre de courbure du miroir M_2 est alors sur la focale tangentielle (figure 38).

Front d'onde



Interférogramme



Configuration

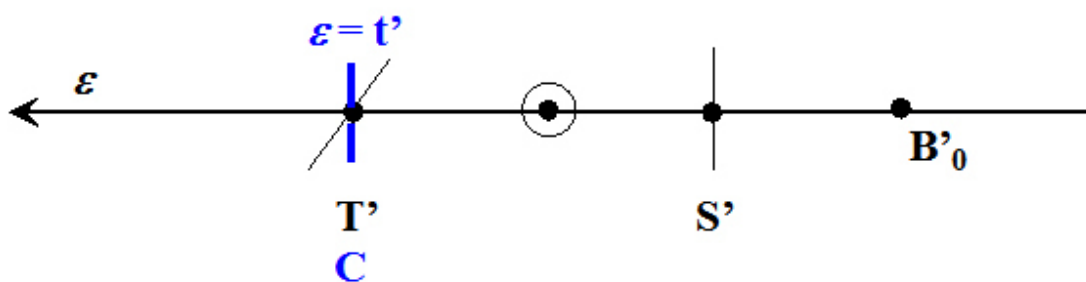
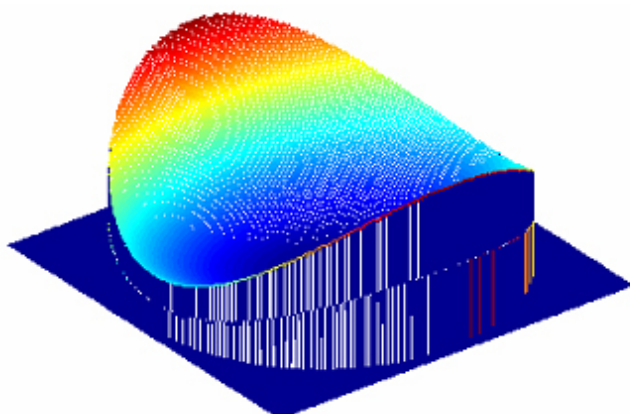


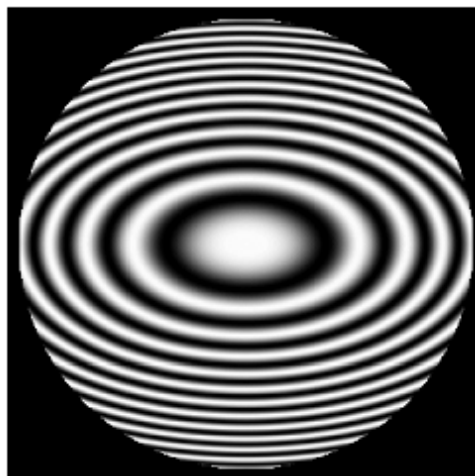
Figure 38 : Écart normal et interférogramme pour $\epsilon = t'$

Enfin, lorsque $\epsilon > t'$, le centre de courbure du miroir est entre le système optique et la focale tangentielle, la surface d'onde est à nouveau torique et les franges sont elliptiques avec un grand axe horizontal (figure 39).

Front d'onde



Interférogramme



Configuration

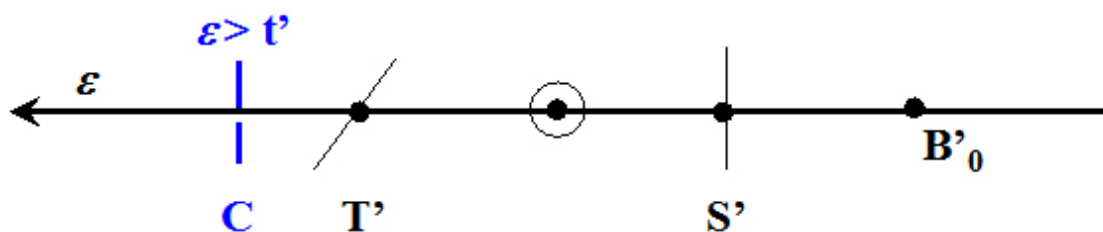


Figure 39 : Écart normal et interférogramme pour $\epsilon > t'$

2. Spectrométrie par transformée de Fourier

Une application des interféromètres concerne la spectrométrie par transformée de Fourier. La spectrométrie est la mesure du spectre d'un rayonnement. Comme nous l'avons vu dans le cours « **Interférences : Fondamentaux** », la cohérence de la source lumineuse, donc son spectre, influence fortement l'interférogramme observé lorsque l'on fait varier la différence de chemin optique. La spectrométrie par transformée de Fourier est une application directe du théorème de Wiener-Khintchine. D'après le cours « **Interférences : Fondamentaux** », l'interférogramme s'écrit

$$I(\delta) = a \Re[\tilde{S}_s(0)] + b \Re[\tilde{S}_s(\delta)]$$

où $\tilde{S}_s(\delta)$ est la transformée de Fourier de la densité spectrale d'énergie de la source, $S_s(\sigma)$, et $\tilde{S}_s(0)$ est la valeur de $\tilde{S}_s(\delta)$ pour $\delta = 0$.

Comme l'interférogramme s'écrit aussi sous la forme

$$I(\delta) = A + \frac{b}{2} \tilde{S}_s(\delta) + \frac{b}{2} \tilde{S}_s^*(\delta)$$

La transformée de Fourier inverse de $I(\delta)$ devient

$$TF^{-1}[I(\delta)](\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(\delta) \exp(2i\pi\delta\sigma) d\delta = A\delta(\sigma) + \frac{b}{2}S_s(\sigma) + \frac{b}{2}S_s(-\sigma)$$

La transformée de Fourier est une fonction trimodale dont la partie des $\sigma > 0$ est proportionnelle au spectre de la source. Pratiquement, on enregistre l'interférogramme sur une différence de marche totale δ_{max} et le signal est numérisé sur N points d'échantillonnage, ensuite on calcule le spectre par une transformée de Fourier discrète (algorithmes FFT). La résolution spectrale atteignable avec cette technique dépend de la fonction de filtrage de la transformée de Fourier discrète.

Remarque

Notons $\tilde{W}_N(\sigma)$ cette fonction, on a [[Méthodes et Techniques de Traitement du Signal et Application aux Mesures Physiques, Tome 1 - Principes Généraux et Méthodes Classiques]] :

$$|\tilde{W}_N(\sigma)| = \left| \frac{\sin(\pi\delta_{max}\sigma)}{\sin(\pi\delta_{max}\sigma/N)} \right| \simeq N |\text{sinc}(\pi\delta_{max}\sigma)|$$

La fonction $\tilde{W}_N(\sigma)$ est la fonction de raie dans le spectre calculé par FFT. La largeur de la fonction de raie est donnée par $\Delta\sigma = 1/\delta_{max}$. Ainsi le pouvoir de résolution du spectromètre est donné par

$$R_0 = \frac{\sigma}{\Delta\sigma} = \sigma\delta_{max} = \frac{\delta_{max}}{\lambda}$$

Complément

Le pouvoir de résolution dépend donc du rapport entre la différence de chemin optique enregistrée et la longueur d'onde moyenne de la source : il est égal au nombre de franges enregistrées.

Complément

Un dispositif expérimental permettant d'appliquer cette technique est décrit figure 40.

