

Mesures de vitesses et déplacements par interférométrie homodyne

DENIS MOUNIER

Table des matières

I. Présentation	3
II. Cours	4
1. Principes mis en oeuvre dans les mesures de déplacements et de vitesses.....	4
1.1. Modulation de fréquence d'une onde lumineuse par l'effet Doppler.....	5
1.2. Détection du décalage Doppler par un interféromètre de Fabry-Pérot.....	7
1.3. Relation entre modulation de phase et déplacement de la cible.....	8
1.4. L'interférométrie à deux ondes.....	9
2. L'interférométrie homodyne.....	14
2.1. Définition.....	14
2.2. Description d'un interféromètre de Michelson homodyne.....	15
2.3. Mesure de déplacements par comptage de franges.....	18
2.4. Démodulation d'un signal homodyne.....	20
2.5. Mesures de vibrations ultrasonores.....	21
2.6. Avantages et inconvénients de l'interférométrie homodyne.....	35
III. Etude de cas	37
1. Mesures de vibrations ultrasonores jusqu'à 1 GHz.....	37
IV. Exercice	40
1. Questions.....	40
2. Exercices.....	40
Solution des exercices	42
Bibliographie	43
Webographie	44

I.Présentation

Module :

Interférences et Diffraction

Auteur(s) :

Denis MOUNIER - ENSIM – Le Mans Université

Résumé :

Le cours traite des instruments de mesures de déplacement ou de vitesse par méthodes interférométrique. Les instruments concernés sont : les vibromètres laser, les lasers de poursuite, l'instrumentation d'Anémométrie Laser Doppler (ALD). Les dispositifs de mesure reposant sur le « self-mixing » ou les méthodes de temps de vol ou de déphasage ne sont pas abordés. On montre comment sont réalisées les mesures ponctuelles tridimensionnelles, les mesures de vitesses de rotation. Les aspects métrologiques des vibromètres laser est présentée : bande passante, sensibilité, limite de détection d'un déplacement ou d'une vitesse.

Mots-clés :

Effet Doppler, Interférométrie homodyne, Interférométrie hétérodyne, Vibrométrie, Vélocimétrie laser, Laser de poursuite, Laser tracker, Ultrasons laser, Comptage de franges, Bruit de photons, Cellule de Bragg

Pré-requis :

Optique ondulatoire et interférences. Optique géométrique. Photométrie. Laser : sources lasers, optique des faisceaux gaussiens, speckle. Polarisation de la lumière. éléments de traitement du signal. Bruits électroniques.

Objectif(s) pédagogique(s) :

Comprendre les possibilités et limites des instruments de mesures de déplacements ou de vitesses qui utilisent l'interférométrie.

Plan du cours :

- Principes mis en œuvre dans les mesures de déplacements et de vitesses
- L'interférométrie homodyne
- Conclusion

Conception & production :

PRN - Le Mans Université

Licence :

Licence GNU¹

1 - <http://www.gnu.org/licenses/fdl.txt>

II.Cours

1. Principes mis en oeuvre dans les mesures de déplacements et de vitesses

Cette partie de cours est dédiée aux mesures optiques de déplacements ou de vitesses. On restreindra l'étude aux instruments de mesures qui intègrent un interféromètre : les *vibromètres laser*, les dispositifs de *vélocimétrie laser Doppler*, les *lasers de poursuite*, les *gyromètres laser*.

Les **vibromètres laser** sont des instruments destinés à des mesures de vibrations; ils peuvent mesurer des déplacements ou des vitesses instantanées sur une cible ponctuelle à distance et sans contact au moyen d'un faisceau laser. La bande passante des vibromètres laser commercialisés vont de quelques Hertz à 1 GHz. Les plus petites amplitudes mesurables peuvent couramment atteindre 10^{-9} mm. Les mesures vibratoires tridimensionnelles et les mesures rotationnelles sont possibles avec plusieurs faisceaux laser.

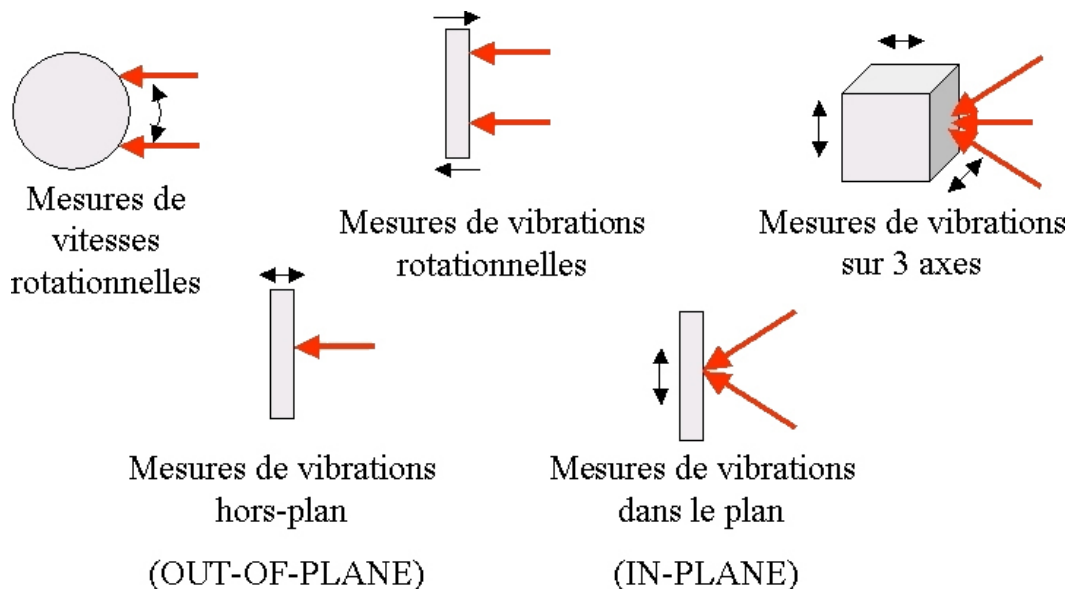


Figure 1 - Types de déplacements mesurables au moyen de faisceaux optiques

Contrairement aux vibromètres laser où les déplacements mesurés sont généralement limités à plusieurs μm voire à quelques mm, les lasers de poursuite sont utilisés pour la métrologie tridimensionnelle de grandes pièces. Les étendues de mesures vont de quelques centimètres à plusieurs dizaines de mètres.

L'exposé se limite aux dispositifs utilisant l'interférométrie. Les dispositifs à « self-mixing » qui permettent aussi des mesures de vitesses et de déplacements ne seront pas présentés. De même, les instruments de mesures de distances basés sur des mesures de temps de vol d'une impulsion lumineuse ou de déphasages d'une lumière modulée ne seront pas traités.

La première partie du cours exposera le principe de la mesure optique de vitesse d'une cible mobile. Ensuite, on donnera quelques exemples de montages interférométriques. Une grande partie sera consacrée à la vibrométrie laser homodyne qui sera l'occasion de présenter les notions de limites de détection et de rapport signal à bruit. La partie interférométrie hétérodyne, permet de faire l'articulation avec les techniques de la vibrométrie tridimensionnelle, de la vélocimétrie « dans le plan », de l'Anémométrie Laser Doppler et de la vélocimétrie rotationnelle, qui utilisent toutes l'interférométrie hétérodyne.

L'étude de cas montrera les performances d'un vibromètre homodyne mesurant des ultrasons jusqu'à 1 GHz.

1.1. Modulation de fréquence d'une onde lumineuse par l'effet Doppler

On considère une onde lumineuse quasi-monochromatique de fréquence centrale ν_0 de largeur spectrale $\delta\nu$ petite devant sa fréquence centrale ν_0 . La plupart des sources laser sont quasi-monochromatiques. On suppose que l'onde lumineuse est focalisée en un point cible M d'une surface diffusante mobile ayant une vitesse \vec{v} dans le référentiel lié à la source laser. L'onde incidente sur la cible est caractérisée par un vecteur d'onde \vec{k}_i et l'onde diffusée est caractérisée par un vecteur d'onde \vec{k}_r . Les vecteurs unitaires associés aux directions

d'incidence et d'observation sont respectivement :

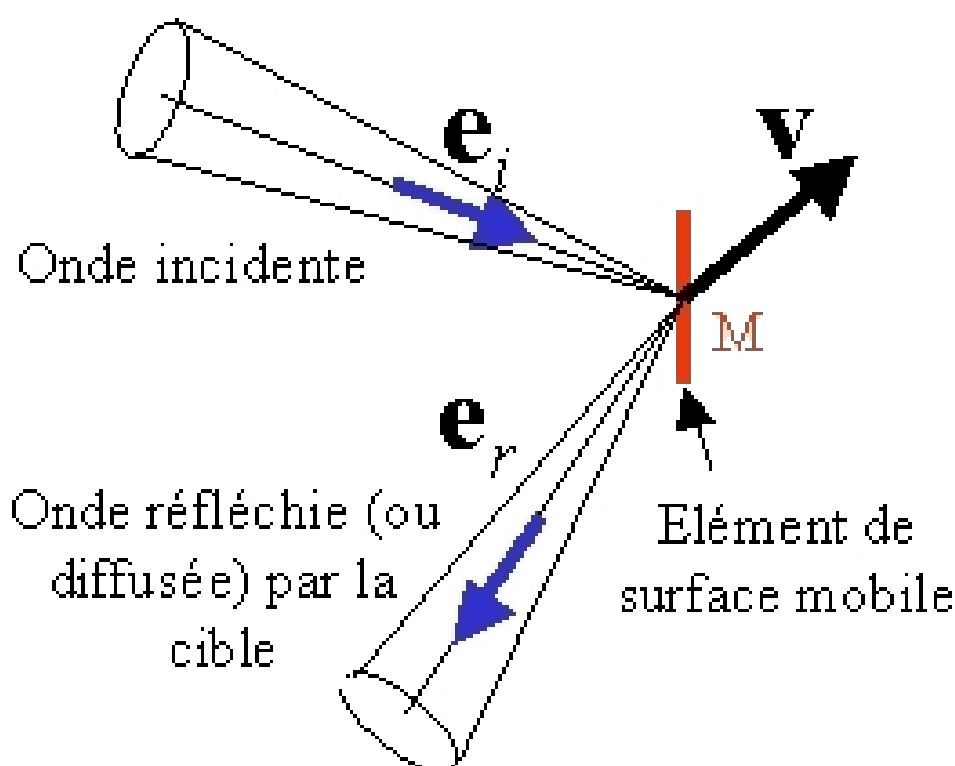
$$\vec{e}_i = \frac{\vec{k}_i}{\|\vec{k}_i\|} \quad \vec{e}_r = \frac{\vec{k}_r}{\|\vec{k}_r\|}$$


Figure 2 - Directions des faisceaux incident et réfléchi par une cible mobile intervenant dans la formule du décalage Doppler

Fondamental

L'onde lumineuse **diffusée** ou **réfléchi**e par la cible en mouvement subit un décalage en fréquence $\delta\nu_D(t)$ instantané, appelé **décalage Doppler**, qui est égal à :

$$\delta\nu_D = \frac{\vec{v} \cdot (\vec{e}_r - \vec{e}_i)}{\lambda}$$

La fréquence instantanée de l'onde réfléchi $\nu(t) = \nu_0 + \delta\nu_D(t)$ est **modulée en fréquence** par le mouvement de la cible.

D'après l'Eq. 1, on voit que le décalage Doppler est maximal si la direction de la vitesse \vec{v} est colinéaire au vecteur sensibilité $\vec{e}_r - \vec{e}_i$.

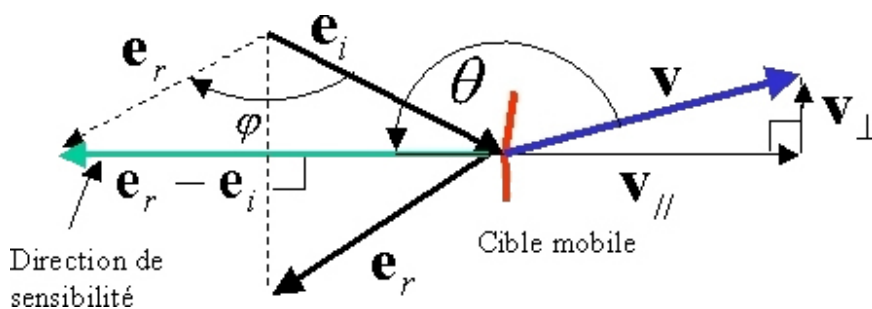


Figure 3 - Direction de sensibilité maximale

Par conséquent, la mesure des trois composantes de la vitesse (mesures tridimensionnelles) nécessite la mise en œuvre de trois faisceaux laser, avec des vecteurs sensibilités non colinéaires.

Avec les angles φ et θ définis par la figure 3, l'Eq. 1 peut s'écrire :

$$\delta\nu_{D(\omega)} = \frac{2\nu(t)}{\lambda} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos\theta$$

Les techniques d'Anémométrie Laser Doppler (ALD) et de Vélocimétrie Laser Doppler (VLD) mettent à profit ce décalage Doppler pour mesurer les vitesses de particules en suspension, entraînée par un gaz ou un liquide en mouvement.

Remarque

Sachant que le vecteur d'onde et la pulsation d'une onde sont respectivement : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ et $\omega = 2\pi\nu$, on peut écrire le décalage Doppler sous la forme $\delta\omega_D = \vec{v} \cdot (\vec{k}_r - \vec{k}_i)$.