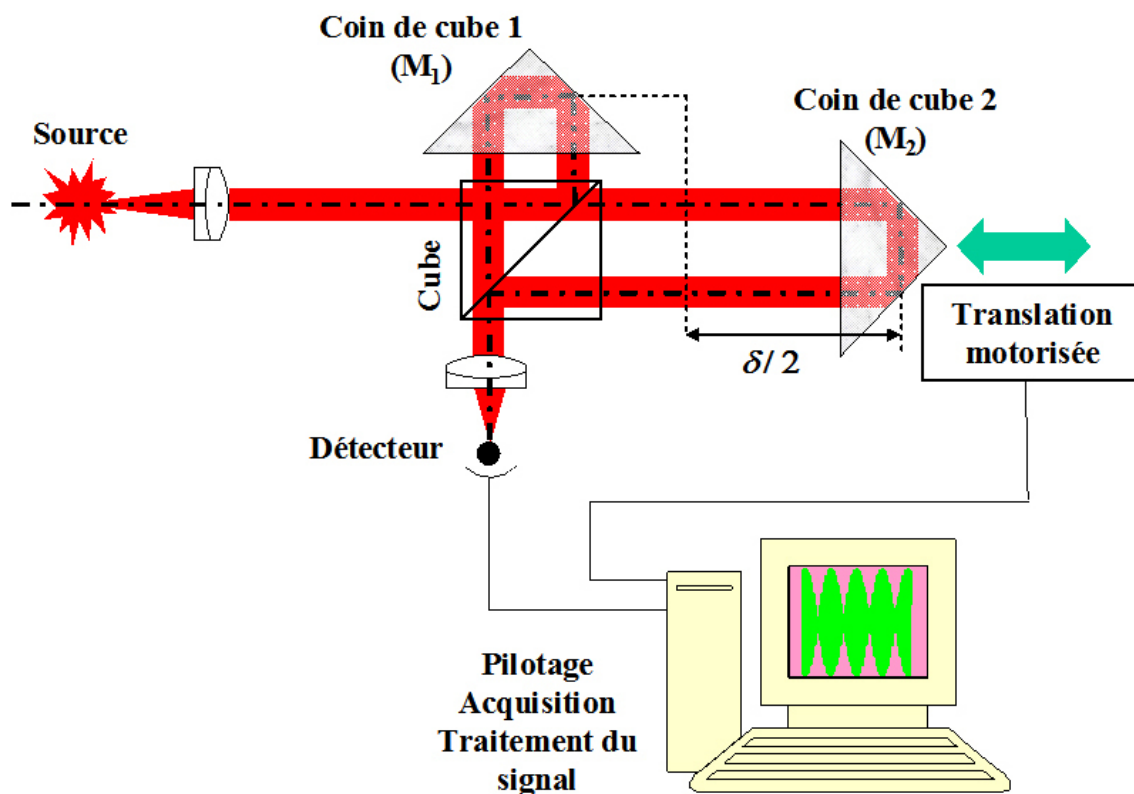


Figure 40 : Spectromètre par transformée de Fourier

Les miroirs plans du Michelson classique sont remplacés par deux coins de cube qui ont la particularité de renvoyer la lumière dans la direction opposée. Le coin de cube n°2 est monté sur une platine de translation pilotée par l'ordinateur. Pour un déplacement du cube de $\delta/2$, on produit une différence de chemin optique de δ . L'utilisation de coins de cube permet de translater le cube-miroir sans avoir à le ré-aligner à chaque translation. L'acquisition du signal par le détecteur est pilotée par le PC de façon synchrone avec la translation du cube.

A titre d'illustration, la figure 41 montre l'interférogramme obtenu avec une lampe à vapeur de sodium basse pression.

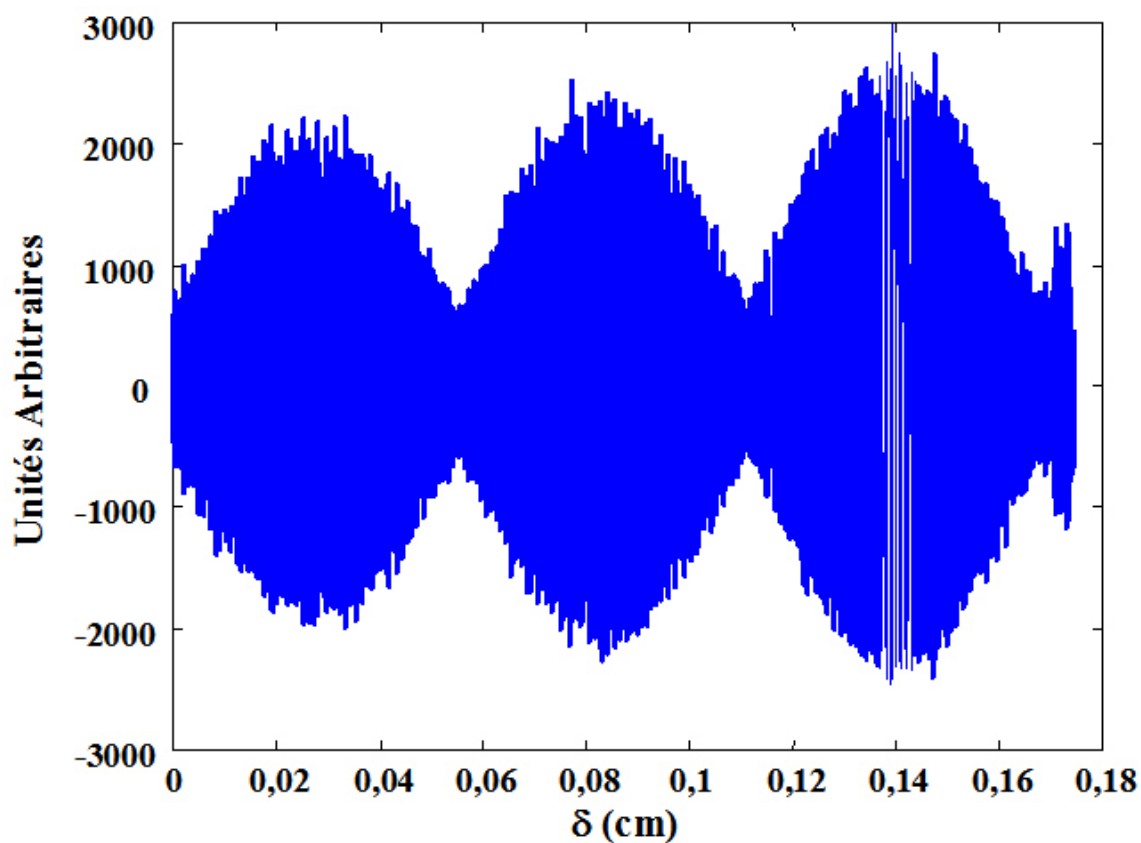


Figure 41 : Interférogramme de la lampe au sodium

Le calcul du spectre par FFT donne le résultat de la figure 42. On observe bien la symétrie du spectre.

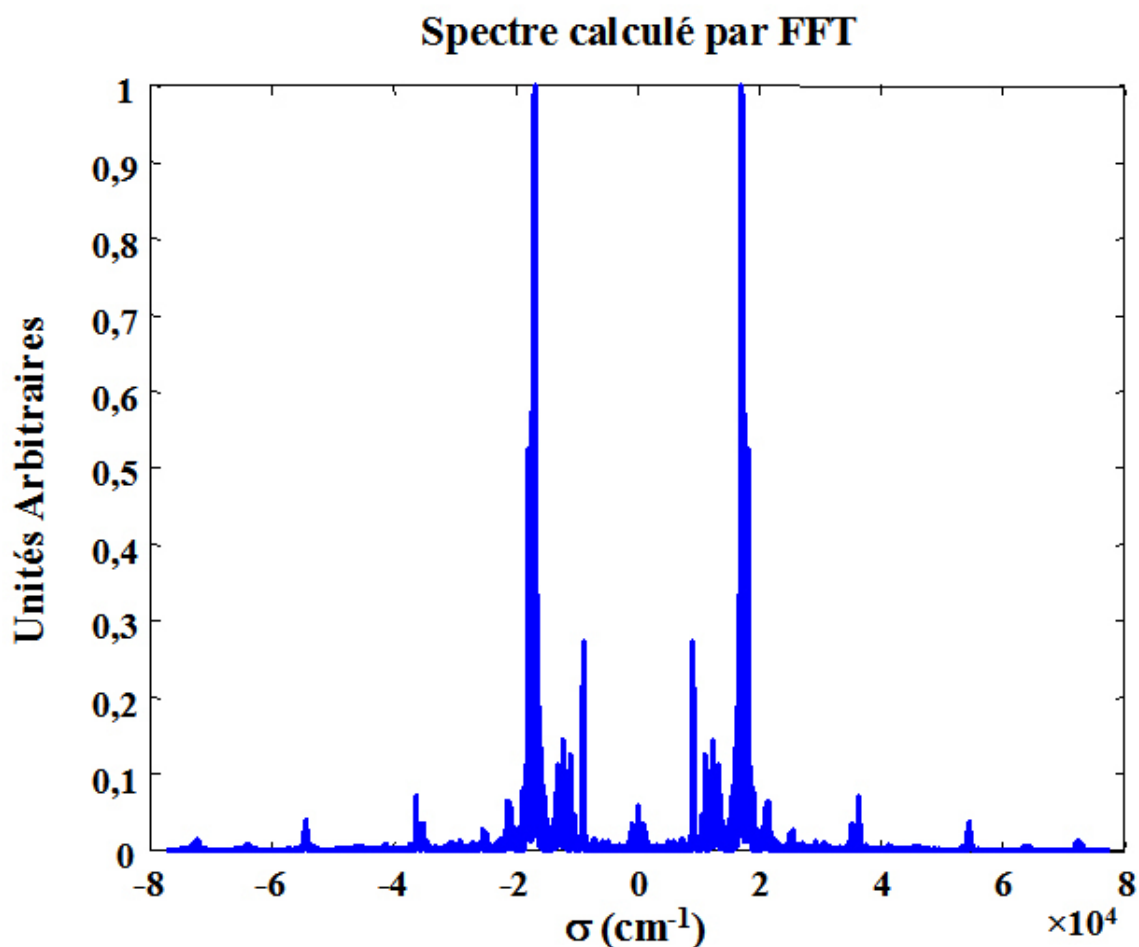


Figure 42 : Spectre de la lampe au sodium calculé par FFT de l'interférogramme

Après extraction de la partie des nombres d'ondes positifs, le spectre de la source en fonction du nombre d'onde et de la longueur d'onde est donné sur la figure 43.

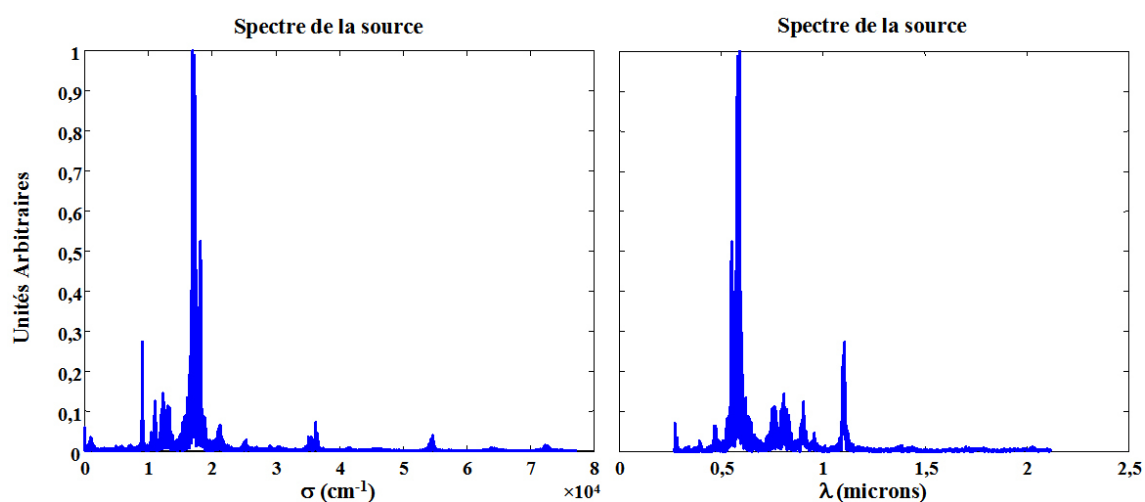


Figure 43 : Spectre de la source au sodium en fonction du nombre d'onde et de la longueur d'onde

Une seconde illustration concerne une lampe à incandescence, dont l'interférogramme mesuré est donné sur la figure 44.

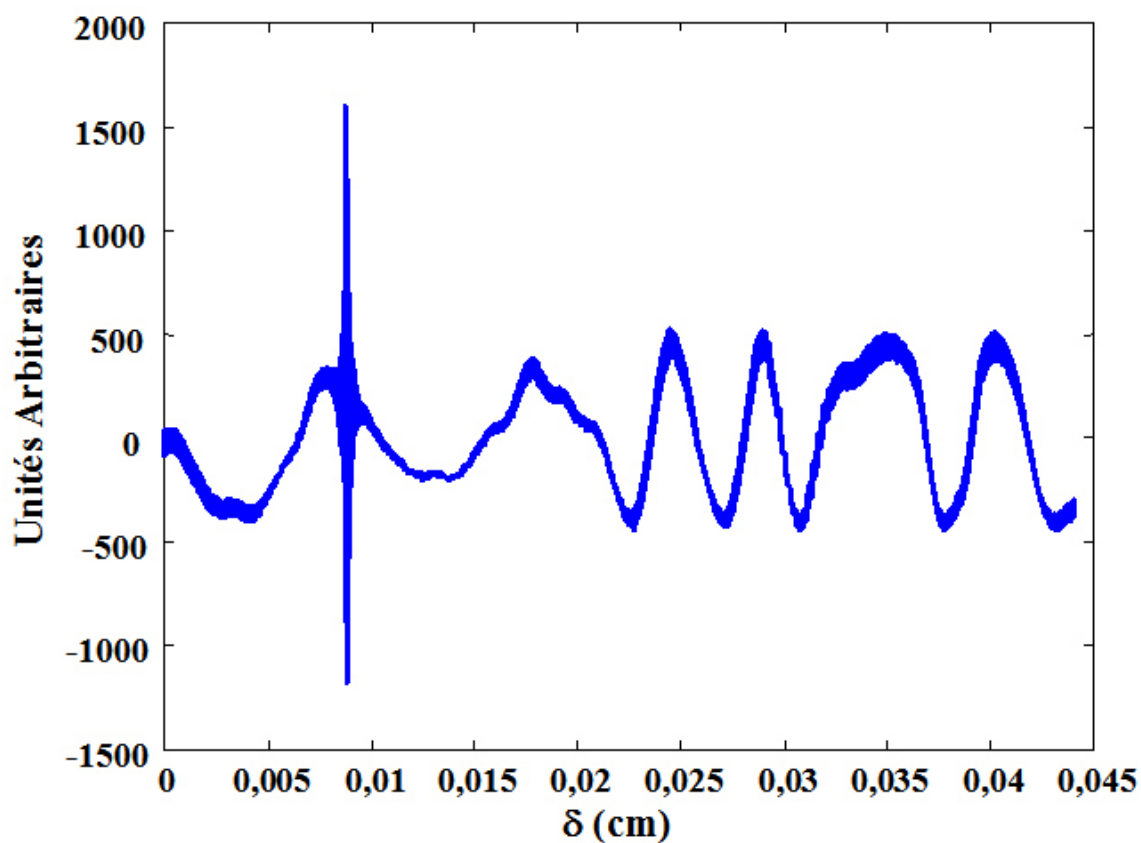


Figure 44 : Interférogramme de la lampe à incandescence

Après calcul numérique, le spectre de la source en fonction de la longueur d'onde est représenté sur la figure 45.