Remarque

Faisons remarquer que la formule du décalage Doppler donnée par l'Eq.1 est en réalité une approximation. Toutefois le terme correctif, proportionnel à $\frac{v^2}{c^2}$, reste négligeable jusqu'à des vitesses égales à environ 1/10 de la vitesse de la lumière. L'erreur relative dans la formule approximative reste inférieure à 10^{-4} jusqu'à des vitesses de l'ordre de 1000 km/s !

Complément

Le phénomène de décalage Doppler est connu en acoustique. Il se manifeste lorsqu'une source sonore est en mouvement par rapport à un observateur. L'observateur perçoit une fréquence sonore plus aiguë lorsque la source se déplace vers lui et plus grave lorsqu'il s'en éloigne. Le même phénomène est observé si la source sonore est fixe et que l'observateur se dirige vers la source. L'effet Doppler est déterminé par le mouvement relatif entre la source et l'observateur.

Pour trouver l'expression du décalage Doppler d'une onde lumineuse, définissons un premier référentiel \mathcal{R}_0 où la source lumineuse primaire est fixe et un deuxième référentiel \mathcal{R} entraîné par la cible qui se comporte comme une source secondaire mobile. Dans le référentiel \mathcal{R}_0 , la source émet une onde de fréquence $\nu_0 = c/\lambda$ dans la direction du vecteur unitaire \vec{e}_i . La cible se déplace à une vitesse $\vec{v} = \vec{v}(\mathcal{R}/\mathcal{R}_0)$. Un observateur immobile dans voit l'onde incidente

sur la cible à une fréquence $\nu_1 = \gamma\nu_0\left(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_i}{c}\right)$ avec $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Pour le lecteur familiarisé avec le langage de la relativité restreinte, la formule de transformation de la fréquence peut être obtenue directement en appliquant la transformation de Lorentz au quadrivecteur d'onde

(ω, \vec{k}) . Pour un observateur immobile dans \mathcal{R} , les ondes incidente et diffusée ont la même fréquence ν_1 car le processus de diffusion de photon est parfaitement élastique (dans le cas de

la diffusion Rayleigh). Il est supposé que, par réciprocity, on peut écrire une relation analogue

$$\nu_2 = \nu_0 \left(\frac{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_i}{c}}{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_r}{c}} \right)$$

pour la lumière diffusée : ν_2 est la fréquence de l'onde diffusée dans la direction du vecteur unitaire \vec{e}_r vue par un observateur immobile dans le référentiel \mathcal{R}_0 . La réciprocity entre les processus d'absorption et d'émission est remarquable. On trouve donc la

relation
$$\nu_2 = \nu_0 \frac{1 - \vec{v} \cdot \vec{e}_i / c}{1 - \vec{v} \cdot \vec{e}_r / c}$$

Un développement limité au premier ordre en v/c donne la relation approchée

$$\nu_2 = \nu_0 \left[1 + \frac{\vec{v} \cdot (\vec{e}_r - \vec{e}_i)}{c} \right] \text{ et le décalage Doppler } \delta\nu_D = \nu_2 - \nu_0 = \frac{\vec{v} \cdot (\vec{e}_r - \vec{e}_i)}{\lambda}$$

1.2. Détection du décalage Doppler par un interféromètre de Fabry-Pérot

Lorsque les vitesses sont suffisamment grandes, le décalage Doppler $\delta\nu_D$ peut en principe être détecté par un spectromètre de grande résolution. C'est le cas en astronomie où les vitesses d'étoiles ou de galaxies sont mesurées par le décalage Doppler de raies atomiques bien identifiées. Dans ce dernier cas, l'objet émettant en propre la lumière reçue par l'observateur,

il faut utiliser la formule $\delta\nu_D = \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_r}{\lambda}$, où \vec{e}_r est le vecteur unitaire de la direction allant de l'objet à l'observateur.

Exemple

Considérons le cas d'une cible se déplaçant à une vitesse de 100 m/s et réfléchissant en incidence normale une onde lumineuse de longueur d'onde égale à 500 nm. Le décalage Doppler après réflexion est de 400 MHz. La mesure d'un tel décalage est en principe accessible au moyen d'un spectromètre de haute résolution, comme un interféromètre de Fabry-Pérot. Une cavité de Fabry-Pérot est composée de deux miroirs plans parallèles, séparés d'une distance e , ayant chacun une réflectance R . On suppose que l'air, d'indice $n \approx 1$, remplit l'espace entre les deux miroirs. La cavité de Fabry-Pérot se comporte en transmission comme un filtre passe-bande très étroit. Pour une onde plane avec un angle d'incidence i sur les miroirs, en négligeant l'absorption des miroirs, la transmittance d'une cavité de Fabry-Pérot

est donnée par la fonction d'Airy :
$$T(\nu) = \frac{1}{1 + M \sin^2(\phi/2)}, \text{ où } M = \frac{4R}{(1-R)^2} \text{ et } \phi = \frac{4\pi e \cos i}{c} \nu$$

En incidence normale ($i = 0$), la transmittance varie avec une période $\Delta\nu = c/(2e)$, qui est l'intervalle spectral libre de la cavité. La largeur d'une raie à mi-hauteur du Fabry-Pérot est

$$\delta\nu = \Delta\nu / F \text{ où } F = \frac{\pi M^{1/2}}{2}$$

est la finesse de la cavité de Fabry-Pérot. Le profil de transmission d'une raie d'un Fabry-Pérot est montré sur la figure 4 en fonction du décalage en fréquence, pour des miroirs de réflectance $R = 0,9$, séparés d'une distance $e = 5$ mm. Une grande finesse des raies d'un Fabry-Pérot permet d'obtenir une grande sensibilité aux décalages de fréquence. Supposons que l'on utilise une source laser quasi-monochromatique de fréquence ν_0 et de largeur de raies très inférieure à la largeur de raie du Fabry-Pérot : $\delta\nu_0 \ll \delta\nu$. Pour obtenir la sensibilité maximale aux petites variations de fréquences au voisinage de ν_0 , la longueur de la cavité du Fabry-Pérot doit être asservie pour que la fréquence ν_0 soit transmise à environ 50%. Le point de fonctionnement optimum de la cavité correspond à la fois à un point d'inflexion et à un maximum de pente de la courbe de transmittance. Dès lors, une faible variation de la fréquence d'une onde incidente se traduit par une variation significative de la puissance transmise par la cavité. La figure 4 montre que la raie laser de fréquence ν_0 est transmise à

50% et que la fréquence $\nu_0 + \delta\nu_D$ décalée par un effet Doppler d'environ 400 MHz est transmise à 35%. Le changement relatif de la puissance transmise est de $7,5 \cdot 10^{-4}/\text{MHz}$.

Cela correspond à une sensibilité de :

$$7,5 \times 10^{-4} \times \frac{400 \text{ MHz}}{100 \text{ m/s}} = 3 \times 10^{-3}/(\text{m/s})$$

Fabry-Pérot : R=0,9 et e= 5 mm

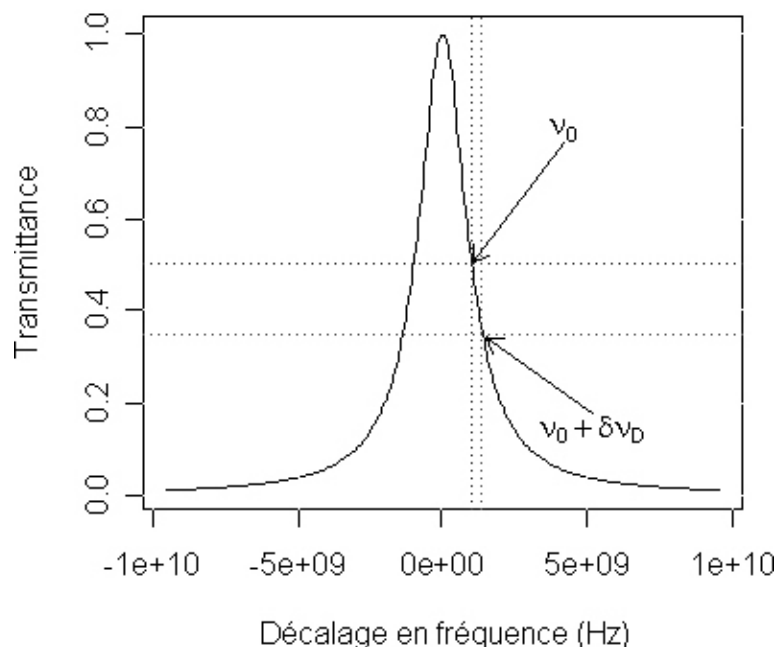


Figure 4 - Transmittance d'un interféromètre de Fabry-Pérot

Les décalages Doppler sont relativement faibles devant la fréquence de l'onde lumineuse. Pour les mesurer, la source laser doit être monofréquence et posséder une largeur de raie inférieure à $\delta\nu_D$. De plus, la dérive de la fréquence de la source laser, pendant la durée du mesurage, doit être négligeable devant $\delta\nu_D$. Un laser monomode de largeur de raie inférieure à 1 MHz convient pour mesurer des vitesses supérieures à 0,25 m/s. Il est nécessaire aussi d'asservir la longueur de la cavité pour maintenir une sensibilité constante et maximale. Pour cette raison, un interféromètre de Fabry-Pérot n'est pas utilisable pour mesurer des vitesses statiques ou variant trop lentement en revanche il est parfaitement adapté pour la détection de vibrations ultrasonores de fréquences élevées, typiquement entre 10 MHz et 100 MHz.

1.3. Relation entre modulation de phase et déplacement de la cible

Une onde lumineuse *modulée en fréquence* par la vitesse de la cible mobile peut aussi être considérée comme une onde lumineuse *modulée en phase*. Considérons un intervalle de temps élémentaire dt comprenant un grand nombre de périodes de l'onde lumineuse. $dt \gg 1/\nu_0$ est grand devant la période de la vibration lumineuse mais petit devant la plus courte période de vibration de la cible. Cette dernière condition est vérifiée jusqu'à des fréquences de vibrations de l'ordre de $10^{12} \text{ Hz} - 10^{13} \text{ Hz}$ sachant que la fréquence d'une vibration lumineuse est de l'ordre de 10^{15} Hz . Pendant l'intervalle de temps dt la variation de la phase de l'onde due à

l'effet Doppler est : $d\varphi = 2\pi\delta\nu_D(t)dt$ (par définition, la fréquence instantanée est $\nu = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt}$).

Dans l'intervalle de temps fini t , la phase varie de $\Delta\varphi(t) = 2\pi \int_0^t \delta\nu_D(t)dt$. L'amplitude de l'onde lumineuse peut s'écrire $s_r(\mathbf{r}, t) = A_r \cos [2\pi\nu_0 t + \Delta\varphi(t) + \varphi_0]$, où

$$\Delta\varphi(t) = 2\pi \int_0^t \frac{\vec{v}(t) \cdot (\vec{e}_r - \vec{e}_i)}{\lambda} dt = 2\pi \frac{(\vec{e}_r - \vec{e}_i)}{\lambda} \int_0^t \vec{v}(t') dt' = 2\pi \frac{(\vec{e}_r - \vec{e}_i) \cdot \Delta\vec{r}}{\lambda}, \quad \text{où } \Delta\vec{r} \text{ est le déplacement entre les instants } t = 0 \text{ et } t.$$

Fondamental

La relation entre déphasage et déplacement est

$$\Delta\varphi(t) = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{e}_r - \vec{e}_i) \cdot \Delta\vec{r}$$

Remarque

Ce résultat suppose que le vecteur sensibilité $\vec{e}_r - \vec{e}_i$ ne varie pas de manière significative pendant l'intervalle d'intégration. Cela implique que la cible effectue un déplacement petit devant les distances séparant la cible de la source laser et du détecteur. La dernière relation montre que la variation de la phase est proportionnelle au déplacement $\Delta\vec{r}$.

En pratique, la mesure d'une variation de phase d'une onde lumineuse et donc du déplacement d'un objet peut être réalisée au moyen d'un interféromètre à deux ondes. L'une des deux ondes, l'onde de référence, a une fréquence (ou une phase) constante tandis que l'autre, l'onde de sonde, a une fréquence (ou une phase) modulée par la vitesse de la cible.

1.4. L'interférométrie à deux ondes

a) Interférence de deux ondes planes

On considère deux faisceaux lumineux collimatés monochromatiques, coplanaires et formant un angle θ . Les deux faisceaux étant collimatés, on les considérera comme deux ondes planes monochromatiques.

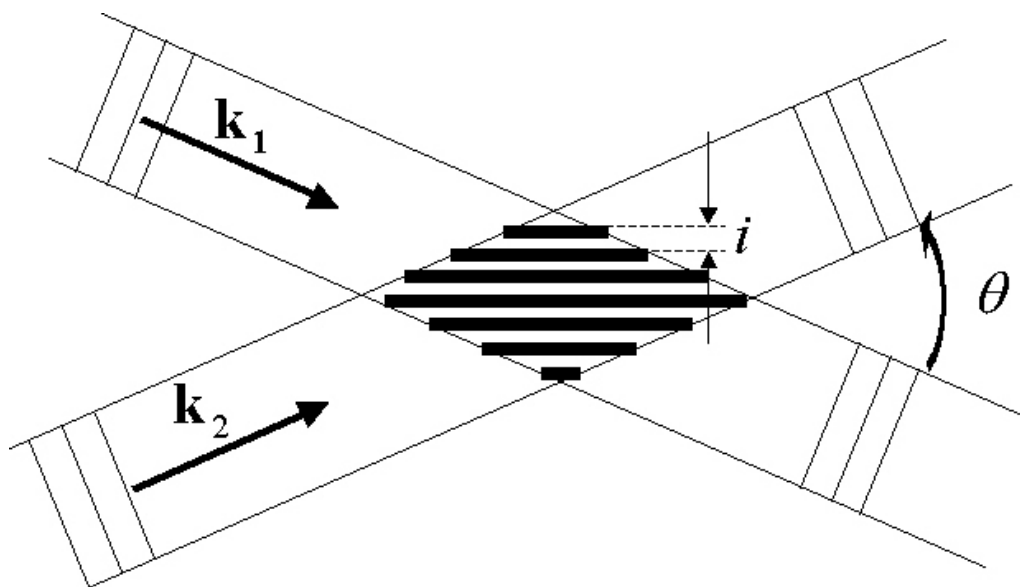


Figure 5 - Champ d'interférences de deux ondes planes

Chaque onde est définie par les fréquences constantes ν_1 et ν_2 et les vecteurs d'ondes \vec{k}_1 et \vec{k}_2 . On suppose de plus que les fréquences sont voisines $|\nu_1 - \nu_2| \ll \nu_1, \nu_2$.

$$\lambda_1 = \frac{2\pi}{\|\vec{k}_1\|} \quad \lambda_2 = \frac{2\pi}{\|\vec{k}_2\|}$$

Les longueurs d'ondes associées sont $\lambda_1 = \frac{2\pi}{\|\vec{k}_1\|}$ et $\lambda_2 = \frac{2\pi}{\|\vec{k}_2\|}$. Les représentations réelles des champs ondulatoires sont : $s_1 = A_1 \cos(2\pi\nu_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_{01})$ et $s_2 = A_2 \cos(2\pi\nu_2 t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_{02})$

On peut représenter ces vibrations par une expression complexe : $s_i = \Re\{A_i \exp[j(2\pi\nu_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{r} + \varphi_{0i})]\}$, avec $i = 1, 2$, où \Re signifie : « partie réelle de ».

La représentation complexe est traduite par un diagramme de Fresnel.

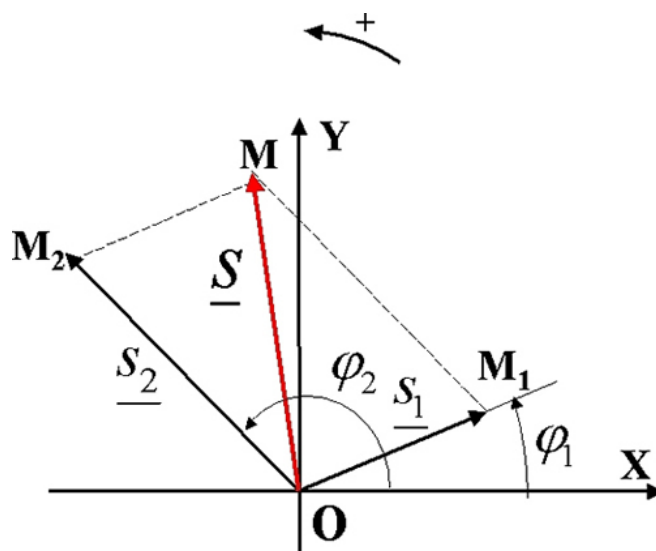


Figure 6 - Diagramme de Fresnel

La superposition des deux champs ondulatoires se traduit par une somme vectorielle des vecteurs de Fresnel \vec{OM}_1 et \vec{OM}_2 . L'argument de l'amplitude complexe s_i est

$\varphi_i = 2\pi\nu_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{r} + \varphi_{0i}$. Le carré du module du vecteur OM donne l'intensité lumineuse résultante (grandeur proportionnelle à la densité de puissance lumineuse)

$$I = s \cdot s^* = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos[\Phi(\vec{r}, t)], \quad \text{où} \quad I_1 = A_1^2, \quad I_2 = A_2^2 \quad \text{et}$$

$\Phi(\vec{r}, t) = 2\pi(\nu_2 - \nu_1)t + (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + \Phi_0$. L'intensité lumineuse dans le champ d'interférence subit une double modulation sinusoïdale : une modulation temporelle sinusoïdale à la fréquence $\nu_2 - \nu_1$ à cause du terme $2\pi(\nu_2 - \nu_1)t$ et une modulation spatiale sinusoïdale selon le vecteur de

fréquence spatiale : $\frac{2\pi}{\|\vec{k}_1 - \vec{k}_2\|}$, à cause du terme $(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}$. La période de modulation spatiale

$$i = \frac{2\pi}{\|\vec{k}_1 - \vec{k}_2\|}$$

est par définition l'interfrange :

Elle s'exprime en fonction de la longueur d'onde moyenne λ des deux ondes et de l'angle θ entre les deux faisceaux :

$$i = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

Fondamental

L'intensité lumineuse du champ d'interférence peut s'écrire sous la forme

$I = I_0(1 + m\cos\Phi)$ où $m = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$ est le **contraste des interférences** et $I_0 = I_1 + I_2$ est l'intensité moyenne dans le champ d'interférence.

b) Exemples d'interféromètres à deux ondes

Exemple

Considérons l'interféromètre de Michelson (Figure 7).

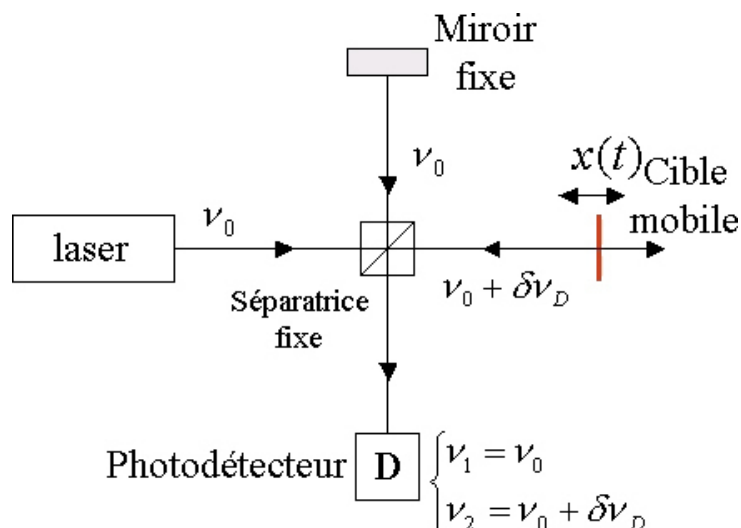
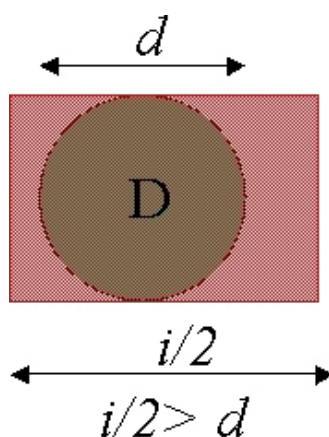


Figure 7 - Interféromètre de Michelson

Une onde de fréquence ν_0 est émise par un laser sous la forme d'un faisceau *gaussien* de faible divergence. Le faisceau est divisé en deux ondes mutuellement cohérentes par un miroir semi-transparent (ou un cube séparateur de polarisation). L'onde de référence se dirige vers un miroir fixe où elle se réfléchit totalement et l'onde de sonde se dirige vers la cible mobile qui réfléchit partiellement l'onde incidente. Ces deux ondes sont remises en coïncidence par la séparatrice et ensuite interfèrent. Les deux ondes de référence et de sonde ont respectivement les fréquences instantanées ν_0 et $\nu_0 + \delta\nu_D$; leur interférence est détectée par un photodétecteur D placé dans le champ d'interférences. La détection est optimisée quand les deux faisceaux sont parallèles et qu'ils se recouvrent parfaitement sur la surface du photodétecteur. La tolérance sur l'angle θ entre les faisceaux est définie par la condition suivante : la demi-interfrange $i/2$ doit être beaucoup plus grande que le diamètre d du photodétecteur. Dans ces conditions, l'éclairement du photodétecteur est quasi-uniforme. L'angle θ entre les deux

faisceaux doit être tel que $\theta < \frac{\lambda}{2d}$.

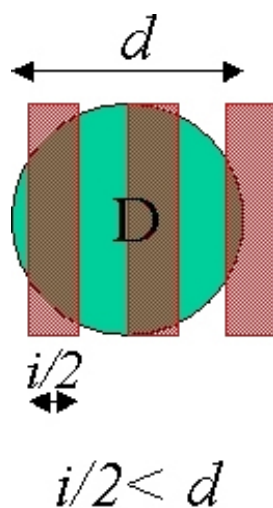
Exemple numérique : $d = 1 \text{ mm}$ et $\lambda = 633 \text{ nm}$, l'angle maximum entre les deux faisceaux est $3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$. Cet angle est de l'ordre de grandeur de la divergence d'un faisceau laser He-Ne (Hélium-Néon) en sortie de source. Avec un bon réglage de l'interféromètre, le photodétecteur sera uniformément éclairé.



Bon parallélisme

Figure 8 - Situation où l'interfrange est plus petite que le diamètre du photodétecteur

Dans le cas d'un mauvais réglage, le photodétecteur reçoit une puissance lumineuse moyenne pratiquement constante qui ne permet plus la détection du contraste des interférences.



Mauvais parallélisme

Figure 9 - Situation où l'interfrange est plus grande que le diamètre du photodétecteur

Attention

Dans la réalité, les sources laser sont quasi-monochromatiques. Elles sont caractérisées par une largeur spectrale $\delta\nu$ qui détermine une longueur de cohérence $L_c = c/\delta\nu$. Avec un laser He-Ne multimode de largeur de raie $\delta\nu = 2$ GHz, la longueur de cohérence est de 15 cm.

Avec un laser monomode de largeur spectrale $\delta\nu = 1$ MHz, la longueur de cohérence atteint 300 m. La notion de longueur de cohérence est importante en interférométrie car elle définit la différence de marche maximale ΔL entre deux ondes pour qu'on puisse observer les interférences, ce qui se traduit par la relation $\Delta L < L_c$.

La figure 10 montre un interféromètre de Mach-Zehnder où la cible mobile réfléchit un faisceau de sonde en incidence oblique.

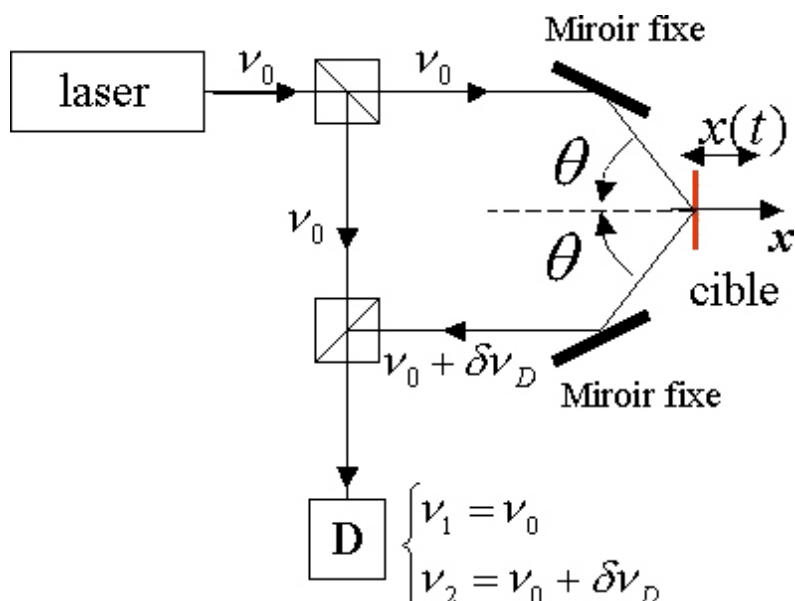


Figure 10 - Interféromètre de Mach-Zehnder

Dans les interféromètres de Mach-Zehnder et de Michelson, les éléments optiques doivent être rigoureusement fixés pour ne pas induire par leurs vibrations des variations de phase parasites. De plus, des fluctuations de différence de marche peuvent exister à cause de perturbations thermiques sur les chemins de référence et de sonde.

Un troisième type d'interféromètre est l'interféromètre de Sagnac.