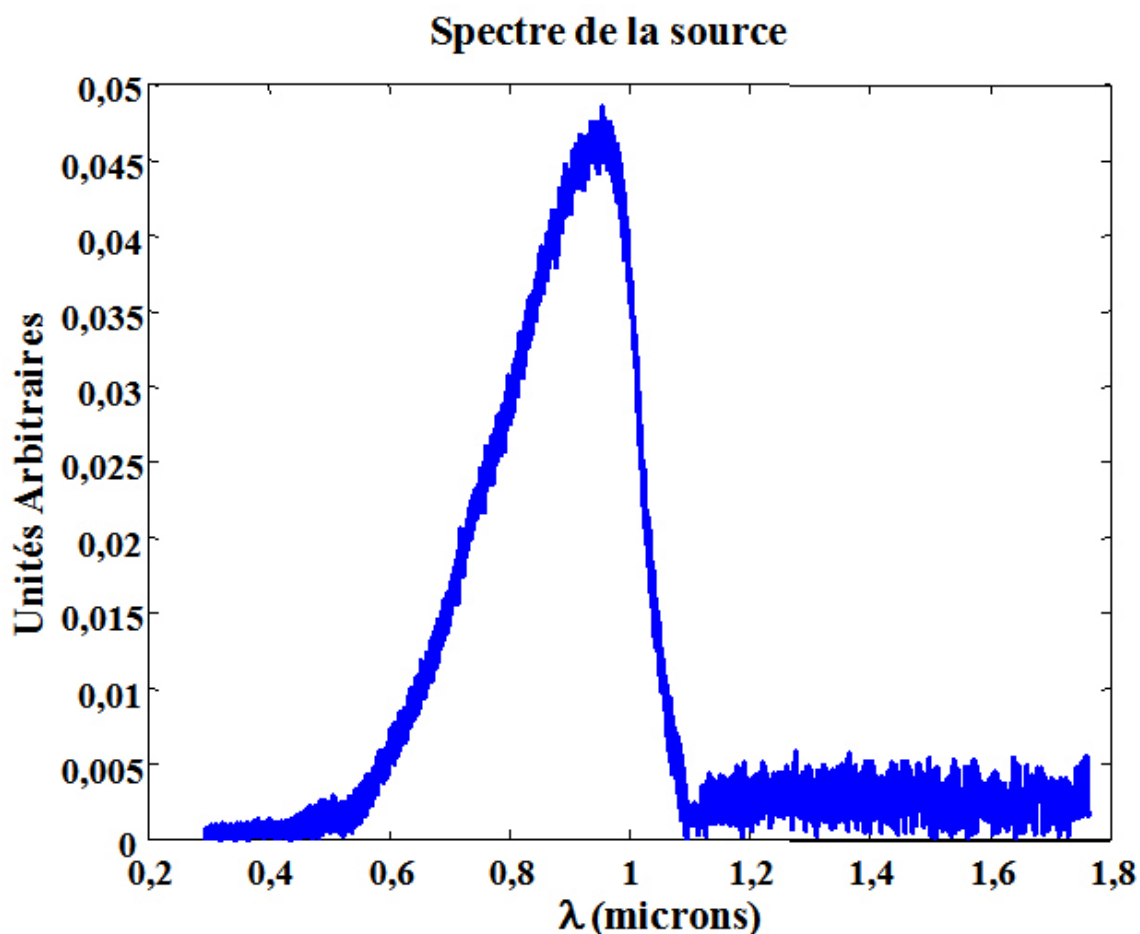


Figure 45 : Spectre de la lampe à incandescence

Ce dernier résultat appelle un commentaire issu de l'observation du spectre en fonction de la longueur d'onde. La lampe à incandescence est une source de type corps noir dont la bande spectrale est très large et couvre de l'UV jusqu'à l'IR. Or le résultat de la figure 45 montre que le spectre s'atténue brutalement vers $1,1 \mu\text{m}$. Ceci est dû à la bande spectrale de sensibilité du détecteur à base de silicium qui coupe à cette longueur d'onde, et qui est utilisé dans le dispositif de la figure 40. On constate ainsi que le spectre mesuré est influencé par la sensibilité spectrale du capteur. En toute rigueur il faut corriger la mesure et traiter le spectre en le divisant par la sensibilité du capteur pour toutes les longueurs d'ondes mesurables. Ce traitement n'a pas été appliqué pour les résultats présentés dans cette étude de cas.

3. Spectromètre de Fabry-Pérot

L'interféromètre à ondes multiples de Fabry-Pérot peut être utilisé comme un spectromètre. La configuration expérimentale est décrite figure 46. Le Fabry-Pérot est de type **confocal** : les miroirs sont sphériques de mêmes rayons de courbure et leurs foyers sont confondus, la cavité est stable de sorte que la lumière peut effectuer une infinité d'aller-retours en restant confinée au voisinage de l'axe optique.

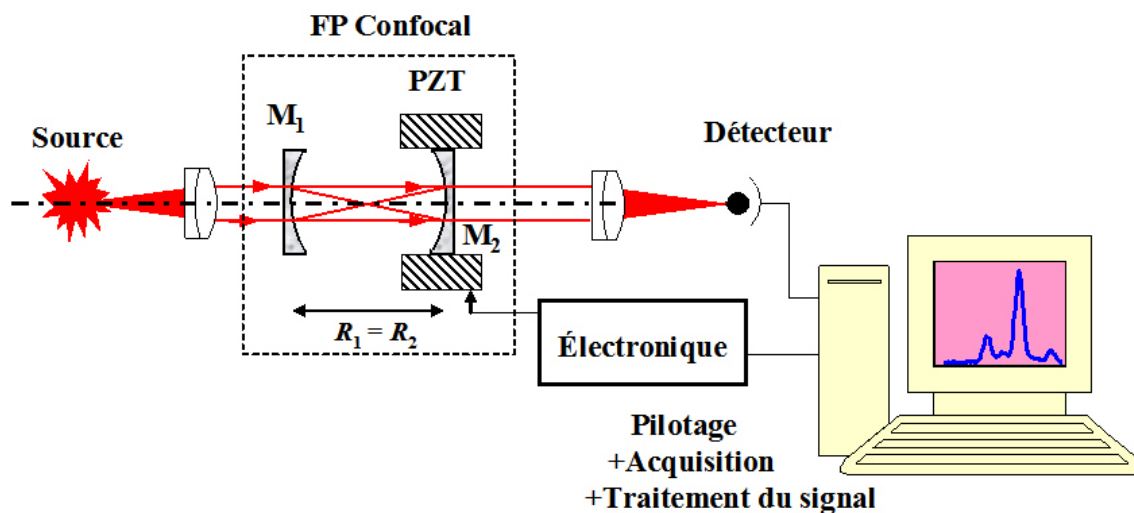


Figure 46 : Spectromètre de Fabry-Pérot

L'un des miroirs est monté sur un transducteur piézoélectrique qui permet de faire varier l'épaisseur de la cavité et d'effectuer un balayage spectral. La tension de pilotage du PZT est une rampe et pour chaque fréquence du spectre en phase avec la longueur instantanée de la cavité l'intensité lumineuse sur le détecteur est maximale.

A titre d'illustration, la figure 47 illustre le principe dans le cas d'un laser HeNe multimodes. La figure 47b montre la rampe de tension qui pilote le PZT et en figure 47a on observe le spectre du laser.

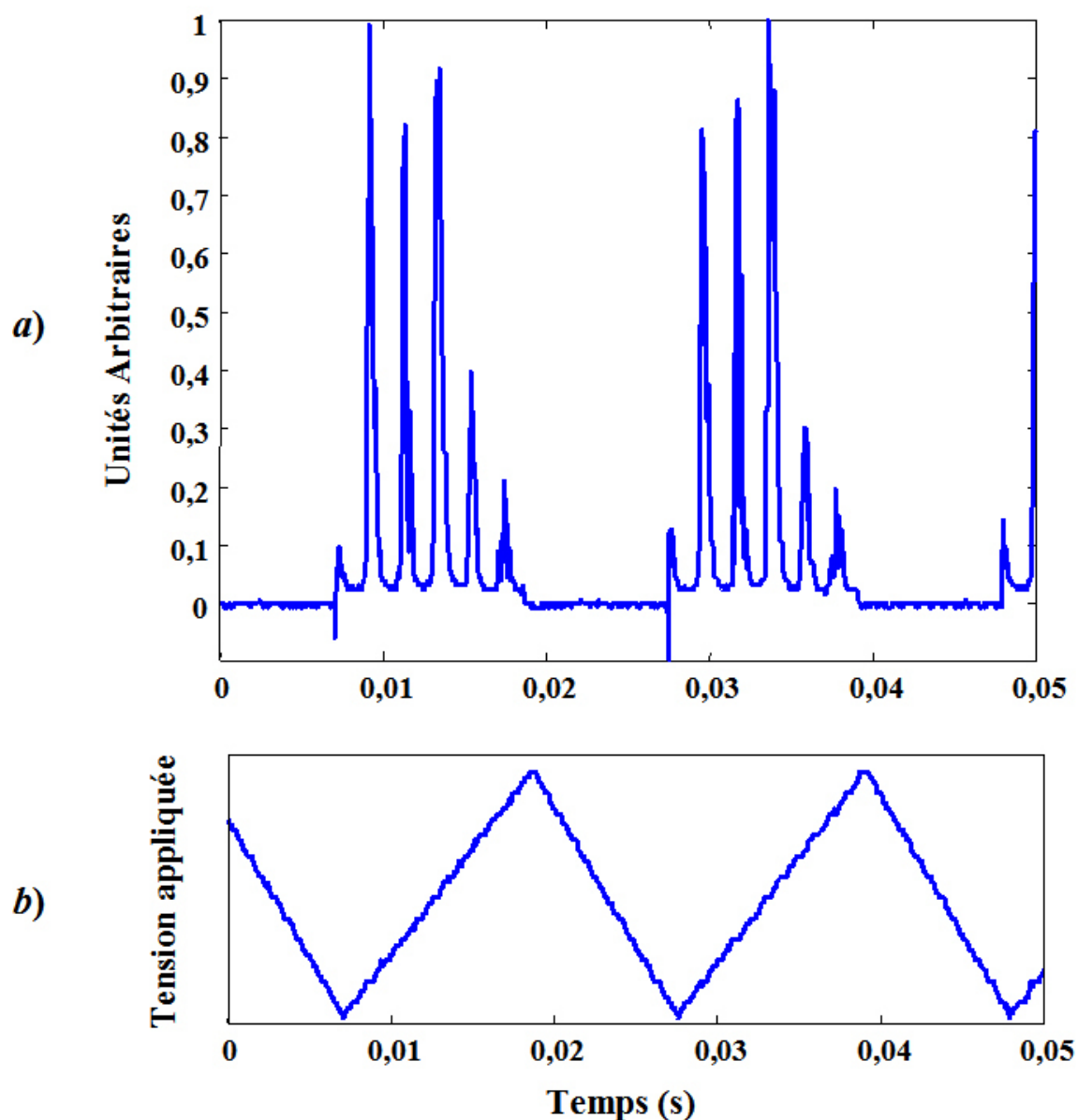


Figure 47 : Spectre obtenu par balayage

La figure 48 correspond à une période du signal observé en figure 47a. L'axe horizontal est donné en nombre d'onde par correspondance entre l'échelle temporelle et l'échelle fréquentielle. En effet, une période du signal de la figure 47 correspond à l'intervalle spectral libre du Fabry-Pérot.