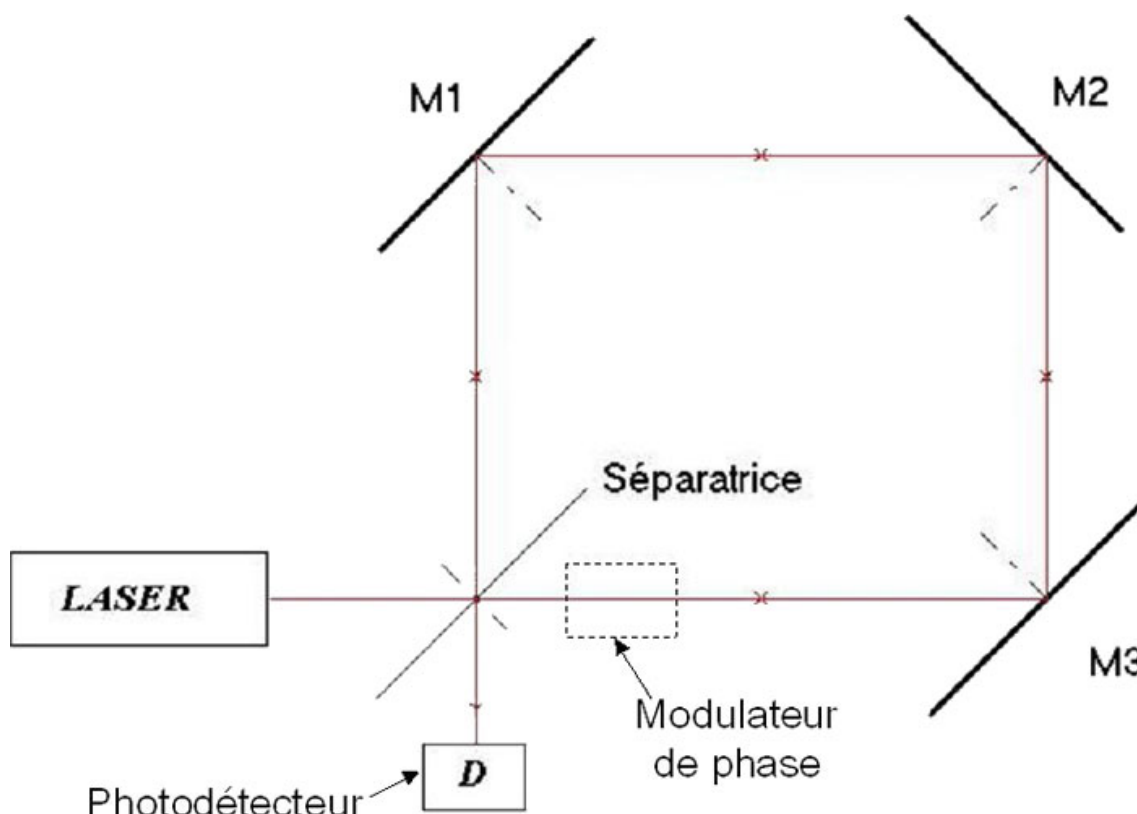


Figure 11 - Interféromètre de Sagnac

La lame séparatrice divise l'onde laser en deux ondes qui parcourent le même trajet en sens contraires. En raison du chemin commun des deux ondes, cet interféromètre n'est pas sensible aux fluctuations thermiques lentes car les deux ondes subissent les mêmes variations de phase. Pour induire des variations de phase dans un interféromètre de Sagnac, il faut un

phénomène qui brise la symétrie entre les deux sens de propagation. C'est le cas lorsque l'interféromètre subit une rotation dans le plan des faisceaux. L'interféromètre de Sagnac est à la base de gyromètres laser à fibre optique ou gyrolaser. Ces instruments sont destinés à mesurer des vitesses angulaires de rotation et des déplacements angulaires.

Le principe de la mesure de la vitesse de rotation par un interféromètre de Sagnac peut être interprété par les décalages Doppler différents que subissent les deux ondes se propageant dans deux sens opposés. Dans la pratique, l'interféromètre est réalisé avec une bobine de fibre optique qui permet d'avoir une grande longueur de propagation (plusieurs centaines de mètres).

Complément

L'interféromètre de Sagnac peut être employé pour réaliser un ampèremètre à fibre optique. En effet un courant électrique crée dans son environnement un champ magnétique qui produit un effet magnéto-optique dans le cœur de la fibre : **l'effet Faraday**. Cet effet peut être considéré comme un phénomène de biréfringence circulaire : les ondes de polarisations circulaires droite et gauche n'ont pas la même vitesse de phase. Si, dans l'interféromètre, les ondes de polarisations circulaires droite et gauche se propagent en sens opposés et qu'elles n'ont pas la même vitesse de phase en présence d'un champ magnétique, une différence de phase apparaît entre les deux ondes après une certaine distance de propagation. Cette différence de phase est proportionnelle à l'intensité du courant électrique.

Enfin la symétrie de propagation entre les deux ondes contrapropagatives dans un interféromètre de Sagnac peut être brisée s'il existe sur le trajet des ondes un modulateur de phase.

On s'intéressera par la suite plus particulièrement aux interféromètres capables de mesurer des vibrations sonores et ultrasonores construits sur la base d'interféromètres à deux ondes du type Michelson, Mach-Zehnder, ou une combinaison de ces deux types. On distinguera deux types d'interférométrie : l'*interférométrie homodyne* et l'*interférométrie hétérodyne*.

2. L'interférométrie homodyne

2.1. Définition

En pratique, les deux ondes de l'interféromètre sont issues de la même source laser de fréquence ν_0 . L'onde initiale est divisée en amplitude par une lame séparatrice semi-transparente (semi-réfléchissante) ou un cube séparateur de polarisation. Les deux ondes issues de la division d'amplitude sont *cohérentes*. Une des deux ondes, appelée *onde de référence*, est dirigée directement vers le photodétecteur sans changer de fréquence. La deuxième onde, appelée *sonde*, est réfléchiée par la cible et subit un décalage Doppler avant d'interférer avec l'onde de référence au niveau d'un photodétecteur.

Définition

L'interféromètre est *homodyne* lorsque ni l'onde de référence ni l'onde de sonde ne subissent de changement de fréquence autre que le changement de fréquence Doppler sur la cible.

La fréquence instantanée du signal d'interférence est donc : $\nu_2 - \nu_1 = \delta\nu_D = \frac{\vec{v}(t) \cdot (\vec{e}_r - \vec{e}_i)}{\lambda}$. Si la différence de marche est petite devant la longueur de cohérence de la source, alors le signal

d'interférence est $I = I_0(1 + m\cos\Phi)$, où $\Phi = 2\pi \frac{\Delta r(t) \cdot (\vec{e}_r - \vec{e}_i)}{\lambda}$.

Exemple

La figure 12 montre le signal typique d'un interféromètre homodyne lorsque le déplacement de la cible est une fonction sinusoïdale du temps (courbe rouge) d'amplitude égale à 3 fois la longueur d'onde.

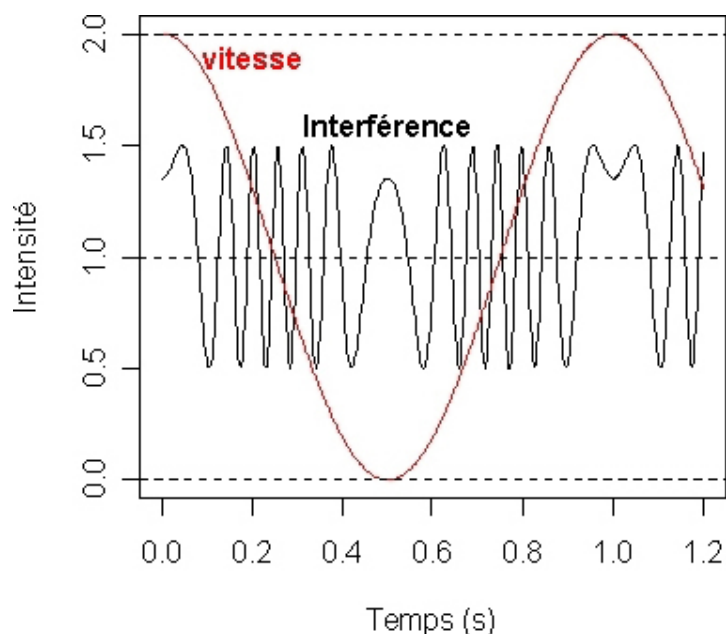


Figure 12 - Signal d'un interféromètre homodyne pour une cible en oscillation sinusoïdale

2.2. Description d'un interféromètre de Michelson homodyne

Le montage optique de la figure 13 représente un interféromètre de Michelson homodyne.

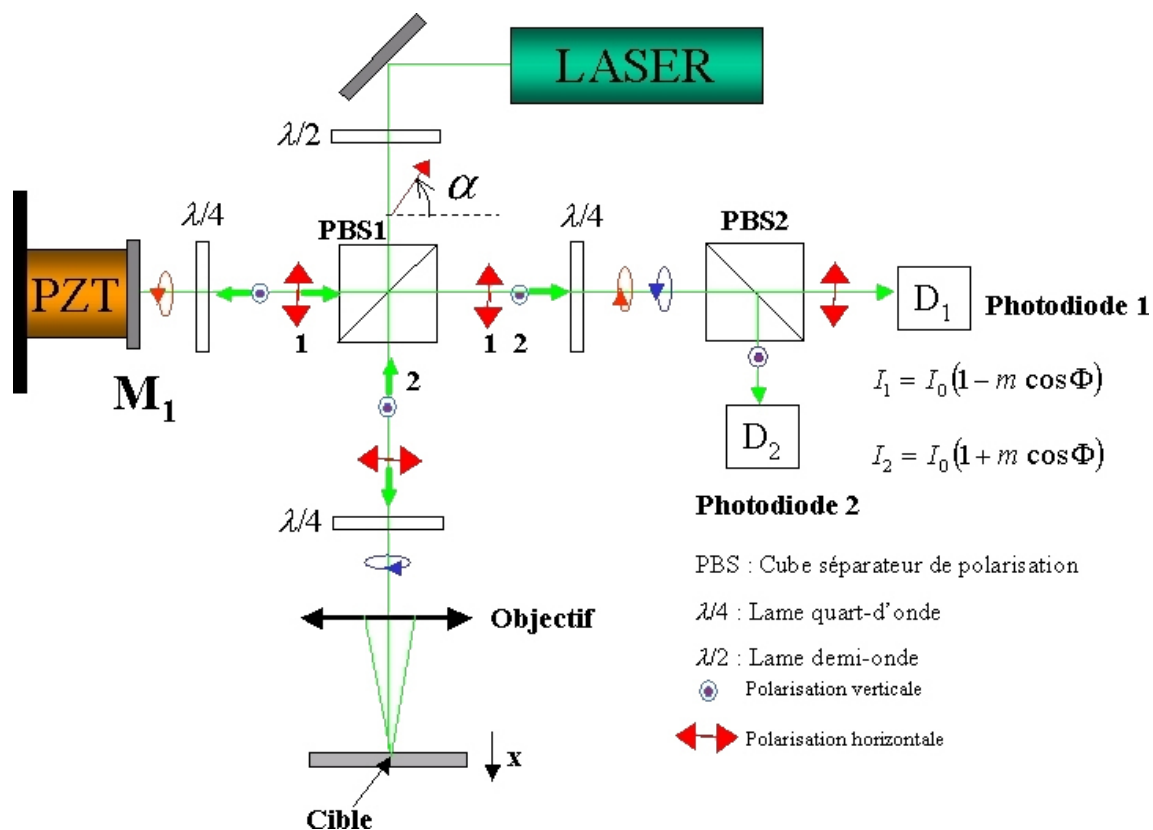


Figure 13 - Interféromètre de Michelson stabilisé par une contre réaction sur une cale piézoélectrique portant le miroir M1

La réalisation du montage est montrée sur la figure 14.

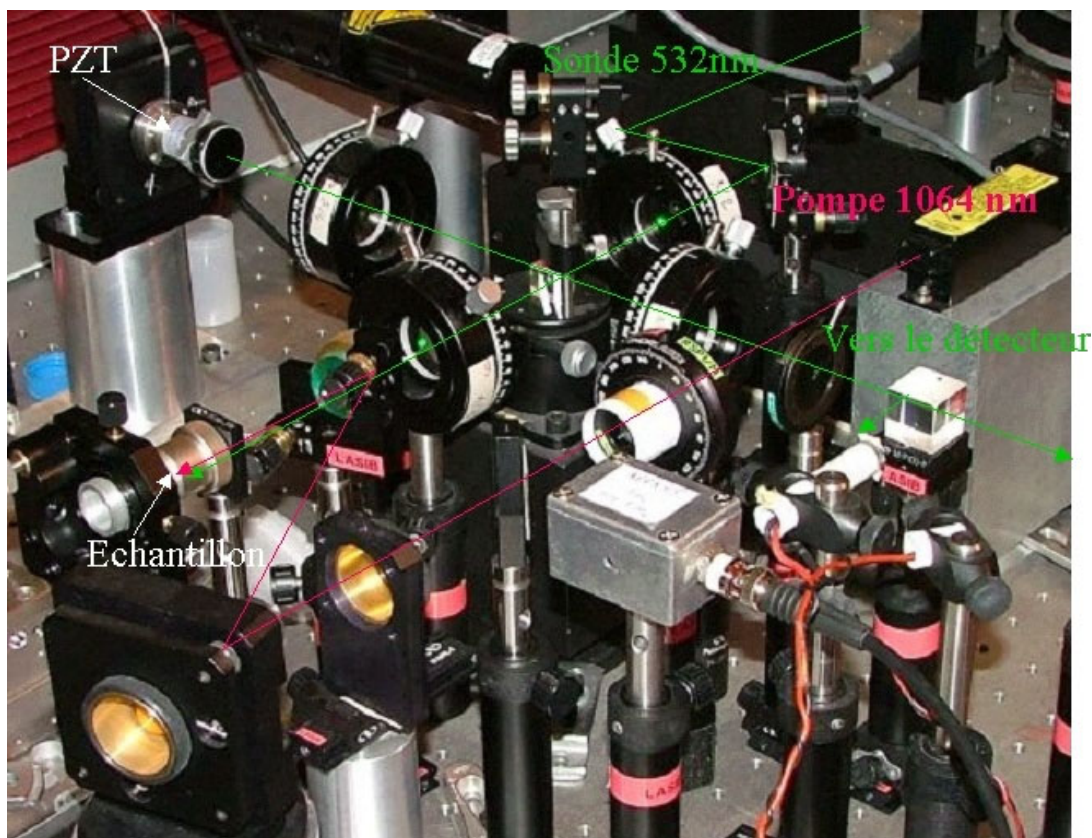


Figure 14 - Vue d'un interféromètre de Michelson monté en laboratoire

Le faisceau laser de polarisation rectiligne entre dans l'interféromètre par une lame de phase demi-onde $\lambda/2$ qui permet d'ajuster la direction de la polarisation avant de traverser un cube séparateur de polarisation PBS₁ (PBS : Polarizing Beam Splitter). La combinaison de la lame $\lambda/2$ et du PBS₁ permet de régler le partage de la puissance incidente P_L sur le faisceau de référence de puissance P_1 et sur le faisceau de sonde de puissance P_2 .

En supposant que les composants optiques n'entraînent aucune perte de puissance lumineuse, la conservation de la puissance lumineuse s'écrit : $P_L = P_1 + P_2$. Le fonctionnement du dispositif de répartition des faisceaux peut s'expliquer avec la loi de Malus. La direction de la polarisation rectiligne à l'entrée du cube PBS₁ fait un angle α par rapport à la direction horizontale. Le PBS₁ se comporte comme un polariseur parfait. La puissance transmise est $P_2 = P_L \cdot \cos^2(\alpha)$ tandis que la puissance réfléchie est $P_1 = P_L \cdot \sin^2(\alpha)$.

L'onde réfléchie (référence) par un cube séparateur de polarisation est verticale et perpendiculaire au plan d'incidence (polarisation s) tandis que l'onde transmise (sonde) a une polarisation horizontale parallèle au plan d'incidence (polarisation p). L'onde de référence traverse ensuite une lame quart-d'onde ($\lambda/4$) dont les lignes neutres sont à 45° des directions horizontales et verticales. Elle se réfléchit sur le miroir M_1 puis repasse à travers la lame quart-d'onde. La réflexion sur le miroir en incidence normale ne modifie pas l'état de polarisation. Le trajet aller-retour à travers la lame quart-d'onde transforme l'état de polarisation initial *rectiligne vertical* de l'onde en un état polarisation final *rectiligne horizontal* qui sera totalement transmis à travers le cube séparateur de polarisation, PBS₁.

De la même manière, le faisceau de sonde traverse une lame quart-d'onde d'orientation identique à la première. Il est réfléchi par la cible et repasse dans la lame quart-d'onde. L'aller-retour à travers cette lame quart-d'onde transforme l'état de polarisation initial *rectiligne horizontal* en un état de polarisation final *rectiligne vertical*, qui sera totalement réfléchi sur le cube séparateur de polarisation PBS₁. Avec ce dispositif, on évite un retour de tout faisceau vers la source laser, ce qui permet d'éviter le risque de déstabilisation de la source laser. Lorsqu'on utilise une diode laser comme source lumineuse, il est généralement nécessaire de placer un **isolateur optique** juste après le laser afin d'éviter tout retour de l'onde lumineuse vers le laser. Le rendement photométrique de ce montage est maximum. Les pertes optiques par réflexion sur les dioptres peuvent être réduites à des valeurs très faibles grâce à des éléments optiques traitées d'un anti-reflet.

Après avoir traversé le PBS₁, les deux ondes de référence et de sonde sont colinéaires mais la superposition de ces deux ondes ne donne aucune interférence observable à cause de l'orthogonalité de leur état de polarisation. On doit donc projeter les deux états de polarisation des deux ondes sur un état de polarisation commun : à 45° des directions horizontale et verticale avec un cube séparateur de polarisation incliné à 45°. Le faisceau transmis ne change pas de direction tandis que le faisceau réfléchi est incliné à 45° par rapport au plan horizontal. On obtient deux signaux variant en opposition de phase : $I_1 = I_0(1 - m \cos\Phi)$ et $I_2 = I_0(1 + m \cos\Phi)$.

Une alternative à ce montage, qui a l'avantage d'éviter tout faisceau sortant du plan de la table optique, consiste à placer une troisième lame quart-d'onde juste après le PBS₁. Cette lame $\lambda/4$ transforme les deux états de polarisation rectiligne en deux états de polarisation circulaire orthogonaux : états circulaires droite et gauche. La superposition ou l'interférence des deux ondes circulaires droite et gauche de même amplitude produit un état de polarisation rectiligne dont la direction varie linéairement avec le déphasage des deux ondes circulaires. Les signaux d'interférences détectés par les photodiodes D_1 et D_2 sont : $I_1 = I_0(1 - m \cos\Phi)$ et $I_2 = I_0(1 + m \cos\Phi)$.

Remarque

Si l'on veut connaître le sens du déplacement de la cible avec un interféromètre homodyne, il est nécessaire d'avoir au moins deux signaux d'interférence en quadrature ($\Phi \pm \pi/2$). Cela peut être obtenu au moyen du montage de la figure 15.

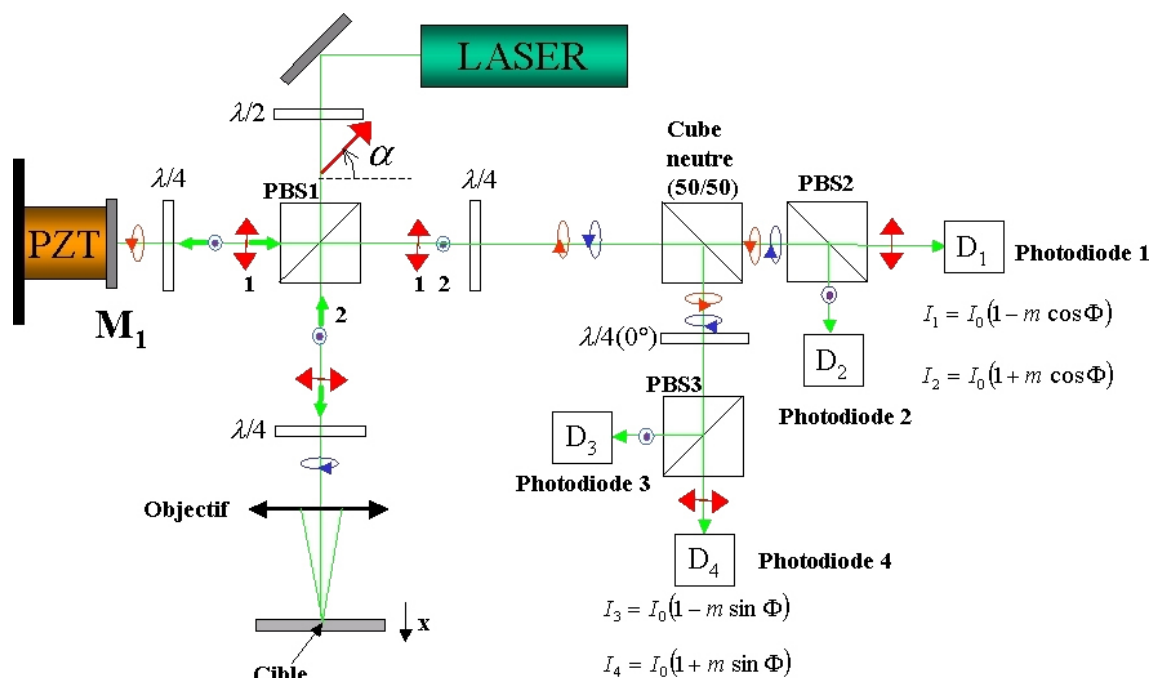


Figure 15 - Interféromètre de Michelson avec une détection délivrant quatre signaux en quadrature

Ce dernier montage utilise une quatrième lame $\lambda/4$ qui déphase les deux ondes de référence et de sonde de $\pi/2$. Si on ne souhaite pas utiliser de lame $\lambda/4$ additionnelle, on pourra obtenir un résultat équivalent en plaçant le PBS3 à 45° de l'horizontale.

Le dispositif de détection du montage dépend de la résolution souhaitée sur le déplacement. On peut distinguer trois cas :

1. On souhaite une résolution entre $\lambda/8$ et λ . Un dispositif à *comptage de franges d'interférences* sera suffisant. L'étendue de mesure peut aller de quelques centimètres à plusieurs dizaines de mètres, voire la centaine de mètre. Un interféromètre à comptage de franges est intégré à certains *lasers de poursuite* ou «laser tracker». Ces systèmes sont utilisés pour la métrologie tridimensionnelle de précision de pièces de grandes dimensions, comme les pièces d'avions.
2. On recherche une résolution de quelques nanomètres et une étendue de mesure ne dépassant pas quelques micromètres. La mesure de déplacements nécessite une *démodulation de phase* du signal d'interférence.
3. On cherche à mesurer avec une résolution inférieure au nanomètre des vibrations ultrasonores d'amplitudes inférieures à $\lambda/8$ (voir étude de cas). Dans ce cas on peut directement obtenir une réponse linéaire avec le déplacement en choisissant convenablement le point de fonctionnement de l'interféromètre.

2.3. Mesure de déplacements par comptage de franges

La figure 16 montre le principe de la mesure interférométrique d'un déplacement δx d'une cible par comptage de frange.

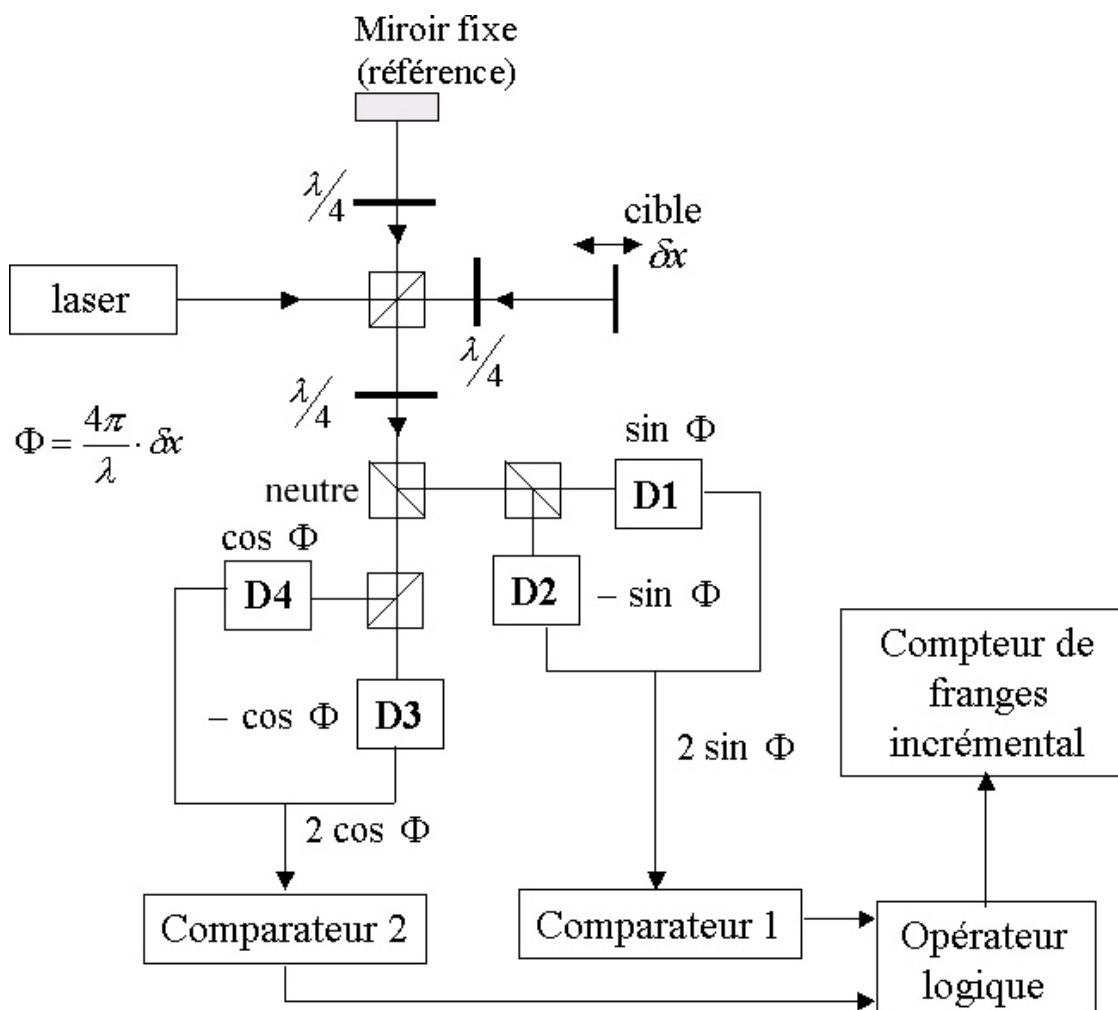


Figure 16 - Principe d'un interféromètre à comptage de franges

Le dispositif comporte quatre photodiodes. Le faisceau comprenant la superposition des deux polarisations circulaires droite et gauche est divisé par un cube neutre qui réfléchit 50% de la puissance incidente qui transmet l'autre moitié. Un cube neutre n'altère pas l'état de polarisation des deux ondes. Chacun des deux faisceaux issus de cette première division est de nouveau divisé en deux faisceaux par un cube séparateur de polarisation. Les courants délivrés par chacune des quatre photodiodes, proportionnelles aux puissances lumineuses reçues sont : $I_1 = I_0(1 + m \sin\Phi)$, $I_2 = I_0(1 - m \sin\Phi)$, $I_3 = I_0(1 - m \cos\Phi)$ et $I_4 = I_0(1 + m \cos\Phi)$, où $\Phi = 4\pi x/\lambda + \Phi$ est la phase du signal d'interférence. L'appariement des photodiodes D_1 et D_2 d'une part et des photodiodes D_3 et D_4 d'autre part, branchées en série, fournit les deux différences de courants : $I_C = 2I_0m \cos\Phi$ et $I_S = 2I_0m \sin\Phi$. Ces deux derniers courants sont convertis en deux tensions en quadratures qui alimentent l'entrée de deux comparateurs simples. Le niveau de sortie logique est 1 si $I_S, I_C > 0$ et le niveau 0 sinon. Les deux sorties logiques en quadrature varient en fonction du déplacement δx de la cible.