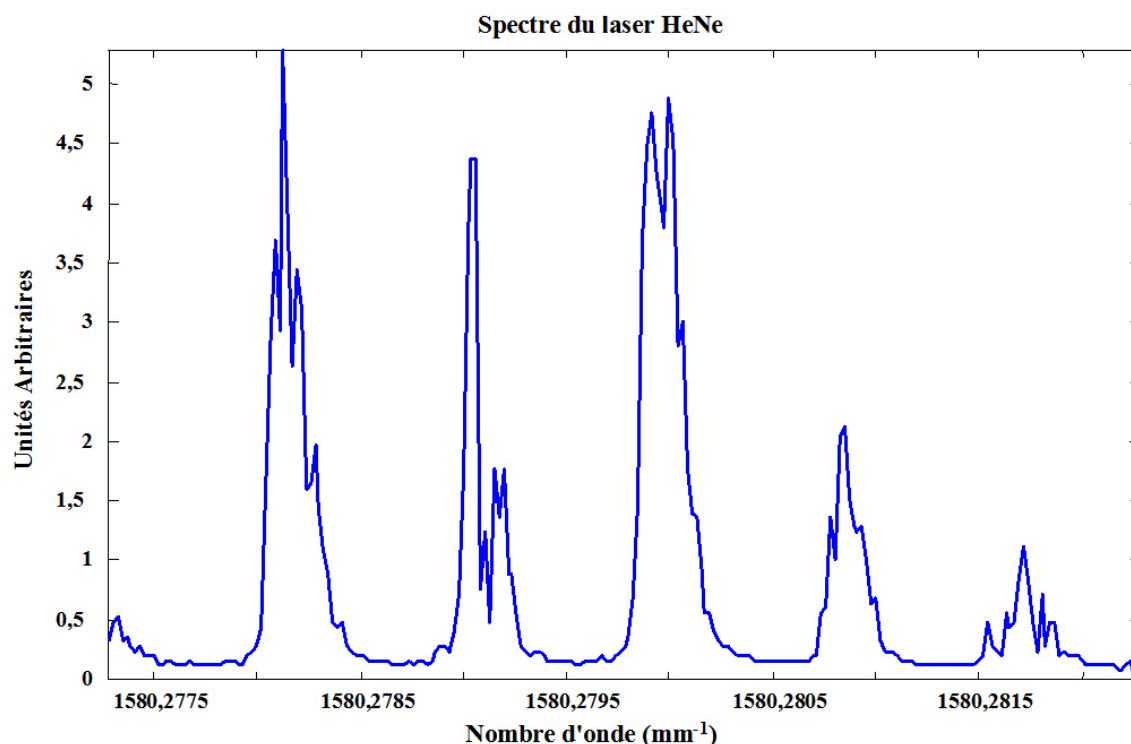


Figure 48 : Spectre du laser HeNe

Les caractéristiques du spectromètre présenté ici sont les suivantes :

- intervalle spectral libre $\Delta\nu = 1,5 \text{ GHz}$ soit $\Delta\sigma = 0,005 \text{ mm}^{-1}$
- finesse $F = 200$
- résolution instrumentale $\delta\nu = 7,5 \text{ MHz}$ soit $\delta\sigma = 2,5 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$
- échantillonnage numérique $\delta\nu = 6,72 \text{ MHz}$ soit $\delta\sigma = 2,24 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$

Comme l'épaisseur de la cavité d'air constituée par les deux miroirs est $ne = R_1$, le pouvoir de résolution du spectromètre est donné par (voir figure 18 pour les notations)

$$R_0 = \frac{\sigma}{\delta\sigma} = \frac{\sigma}{\Delta\sigma} F = \frac{2R_1}{\lambda} F$$

Il est proportionnel à la finesse de l'interféromètre et dépend de la longueur d'onde moyenne analysée.

Attention

A partir de la mesure du spectre il est possible de calculer le degré de cohérence de la source ainsi que sa longueur de cohérence.

D'après le cours « **Interférences : fondamentaux** », le degré de cohérence est donné par :

$$\gamma_{c,t}(\delta) = \Re \left[\frac{\tilde{S}_0(\delta)}{\tilde{S}_0(0)} \right]$$

où $\tilde{S}_0(\delta)$ est la transformée de Fourier de $S_0(\sigma)$, enveloppe spectrale du rayonnement.

La longueur de cohérence de la source peut être estimée par :

$$l_c = \int_{-\infty}^{+\infty} |\gamma_{c,t}(\delta)|^2 d\delta$$

Considérant que la mesure du spectre par le Fabry-Pérot donne accès directement à la quantité $S_0(\sigma)$, le degré de cohérence est calculé par une transformée de Fourier discrète du spectre mesuré. La figure 49 montre le degré de cohérence du laser HeNe calculé à partir du résultat de la figure 48.

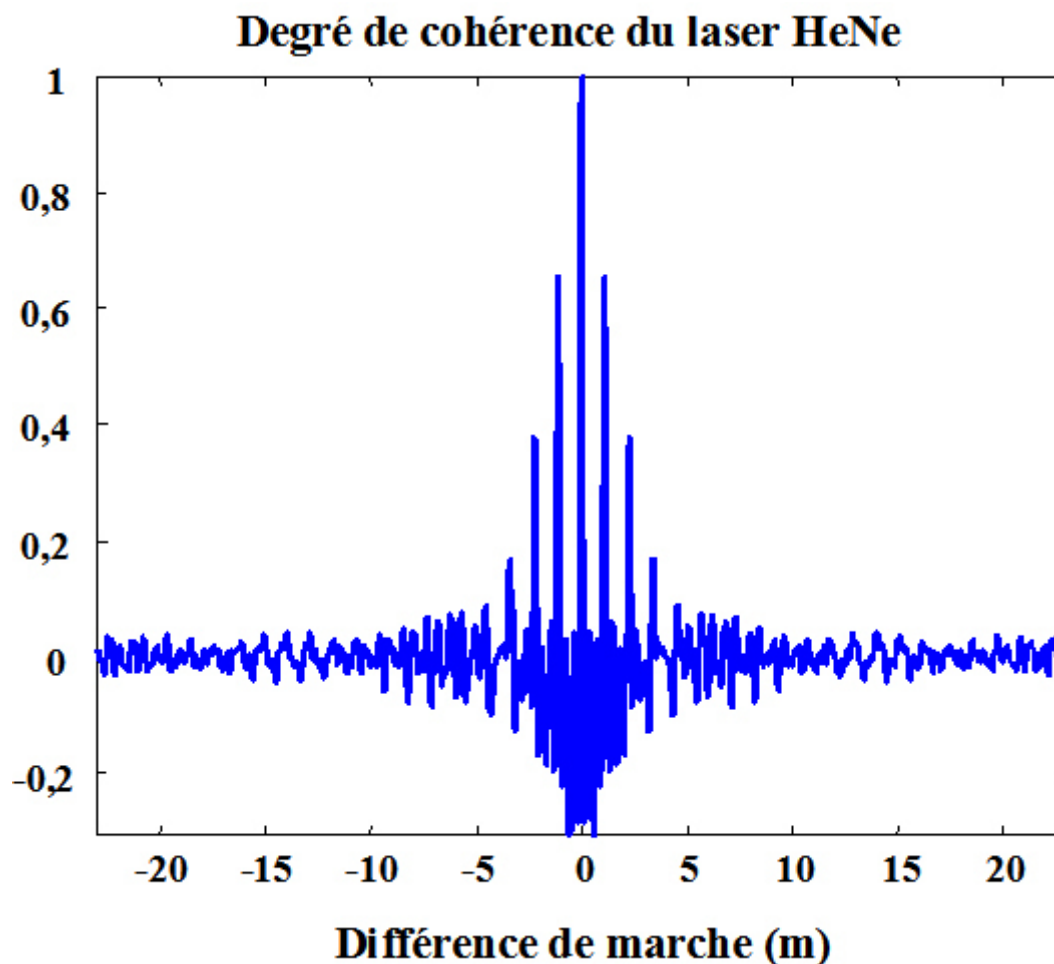


Figure 49 : Degré de cohérence du laser HeNe

La longueur de cohérence calculée numériquement à partir du degré de cohérence est estimée égale à $l_c \approx 33,7$ cm.