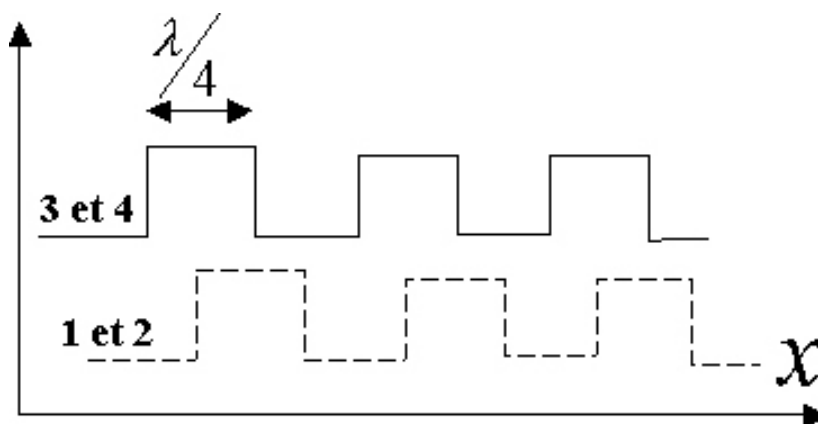


Figure 17 - Signaux logiques en quadrature à l'entrée d'un compteur de franges

Les deux signaux logiques, décalés de $\pi/2$, permettent le comptage de franges par un compteur incrémental.

Remarque

Le sens du déplacement de la cible peut être déterminé par un dispositif à comptage de franges et sa résolution minimale est de $\lambda/8$. Pour la longueur d'onde d'un laser Hélium-Néon à 633nm : $\lambda/8 \approx 80$ nm.

Complément

Un *laser de poursuite* intègre un interféromètre à comptage de frange qui doit effectuer le comptage sans erreur. Le contraste du signal d'interférence doit constamment être proche de 100%. Le faisceau de sonde ne doit pas être atténué lors de la réflexion sur la cible, qui peut être éloignée de plusieurs mètres de l'interféromètre; elle doit donc être parfaitement réfléchissante et renvoyer le faisceau laser de sonde dans la même direction que le faisceau incident. Ces conditions sont remplies si la cible est un coin de cube rétro-réflécteur. Ce réflecteur a la propriété de renvoyer le faisceau réfléchi exactement dans la même direction que le faisceau incident. L'opérateur qui tient à la main la cible n'a pas à se soucier de renvoyer précisément le faisceau laser de sonde vers l'interféromètre.

De plus, un laser de poursuite intègre un asservissement du faisceau laser de sonde qui suit constamment la cible. L'atténuation du faisceau de sonde lors de la réflexion est négligeable avec un rétro-réflécteur, quelle que soit la distance de la cible. Toutefois la divergence du faisceau laser fait progressivement diminuer le contraste, et limite l'étendue de mesure du laser de poursuite. Une longueur de cohérence de la source laser de plusieurs dizaines de mètres est nécessaire pour maintenir le contraste sur toute la plage de mesure. Dans les conditions réelles de mesure, la température de l'air ne doit pas être trop inhomogène car elle a une influence sur l'indice optique et donc sur le chemin optique. Pour en savoir plus voir : ²https://knowledge.faro.com/Hardware/Laser_Tracker/Tracker³

2.4. Démodulation d'un signal homodyne

Il est possible d'obtenir une résolution meilleure que $\lambda/8$ sur un déplacement de quelques longueurs d'onde en réalisant une démodulation du signal d'interférence. On remplace dans ce cas les comparateurs du dispositif de comptage de franges par un circuit de démodulation analogique qui utilise les deux signaux analogiques en quadrature $\sin\Phi$ et $\cos\Phi$.

2 - https://knowledge.faro.com/Hardware/Laser_Tracker/Tracker

3 - <http://www.faro.com>

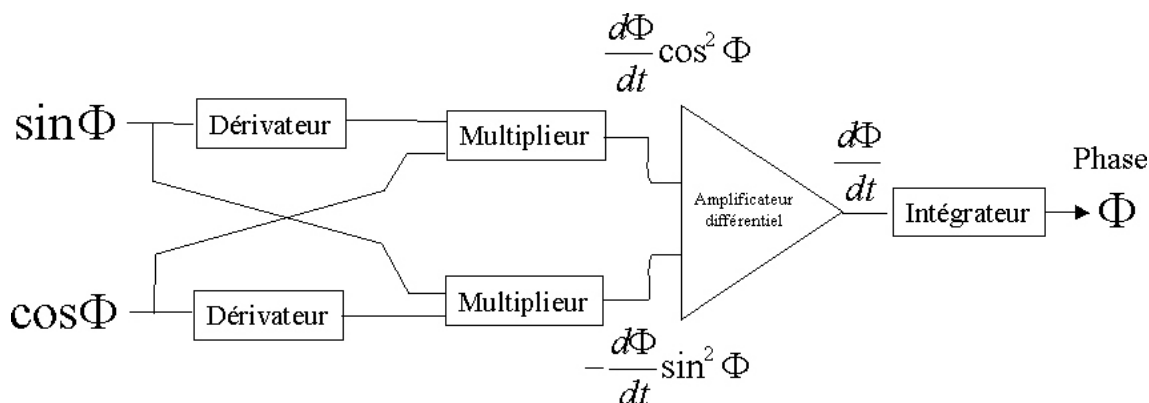


Figure 18 - Principe d'une démodulation analogique de deux signaux interférométriques en quadrature

La démodulation permet d'extraire la phase Φ , et donc le déplacement qui lui est proportionnel. La phase à l'origine Φ_0 considérée jusqu'ici comme constante peut être influencée par des dérives thermiques, de pression, ... Si l'on souhaite mesurer des déplacements quasi-statique, la conception de l'interféromètre visera à minimiser ces influences externes.

2.5. Mesures de vibrations ultrasonores

a) Ordres de grandeur

Exemple

Les vibrations ultrasonores ont des amplitudes d'autant plus faibles que leur fréquence est élevée. Les amplitudes des déformations η des ondes élastiques dans un solide varient typiquement de 10^{-6} à 10^{-4} . Avec des amplitudes plus fortes, on atteint le seuil de phénomènes non linéaires qui peuvent être destructifs. La vitesse de propagation d'une onde acoustique longitudinale dans un solide ou un liquide est de l'ordre de $c = 5000$ m/s. L'amplitude des vitesses particulières v est reliée à l'amplitude de la déformation par la relation $v = c \times \eta$. Ces vitesses particulières varient donc dans la plage de $5000 \times 10^{-6} = 5$ mm/s à $5000 \cdot 10^{-4} = 0,5$ m/s. L'amplitude des déplacements particuliers est relié à l'amplitude de la vitesse par $a = v/\omega$, où ω est la pulsation de la vibration. Pour une fréquence de 20 kHz, limite inférieure du domaine des ultrasons, les amplitudes vibratoires correspondantes sont $5 \cdot 10^{-3} / (2\pi \times 20 \times 10^3) = 40$ nm et $5 \cdot 10^{-1} / (2\pi \times 20 \times 10^3) = 4$ μ m. A 2MHz, les amplitudes vont de 400 pm à 40 nm. Au delà de 2MHz, les amplitudes vibratoires seront généralement inférieures à 50 μ m. Le dispositif de démodulation de la phase n'est plus nécessaire. Dans ces conditions, il est possible de mesurer des vibrations ultrasonores avec un dispositif de démodulation simplifié présenté dans le paragraphe suivant.

b) Sensibilité d'un interféromètre homodyne à la mesure de faibles déplacements

Pour mesurer des déplacements inférieurs à $\lambda/8$, il faut asservir le point de fonctionnement de l'interféromètre dans une zone linéaire.

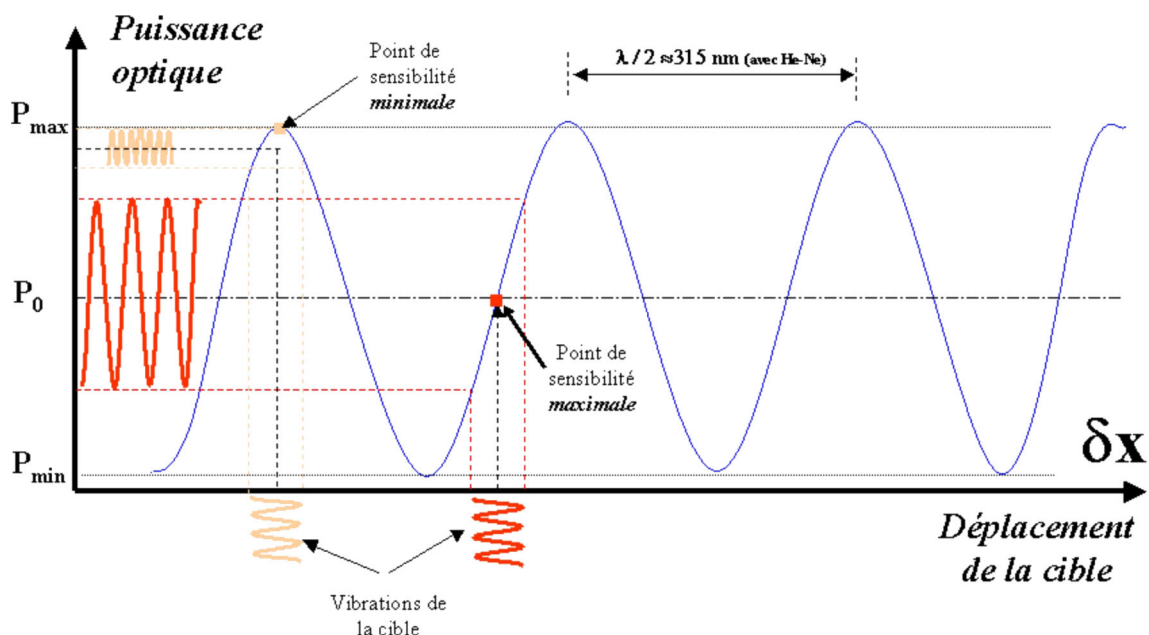


Figure 19 - Effet d'une oscillation de faible amplitude de la cible sur le signal interférométrique : (1) en un point de sensibilité maximale et (2) en un point de sensibilité nulle

On suppose que le faisceau de sonde est rétrodiffusé à la surface de la cible. Le déplacement δx mesuré est la projection du déplacement sur le vecteur sensibilité qui est lui-même colinéaire au faisceau incident de sonde.

La figure 19 montre la variation sinusoidale du signal d'interférence (courbe bleue) en fonction du déplacement δx

La vibration sinusoidale de faible amplitude est représentée dans deux cas :

- le signal d'interférence se trouve au voisinage d'un maximum
- le signal est au voisinage d'un point de pente maximale

On voit sur la figure que l'interféromètre donne la plus grande réponse (sensibilité) dans le dernier cas. Evaluons précisément cette sensibilité.

P_R et P_S désignent les puissances de référence et de sonde éclairant le photodétecteur et x est la position de la cible sur un axe parallèle au faisceau de sonde. Alors la puissance optique

reçue par le photodétecteur est

$$P = P_0 \left[1 + m \cdot \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} x + \Phi_0 \right) \right]$$

où $P_0 = P_R + P_S$ et $m = \frac{2\sqrt{P_R P_S}}{P_R + P_S}$.

La puissance lumineuse oscille entre $P_{max} = P_0(1 + m)$ et $P_{min} = P_0(1 - m)$.

Le *contraste des interférences* est $m = \frac{P_{max} - P_{min}}{P_{max} + P_{min}}$ et la puissance moyenne du signal

d'interférences est $P_0 = \frac{P_{min} + P_{max}}{2}$.

La sensibilité de l'interféromètre à la mesure de petits déplacements se définit par $S_I = \frac{\Delta P}{\Delta x} = \pm \frac{4\pi}{\lambda} P_0 \cdot m \cdot \sin(\Phi)$.

Le maximum de sensibilité est obtenu lorsque la phase à l'origine est égale à $\phi_0 = \pi/2 + [\pi]$. L'interféromètre doit être asservi pour empêcher les dérives thermiques de la phase Φ . La

sensibilité maximale est $S_I = \frac{\pm 4\pi}{\lambda} P_0 \times m$.

L'interféromètre est le premier maillon de la chaîne de mesure qui comprend plusieurs blocs :

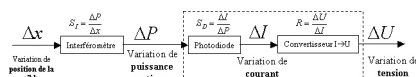


Figure 20 - Chaîne de mesure pour la détection d'ultrasons

1. l'interféromètre convertit une variation de position Δx en variation de puissance optique ΔP ,
2. une photodiode convertit la variation ΔP en une variation de courant électrique ΔI ,
3. un convertisseur courant-tension (à transimpédance) convertit la variation de courant ΔI en une variation de tension ΔU .