Une seconde illustration concerne une diode laser à $\lambda = 661$ nm dont le spectre mesuré par l'interféromètre est illustré sur la figure 50.

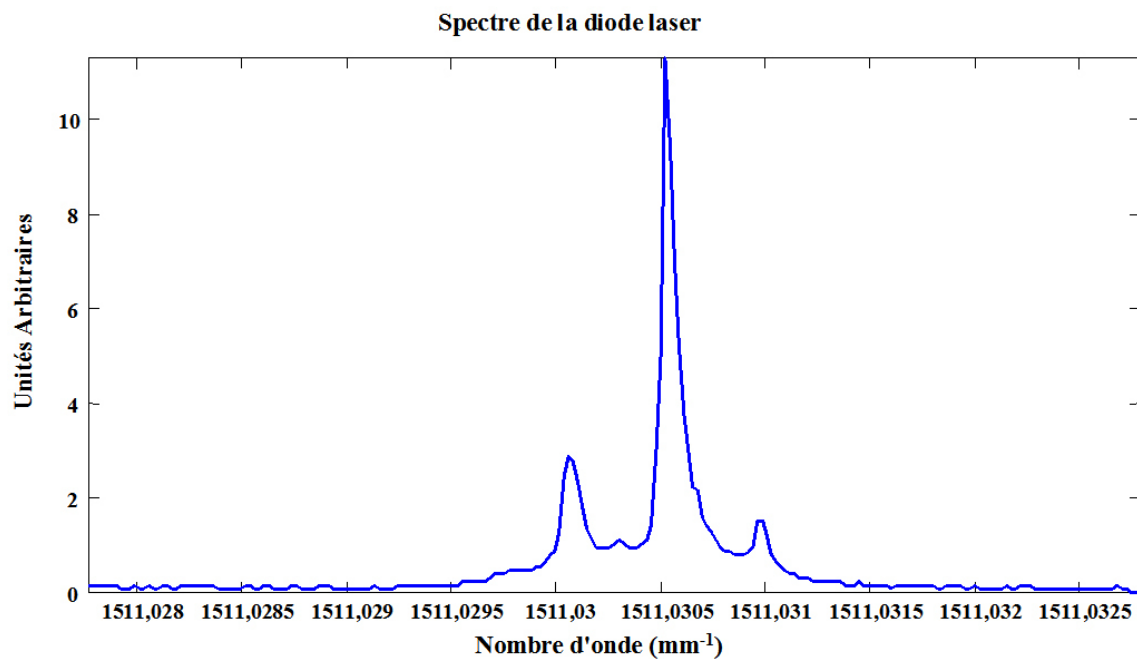


Figure 50 : Spectre de la diode laser

Le degré de cohérence de la diode laser est calculé par FFT et il est représenté sur la figure 51. Sa longueur de cohérence est estimée égale à $l_c \approx 58,1$ cm.

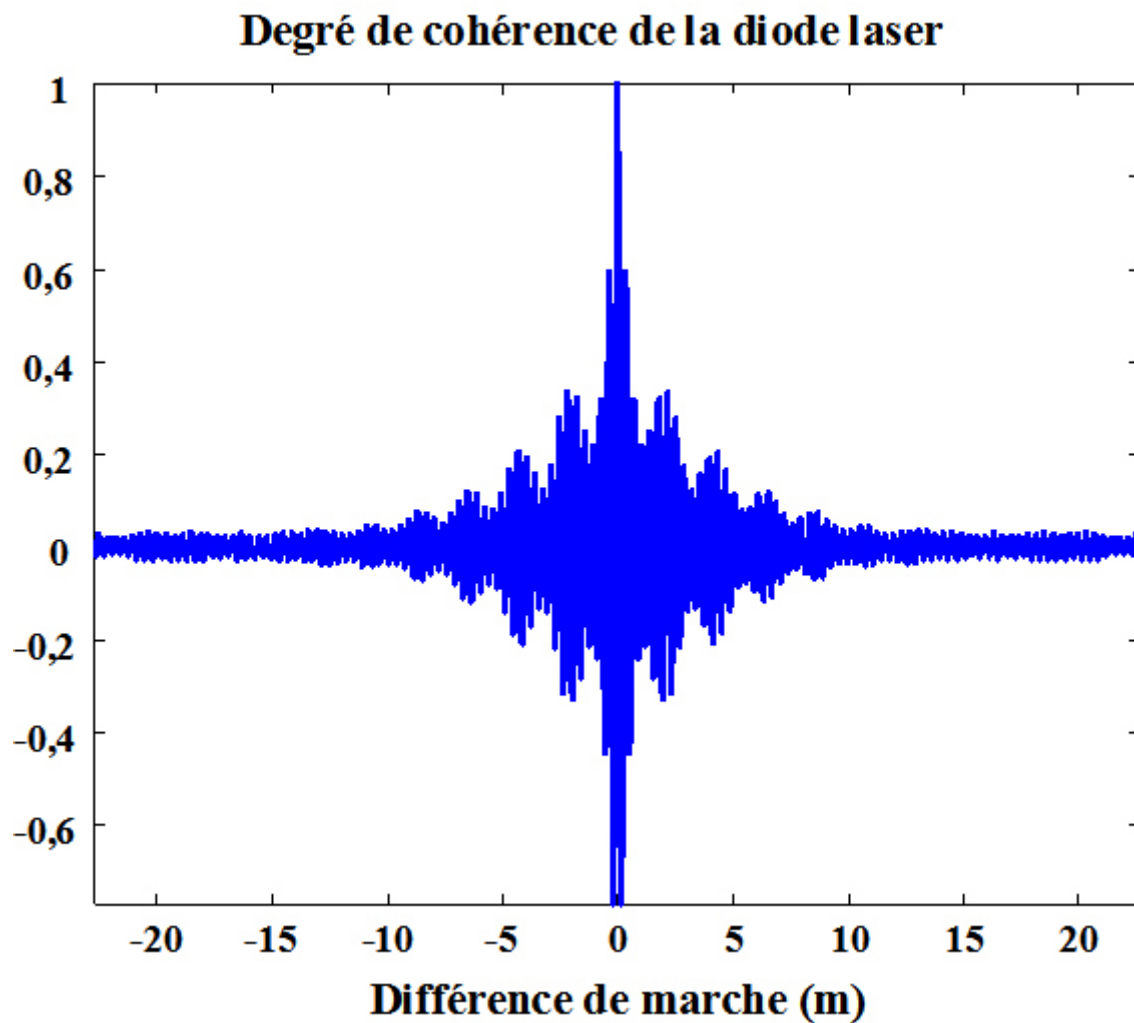


Figure 51 : Degré de cohérence de la diode laser

IV. Exercices

1. Question 1 : texte à compléter

Question

[Solution n°1 p 62]

Compléter le texte avec les mots se trouvant dans le tableau 1

Finalement le phénomène d'interférences est simple, une seule grandeur physique est responsable de ce phénomène c'est qui représente la entre les deux trajets parcourus par la lumière. Dans le cas des interférences à deux ondes en lumière parfaitement cohérente l'expression de l'intensité est égale à . . . (donner une relation) Une lumière parfaitement cohérente est une lumière cohérente temporellement c'est à dire que la source est , elle est aussi cohérente spatialement c'est à dire que la source est Si la lumière n'est plus parfaitement cohérente, le diminue et la répartition d'intensité normalisée peut se mettre sous la forme . . . (donner une relation) Ils existe deux sortes d'interféromètres les uns sont dits à division comme et les autres à division comme L'avantage des interféromètres à par rapport aux autres est leur luminosité. Dans le cas d'une source large, si les interférences existent, elles sont Avec l'interféromètre de Michelson on peut avoir deux types de montages : celui dit en où les interférences sont localisées à l'infini et celui appelé en où les interférences sont localisées Au niveau d'une frange lumineuse la est égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde ; pour une frange sombre elle est égale à un de fois Sur l'écran la période spatiale s'appelle

Voici une liste de mots pouvant être utilisés. Attention un mot peut être utilisé plusieurs fois et certains jamais.

Interféromètre de Michelson	Interféromètre de Fabry-Pérot
Fentes d'Young	monochromatique
polychromatique	lame d'air
coin d'air	division d'amplitude
division de front d'onde	interfrange
miroirs	infini
lame à faces parallèles	front d'onde
surface d'onde	différence de chemin optique
différence de marche	nombre pair de fois
nombre impair de fois	nombre entier de fois
longueur d'onde	demi-longueur d'onde
quart de longueur d'onde	localisées
délocalisées	cohérent
incohérent	large
ponctuelle	contraste
faisceau parallèle	lame prismatique

Tableau 2

2. Question 2 : Principe du velocimètre laser

Deux ondes planes monochromatiques ayant parcouru le même chemin optique, issues d'un même laser interfèrent au niveau d'un écoulement laminaire d'un liquide. Les vecteurs d'ondes \vec{k}_1 et \vec{k}_2 de ces deux ondes font un angle 2θ entre eux. L'écoulement du liquide est

perpendiculaire au vecteur somme $\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$ dirigé suivant l'axe des x . La figure 52 illustre le principe du vélocimètre.

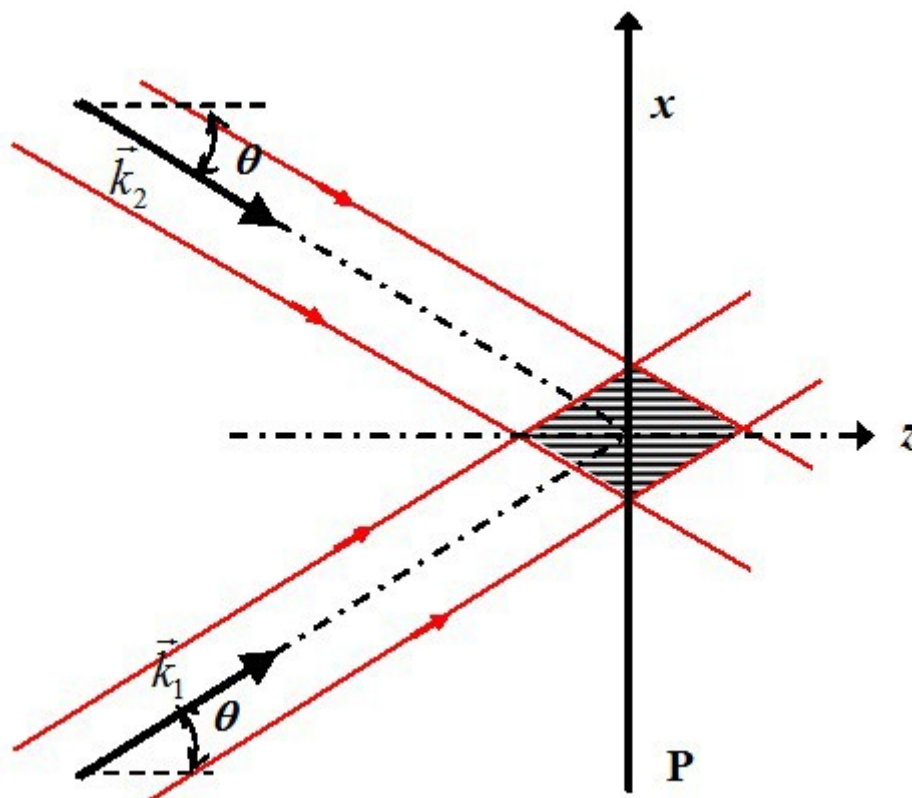


Figure 52 : Principe du vélocimètre

Une particule diffusante M de diamètre $0,5 \mu\text{m}$ environ, entraînée par un liquide traverse la zone d'interférence et ne diffuse de la lumière que lorsqu'elle se trouve au niveau d'une frange brillante. Un photodétecteur détecte la lumière diffusée par la particule et délivre un signal électrique dont la fréquence f_0 dépend de la vitesse V_x de la particule.

Question

[Solution n°2 p 62]

- Déterminer la répartition d'intensité dans le plan P , décrire l'aspect des franges et calculer l'interfrange.
- Déterminer l'expression de la vitesse V_x d'écoulement du fluide en supposant que la particule suit parfaitement l'écoulement.

3. Question 3 : Mesure de la vitesse

L'indice de réfraction n du milieu d'écoulement est de 1,33. Le laser utilisé est un laser continu à argon ionisé, dont les raies dominantes, en terme de puissance, sont 514,5 nm, 496,5 nm, 488,0 nm, 476 nm. La raie de longueur d'onde $\lambda_0 = 514,5$ nm est sélectionnée. Le faisceau laser de diamètre $D_1 = 1,5$ mm est dédoublé en deux faisceaux d'égale intensité et parallèles entre eux présentant une différence de marche nulle ou quasi nulle à la sortie du séparateur de front d'onde. Les deux faisceaux sont distants l'un de l'autre de $\Delta x = 3$ cm. Un objectif de focalisation de distance focale $f' = 500$ mm fait converger les faisceaux en son foyer image F' où se situe le volume de mesure (V) de diamètre Φ dont la valeur dépend de la longueur d'onde de la lumière dans le milieu, de la focale f' de l'optique d'émission et du diamètre D_1 :

$$\Phi = \frac{4 \lambda_0 f'}{\pi n D_1}$$

Le détecteur détecte une fréquence de 20 MHz. La figure 53 donne la configuration expérimentale.

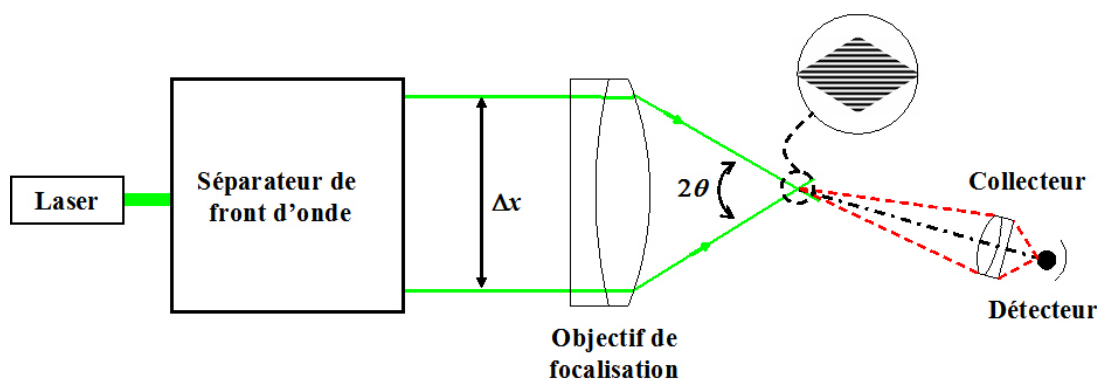


Figure 53 : Configuration expérimentale du vélocimètre

Question

[Solution n°3 p 63]

Déduire de ces conditions expérimentales :

- l'angle θ
- l'interfrange i
- le diamètre Φ du volume de mesure
- la vitesse du fluide V_x

Remarques :

- Le montage décrit ci-dessus ne permet pas de déterminer le sens de la vitesse. Dans l'exercice, le sens était supposé connu. Si tel n'est pas le cas pour lever l'indétermination, on fait défiler les franges en modifiant très légèrement une des fréquences optique d'un des deux faisceaux en utilisant une cellule de Bragg ou un modulateur acousto-optique.
- En utilisant les différentes raies d'émission laser dans le même volume de mesure, trois réseaux de franges d'interférences de couleurs et directions différentes peuvent être obtenus et permettre ainsi de détecter les trois composantes d'une vitesse de direction inconnue.
- Le réglage de la convergence des faisceaux doit être réalisé avec soin afin que l'intersection des faisceaux se situe au niveau du « waist » de ces derniers pour obtenir des franges planes, équidistantes et bien contrastées (figure 54). Seulement dans ces conditions, la fréquence mesurée ne dépendra pas de la position de la particule dans le volume de mesure.