La photodiode a une sensibilité $S_D = \frac{\Delta I}{\Delta P}$, la fonction de transfert du convertisseur à transimpédance dans la bande-passante est $R = \frac{\Delta U}{\Delta I}$. On peut regrouper les deux derniers étages de la chaîne en un seul bloc de détection opto-électronique de sensibilité $S_0 = \frac{\Delta U}{\Delta P} = \frac{\Delta U}{\Delta I} \times \frac{\Delta I}{\Delta P} = R \cdot S_D$.

La sensibilité globale de la chaîne au maximum de sensibilité est : $S = \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{\Delta U}{\Delta P} \times \frac{\Delta P}{\Delta x} = R \times S \frac{4\pi}{D \times \lambda} P_0 m$.

Exemple

Avec $P_0 = 1 \text{ mW}$, $\lambda = 532 \text{ nm}$, $m = 1$, $R = 10 \text{ K}\Omega$, $S_D = 0,5 \text{ A/W}$ la sensibilité est égale à $S = R \times S_D \times \frac{4\pi}{\lambda} P_0 m = 10^4 \times 0,5 \times \frac{4\pi}{532 \cdot 10^{-9}} \times 10^{-3} \times 1 \approx 120 \text{ mV/nm}$

Remarque

La sensibilité d'une photodiode est : $S_D = \frac{\eta e \lambda}{hc}$, où η est son rendement quantique, h la constante de Planck, e la charge de l'électron et c la vitesse de la lumière. Le facteur S_D/λ ne dépend que du rendement quantique de la photodiode. Par conséquent le choix de la longueur d'onde n'a pas d'effet sur la sensibilité. En revanche la longueur d'onde intervient dans l'évaluation du bruit. Le rapport signal à bruit détermine le plus petit déplacement mesurable; il détermine la résolution de l'instrument de mesure.

c) Rapport signal à bruit

Le «bruit de photons» de la source lumineuse est la source prépondérante de bruit dans la chaîne de mesure. Le bruit de photons a une origine quantique en raison de la division de l'énergie lumineuse en grains d'énergie $h\nu$ les photons. Un flux lumineux doit donc être considéré comme un flux discontinu de photons qui sont détectés individuellement par une photodiode. Avec un débit de photons constant en moyenne, le nombre de photons détectés dans une durée donnée est une variable aléatoire qui suit une loi probabilité de Poisson.

Il existe un deuxième processus aléatoire au niveau de la conversion du photon incident en paire électron-trou, dans la jonction semiconductrice de photodiode. En pratique, un photon incident n'est pas détecté avec sa probabilité de 100%. Un photon peut être soit détecté soit perdu en ne créant pas de paire électron-trou. Le rendement quantique η d'une photodiode exprime la probabilité du processus de détection.

Dans la chaîne de mesure, viennent ensuite les sources de bruit du conditionneur de la photodiode comprenant le bruit Johnson $\sigma_U = \sqrt{4kTR \Delta f}$ dans la résistance R du convertisseur courant-tension. Ce bruit peut être négligé devant les deux premières sources de bruits.

Les électrons sont donc injectés de manière aléatoire dans le circuit de conditionnement. Le bruit électronique qui en résulte est un bruit de type «bruit de grenaille» où le quantum de charge électrique est l'électron. La densité spectrale de puissance de bruit d'un courant électrique d'intensité moyenne \bar{I} est $S_f = 2e\bar{I}$. L'écart-type des fluctuations de courant dans une bande-passante Δf est $\sigma(I) = \sqrt{2e\bar{I}\Delta f}$.

Le « **bruit de photon** » ne doit pas être confondu avec les fluctuations de puissance de la source laser dues aux différentes instabilités du processus d'émission. Les fabricants de sources laser parviennent à réaliser des sources laser continues monomodes avec une excellente stabilité de la puissance émise. Cependant le bruit résiduel de la source est spécifié dans une bande de fréquence. Par exemple une valeur de 0,2% de 10 Hz à 1 GHz signifie que l'écart-type des fluctuations de puissance (valeur rms) mesurées dans la bande de fréquence de 10 Hz à 1 GHz est égale à 0,2% de la puissance moyenne. Cette spécification ne dit pas comment est distribuée le bruit dans cette bande. D'une manière générale, un laser, possède une densité spectrale de bruit qui décroît avec la fréquence et qui devient négligeable dès que la fréquence dépasse quelques MHz.

Considérons l'interféromètre homodyne de la figure 21 stabilisé au maximum de sensibilité pour détecter des vibrations ultrasonores d'amplitude $x(t)$.

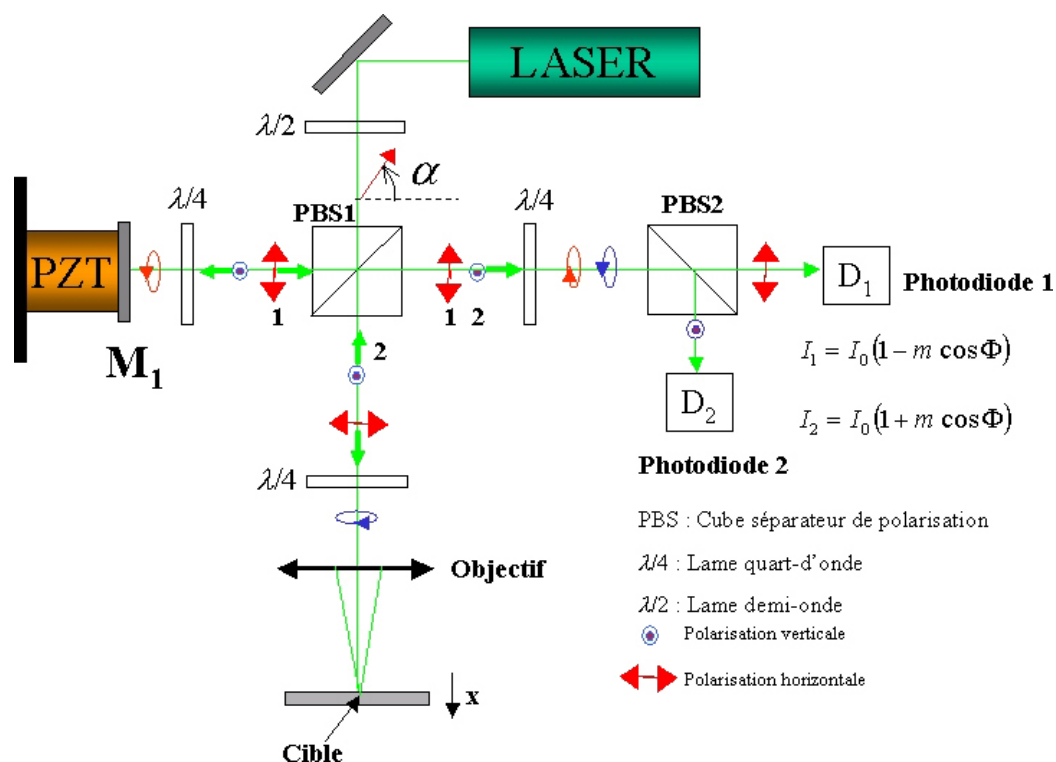


Figure 21 - Interféromètre de Michelson stabilisé délivrant quatre signaux en quadrature

En présence d'une source laser bruitée, les deux signaux d'interférences peuvent s'écrire :

$$I_1 = [I_0 + i - B(t)].\left(1 - m \frac{4\pi x(t)}{\lambda}\right) \quad \text{et} \quad I_2 = [I_0 + i_B(t)].\left(1 + m \frac{4\pi x(t)}{\lambda}\right)$$

où $i_B(t)$ représente les fluctuations de la source laser commune aux deux voies de détection.

Ces fluctuations sont faibles : $i_B(t) \ll I_0$. Les courants sont

$$I_1 \approx I_0 + i_B(t) - \left[I_0 m \frac{4\pi x(t)}{\lambda} \right] \quad \text{et}$$

$$I_2 \approx I_0 + i_B(t) + \left[I_0 m \frac{4\pi x(t)}{\lambda} \right]$$

Le deuxième terme commun $i_B(t)$ qui parasite le signal d'interférence peut gêner la mesure des signaux d'ultrasons. On élimine le signal parasite commun, en effectuant la différence des courants $I = I_2 - I_1$.

$$I \approx 2I_0 m \frac{4\pi x(t)}{\lambda}$$

Le signal différentiel ne comprend plus que le signal d'ultrasons. Le signal différentiel a l'avantage de doubler la sensibilité par rapport au signal donné par une seule photodiode. La solution la plus simple pour réaliser la différence des courants est de brancher en série les deux photodiodes comme dans la figure 22.

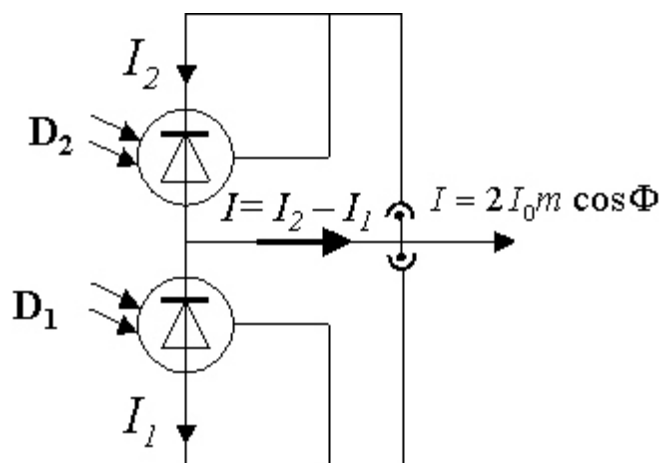


Figure 22 - Association de deux photodiodes conduisant à une soustraction des courants

Pour évaluer l'amplitude de ces fluctuations, considérons une suite d'intervalles de temps d'intégration Δt_i de même durée Δt . Soit N_i le nombre d'électrons «comptés» dans chaque intervalle de temps Δt_i . Le nombre N_i fluctue d'un intervalle à l'autre. On sait que la variable aléatoire N (le nombre d'électrons compté dans chaque intervalle Δt) suit une loi de Poisson de valeur moyenne \bar{N} . Cette loi de probabilité est caractérisée par un écart-type $\sigma(N)$ égal à

$$\sqrt{\bar{N}}. \text{ L'intensité moyenne du courant électrique est } \bar{I} = \frac{\bar{N}}{\Delta t} e.$$

$$\sigma(I) = \frac{\sigma(N)}{\Delta t} e = \frac{\sqrt{\frac{I\Delta t}{e}}}{\Delta t} e = \sqrt{\frac{\bar{I}e}{\Delta t}}.$$

L'écart-type des fluctuations du courant est

Le temps d'intégration Δt qui est la période d'échantillonnage du signal lumineux, est relié à la fréquence d'échantillonnage $f_e = 1/\Delta t$

D'après le théorème d'échantillonnage, la bande-passante maximale que l'on peut reconstruire

du signal échantillonné est : $\Delta f = \frac{f_e}{2}$. Finalement, l'écart-type des fluctuations de puissance peut s'écrire : $\sigma(I) = \sqrt{2e\bar{I}\Delta f}$ (**formule de Schottky**). La densité spectrale de bruit $S_f = 2e\bar{I}$ est constante ; le bruit de grenaille est un bruit blanc.

En première approximation, une photodiode peut être modélisée par un filtre passe-bas du premier ordre avec une fréquence de coupure f_c . Cette fréquence est reliée au temps de montée t_r de 10% à 90% du courant pour une excitation optique en échelon : $f_c \approx 0,35/t_r$. Pour évaluer en pratique sa bande passante, la photodiode est éclairée, sans la saturer, par une impulsion optique brève représentant une impulsion de Dirac. On mesure sa réponse impulsionnelle qui, pour un système du premier ordre, est une exponentielle décroissante dont la constante de temps est $\tau = t_r/\ln 9 = 1/(2\pi f_c)$. Pour une photodiode, on prend généralement une bande passante équivalente de bruit $\Delta f \approx f_c$.

La bande passante équivalente de bruit de la chaîne de mesure complète est déterminée par l'étage qui a la plus petite bande-passante.

Exemple

Une chaîne de mesure comprend: une photodiode, un convertisseur courant-tension et un oscilloscope dont les bandes passantes sont respectivement de 2 GHz, 1 GHz et 20 MHz. Dans

ce cas, la bande passante équivalente de bruit de la chaîne de mesure est de 20 MHz, celle de l'oscilloscope.

Par conséquent la puissance de bruit est proportionnelle à la bande passante équivalente de la chaîne de mesure. L'écart-type des fluctuations est proportionnel à la racine carrée de cette bande-passante. Pour évaluer le rapport signal à bruit juste en sortie du convertisseur courant-tension, on supposera que le convertisseur n'apporte pas de bruit supplémentaire (le facteur de bruit est égal à 1). On pourra donc évaluer le rapport signal à bruit au niveau de la sortie courant de la photodiode.

Définition

Le rapport signal à bruit pour un déplacement Δx est le quotient $S/B = \frac{\Delta I}{\sigma(I)} = \frac{S_I S_D \Delta x}{\sqrt{2e\bar{I}\Delta f}}$. Avec $\bar{I} = P_0 \cdot S_D = P_0 \cdot \frac{\eta \cdot e \cdot \lambda}{h \cdot c}$, on trouve l'expression $S/B = 2\pi m \sqrt{\frac{2\eta P_0}{hc\lambda \Delta f}} \times \Delta x$.