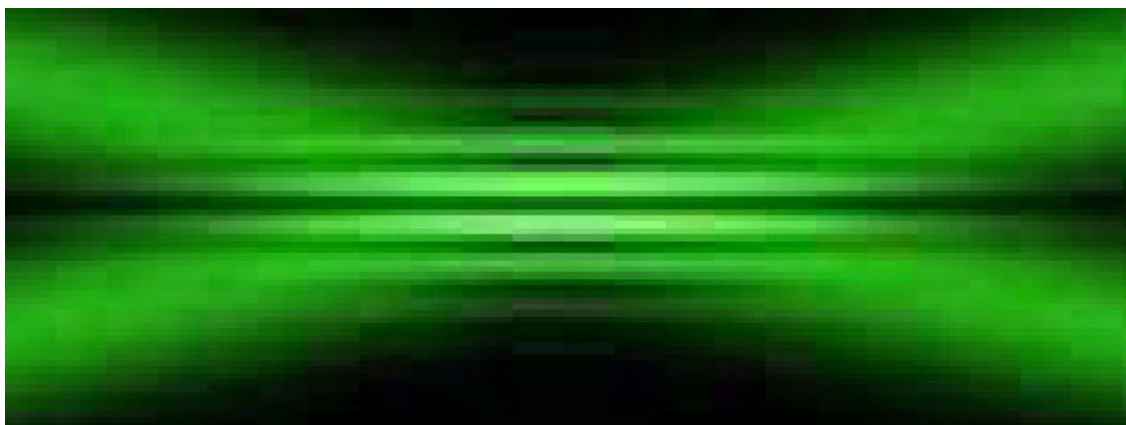


Figure 54 : Champ d'interférences (<http://www.onera.fr/dafe/velocimetrie-laser>)

Pour plus de précisions le lecteur est invité à consulter les références bibliographiques [[Visualisation et procédés optiques de mesure en aérodynamique]].

Solution des exercices

>Solution n°1 (exercice p. 58)

Finalement le phénomène d'interférences est simple, une seule grandeur physique est responsable de ce phénomène c'est **la différence de marche** qui représente la **différence de chemin optique** entre les deux trajets parcourus par la lumière. Dans le cas des interférences à deux ondes en lumière parfaitement cohérente l'expression de l'intensité est égale à $I_0/2(1 + \cos(\varphi))$. Une lumière parfaitement cohérente est une lumière cohérente temporellement c'est à dire que la source est **monochromatique** elle est aussi cohérente spatialement c'est à dire que la source est **ponctuelle**. Si la lumière n'est plus parfaitement cohérente, le **contraste** diminue et la répartition d'intensité normalisée peut se mettre sous la forme $I_0/2(1 + \gamma \cos(\varphi))$. Ils existe deux sortes d'interféromètre les uns sont dits à division **du front d'onde** comme **les fentes d'Young** et les autres à division **d'amplitude** comme **l'interféromètre de Michelson**. L'avantage des interféromètres à **division d'amplitude** par rapport aux autres est leur luminosité. Dans le cas d'une source large, si les interférences existent, elles sont **localisées**. Avec l'interféromètre de Michelson on peut avoir deux types de montages : celui dit en **lame à faces parallèles** où les interférences sont localisées à l'infini et celui appelé en **coin d'air** où les interférences sont localisées **sur les miroirs**. Au niveau d'une frange lumineuse la **différence de marche** est égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde ; pour une frange sombre elle est égale à un **nombre impair** de fois **la demi longueur d'onde**. Sur l'écran la période spatiale s'appelle **l'interfrange**.

>Solution n°2 (exercice p. 59)

a) Pour alléger les notations, on peut choisir l'amplitude du champ électrique égale à l'unité, les deux faisceaux étant polarisés parallèlement, en un point M l'expression de l'amplitude complexe totale est égale à la somme des amplitudes complexes de chacune des deux ondes planes monochromatiques de même fréquence :

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \exp(-i\omega t) \exp(i\vec{k}_1 \cdot \vec{r})$$

pour la première onde et :

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \exp(-i\omega t) \exp(i\vec{k}_2 \cdot \vec{r})$$

pour la seconde.

Le champ électromagnétique total est donné par la somme des deux amplitudes complexes, soit :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t)$$

L'intensité lumineuse sur l'écran est proportionnelle au carré de l'amplitude complexe :

$$I(\vec{r}) = 1 + \cos\left(\left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right) \cdot \vec{r}\right)$$

Considérons que le plan P est localisé en $z = 0$, le vecteur qui repère la position d'un point M dans le plan P a pour composantes :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dans le fluide, les vecteurs d'onde des deux ondes ont même module $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = \frac{2\pi}{\lambda}$ avec $\lambda = \lambda_0/n$, n étant l'indice de réfraction du fluide. Leurs composantes sont respectivement :

$$\vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \sin(\theta) \\ 0 \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad \vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ 0 \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

Le vecteur $\vec{k}_1 - \vec{k}_2$ est dirigé suivant x et a pour coordonnées

$$\vec{k}_1 - \vec{k}_2 = \frac{4\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \sin(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

L'intensité s'exprime donc :

$$I(\vec{r}) = 1 + \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} \sin(\theta) x\right)$$

Le lieu des points de même intensité correspond à une succession de plans parallèles à l'axe z , d'abscisse $x = C^{ste}$ régulièrement espacés de l'interfrange i . Cet interfrange a pour expression

$$i = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{\lambda_0}{2 n \sin \theta}$$

b) Si la particule se déplace à la vitesse V_x suivant l'axe des x , l'interfrange est parcourue pendant le temps $\Delta t = 1/f_0$ tel que :

$$V_x = \frac{i}{\Delta t} = i f_0 = \frac{\lambda_0 f_0}{2 n \sin \theta}$$

>Solution n°3 (exercice p. 60)

a) L'angle θ étant petit, on peut écrire (voir figure 53) :

$$\Delta x \approx 2 \theta f'$$

d'où $\theta = 3 \times 10^{-2} \text{ rad} = 1,72$.

$$\theta = \frac{\Delta n}{2 f'} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{2 \times 0,5}$$

b) La longueur d'onde d'émission du laser est $\lambda_0 = 514,5 \text{ nm}$ et dans le fluide d'indice n l'interfrange est égal à :

$$i = \frac{\lambda_0}{2n \sin \theta} = \frac{0,5145}{2 \times 1,33 \times 3 \times 10^{-2}} = 6,4 \mu\text{m}$$

c) Le volume de mesure a pour valeur :

$$\Phi = \frac{4\lambda_0 f'}{\pi n D_1} = \frac{4 \times 0,5145 \times 500}{\pi \times 1,33 \times 1,5} = 164 \mu\text{m}$$

d) La vitesse du fluide est :

$$V_x = \frac{\lambda_0 f_0}{2n \sin \theta} = \frac{0,5145 \times 20 \times 10^6}{2 \times 1,33 \times 3 \times 10^{-2}} = 129 \text{ m/s}$$

Bibliographie

[**Gyromètres optiques**] J.C. RADIX, *Gyromètres optiques*, Les Techniques de l'Ingénieur, R1945, Paris, 1999.

[**Méthodes et Techniques de Traitement du Signal et Application aux Mesures Physiques, Tome 1 - Principes Généraux et Méthodes Classiques**] JACQUES MAX, JEAN LOUIS LACOUME, *Méthodes et Techniques de Traitement du Signal et Application aux Mesures Physiques, Tome 1 - Principes Généraux et Méthodes Classiques*, Editions Masson, Paris, 1996.

[**Optical shop testing**] DANIEL MALACARA, *Optical shop testing*, Éditions Wiley Interscience, New York, 1992, 2ème Édition.

[**Optique Instrumentale et Optique de Fourier**] JOELLE SURREL, *Optique Instrumentale et Optique de Fourier*, Éditions Ellipse, Paris, 1996.

[**Optique Ondulatoire**] A. MAUREL, *Optique Ondulatoire*, Editions Belin, Paris, 2003.

[**Principle of Optics, 7ème Edition**] MAX BORN, EMIL WOLF, *Principle of Optics, 7ème Edition*, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.

[**Visualisation et procédés optiques de mesure en aérodynamique**] M. PHILBERT, A. BOUTIER, *Visualisation et procédés optiques de mesure en aérodynamique*, Les Techniques de l'Ingénieur, R2160, Paris, 1998.

Webographie

[] <http://www.onera.fr/dafe/velocimetrie-laser>