Définition

Le *Déplacement Equivalent au Bruit* δx (DEB) est défini comme le plus petit déplacement donnant un signal d'amplitude égal à l'écart-type de bruit. Autrement dit le rapport S/B est égal à 1 (ou 0 dB).

Fondamental

Le déplacement équivalent au bruit représente le plus petit déplacement détectable ; c'est la limite caractéristique de détection du système ; il détermine la résolution de la mesure. L'expression du déplacement équivalent au bruit est :

$$\delta x = \frac{1}{2\pi m} \times \sqrt{\frac{hc\lambda \Delta f}{2n P_0}}$$

La définition du *déplacement équivalent au bruit* est analogue à celle de *Puissance Equivalente au Bruit* (PEB) ou «Noise Equivalent Power» (NEP) des photodétecteurs. On pourrait définir la *défectivité* du système de mesure comme l'inverse du DEB.

Exemple

En reprenant les données qui ont servi à calculer la sensibilité, on calcule :

$$\frac{\delta x}{\sqrt{\Delta f}} = \frac{1}{2\pi m} \times \sqrt{\frac{hc\lambda}{2_n P_0}} = \frac{1}{2\pi \times 1} \times \sqrt{\frac{6,62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 532 \times 10^{-9}}{2 \times 1 \times 10^{-3}}} = 1,15 \times$$

$$10^{-15} \text{ m} / \sqrt{\text{Hz}} \approx 1 \text{ fm} / \sqrt{\text{Hz}}$$

Le déplacement équivalent au bruit spécifique est un paramètre caractéristique des vibromètres laser. Si la bande passante est de 1 MHz, le plus petit déplacement détectable est d'environ 1 pm, ce qui représente la résolution du système de mesure. La *dynamique* du vibromètre laser, qui est le rapport entre le plus grand déplacement mesurable en régime linéaire, environ 100 nm (± 50 nm), et le plus petit déplacement mesurable, égal à 1 pm, vaut 10^5 . Pour numériser le signal analogique sur cette dynamique, il faut un convertisseur analogique-numérique d'au moins 16 bits. La plupart des oscilloscopes numériques convertissent sur 8 ou 12 bits ce qui est insuffisant.

Un déplacement de 1 pm est une valeur presque 10 fois plus petite que l'amplitude moyenne des vibrations atomiques à température ambiante. Il ne faut pas en conclure que l'on est capable de détecter les vibrations des atomes avec un vibromètre laser. Pour donner un sens à une telle mesure, il faut tenir compte du **volume de mesure**, qui est le volume de matière sondée par le faisceau laser. Ce volume est approximativement égal au produit du diamètre de faisceau focalisé par la profondeur de pénétration de la lumière dans le matériau. Le diamètre minimum du faisceau de sonde focalisé est de l'ordre de la longueur d'onde. De plus, la profondeur de pénétration ξ du faisceau de sonde dans un milieu opaque métallique dépend de

l'indice optique complexe : $n = n' - jn''$ et $\xi = \lambda/(4\pi n'')$, qui est typiquement de 10 nm dans un métal. Le volume de mesure est de l'ordre de $\lambda^2 \times \xi \approx 10^{-20} \text{ m}^3$ dans un métal, en prenant

$\lambda = 1 \mu\text{m}$. Le nombre d'atomes dans le volume de mesure est $N = \frac{N_A \mu V_{mes}}{M}$, où N_A est le nombre d'Avogadro, μ est la masse volumique et M est la masse molaire.

$$N = \frac{N_A \mu V_{mes}}{M} = \frac{6,02 \times 10^{23} \times 2700 \times 10^{-20}}{27 \times 10^{-3}} = 6,02 \times 10^8$$

Pour l'aluminium, on calcule :
atomes. Le déplacement mesuré est bien plus grand que la fluctuation thermique moyenne du centre de masse des N atomes, qui est $\sqrt{N} \approx 25000$ fois plus petite que la fluctuation atomique individuelle. Il n'y a donc aucun paradoxe à mesurer des déplacements très inférieurs à l'amplitude des vibrations atomiques dès lors que la mesure concerne un grand ensemble d'atomes.

Si l'on dispose d'une source laser suffisamment puissante (on trouve couramment des sources laser continues à solide pompées par diode laser doublée en fréquence à la longueur d'onde de 532 nm qui peuvent dépasser 200 mW), il est possible d'optimiser indépendamment le contraste m et la puissance P_0 . Le contraste est d'abord optimisé en jouant sur la répartition des puissances optiques entre les voies de référence et de sonde. Puis, au moyen d'un atténuateur, la puissance P_L qui est injectée dans l'interféromètre est ajustée jusqu'à la limite de saturation du photodétecteur.

Exemple

On suppose que l'interféromètre comprend des éléments optiques traités avec des antireflets ; on peut donc négliger les pertes optiques. La puissance incidente P_L du laser est partagée avec un coefficient x entre le faisceau de référence $P_R = x.P_L$ et le faisceau de sonde $P_S^{incidente} = (1-x).P_L$. Cette dernière puissance doit rester au dessous du seuil destructif de l'échantillon étudié. L'échantillon renvoie vers le détecteur une fraction S_c de la puissance incidente : $P_S = S_c.(1-x).P_L$, où S_c est le coefficient de rétrodiffusion de la cible. La puissance totale éclairant la photodiode : $P_0 = P_R + P_S$ doit être inférieure à une valeur limite $(P_0)_{max}$ qui est de l'ordre de quelques mW. Un éclairage excessif de la photodiode ne garantit plus une réponse linéaire. De plus, elle pourrait subir un endommagement irréversible. L'optimisation du S/B de l'interféromètre commencera par le réglage du contraste m à sa valeur maximum en ajustant la répartition de puissance entre le faisceau de référence et le faisceau de sonde. On finira par optimiser le rapport S/B en augmentant la puissance P_L en prenant garde à ne pas dépasser les valeurs maximales admissibles pour la cible et la photodiode.

Exemple

Si la source laser est un petit laser He-Ne, la puissance disponible est généralement inférieure à 2 mW. Le problème est de déterminer la répartition de la puissance P_L de la source entre référence et sonde qui optimise le rapport signal à bruit. La répartition des puissances de référence et de sonde sont respectivement égales à $P_R = x.P_L$ et $P_S = S_c.(1-x).P_L$ au niveau de la photodiode. Pour une cible dont la valeur de S_c est donnée, l'optimisation du rapport signal à bruit revient à chercher la valeur du coefficient de partage x qui maximise le produit $m.\sqrt{P_0}$. On peut montrer que ce problème d'optimisation équivaut à minimiser la fonction

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{S_c(1-x)}. \text{ La solution optimale est } x_{opt} = \frac{\sqrt{S_c}}{1 + \sqrt{S_c}}.$$

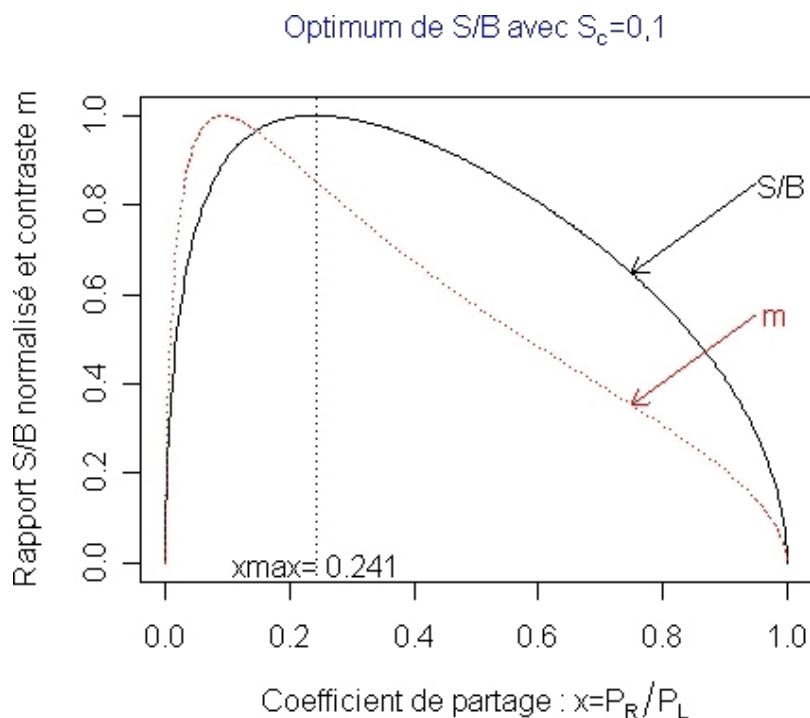


Figure 23 - Variations du rapport signal à bruit et du contraste en fonction du partage de la puissance entre le faisceau de référence et le faisceau de sonde

La figure 23 montre l'évolution du rapport S/B et du contraste m en fonction du coefficient de partage x dans le cas d'une cible renvoyant 10% de la puissance incidente ($S_c = 0,1$). Dans ce

cas $x_{opt} = \frac{\sqrt{S_c}}{1 + \sqrt{S_c}} \approx 0,24$. La courbe de S/B a été normalisée par rapport à son maximum.

d) Asservissement d'un interféromètre homodyne

Les dérives de la température de l'air sur le chemin des faisceaux, certaines vibrations des éléments optiques de l'interféromètre entraînent des perturbations qui modifient la phase interférométrique Φ_0 . Pour maintenir constamment la sensibilité d'un interféromètre homodyne à sa valeur maximale, il est nécessaire d'asservir l'interféromètre au point de fonctionnement optimum. On peut réaliser en pratique cet asservissement grâce à un miroir placé sur le trajet de référence, monté sur une cale piézoélectrique (PZT). La position du miroir est ajustée par la tension qui est appliquée à la cale. La figure 24 montre le schéma du système bouclé simple qui permet un asservissement efficace de l'interféromètre.

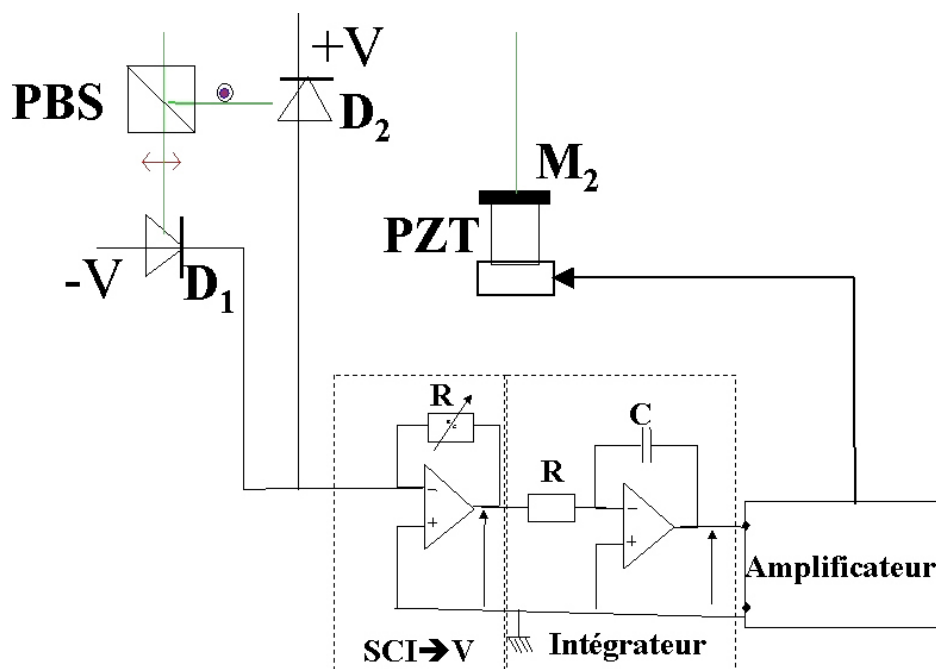


Figure 24 - Schéma électronique permettant de réaliser un asservissement de la position du miroir M1 de l'interféromètre

En pratique, la stabilisation de l'interféromètre peut être maintenue plusieurs heures sans intervention de l'opérateur si l'environnement de l'interféromètre est préservé de fortes perturbations. Cela nécessite toutefois que l'interféromètre soit placé sur une table optique isolée des vibrations du sol et qu'on préserve l'interféromètre de fortes convections de l'air ambiant.

Complément

Fonctionnement de l'asservissement. Le signal d'erreur provient de deux photodiodes auxiliaires D_1 et D_2 de faible bande passante (≈ 1 MHz) qui prélèvent une fraction négligeable, environ 1%, de la puissance lumineuse. L'essentiel de la puissance lumineuse est envoyée sur la photodiode rapide D qui détecte les ultrasons. Les deux photodiodes D_1 et D_2 reçoivent respectivement les puissances :

$$P_1 = P_0 \left[1 - m \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} x + \Phi_0 \right) \right] \text{ et } P_2 = P_0 \left[1 + m \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} x + \phi_0 \right) \right]$$

Les courants générés par ces deux flux lumineux sont respectivement :

$$I_1 = I_0 \left[1 - m \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} x + \Phi_0 \right) \right] \text{ et } I_2 = I_0 \left[1 + m \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} x + \phi_0 \right) \right]$$

Le montage des deux photodiodes en série fournit, à la branche reliant le noeud commun aux deux photodiodes et le noeud situé à l'entrée du convertisseur courant-tension, un courant I

$$I = I_2 - I_1 = 2I_0 m \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} x + \Phi_0 \right)$$

égal à la différence des courants :

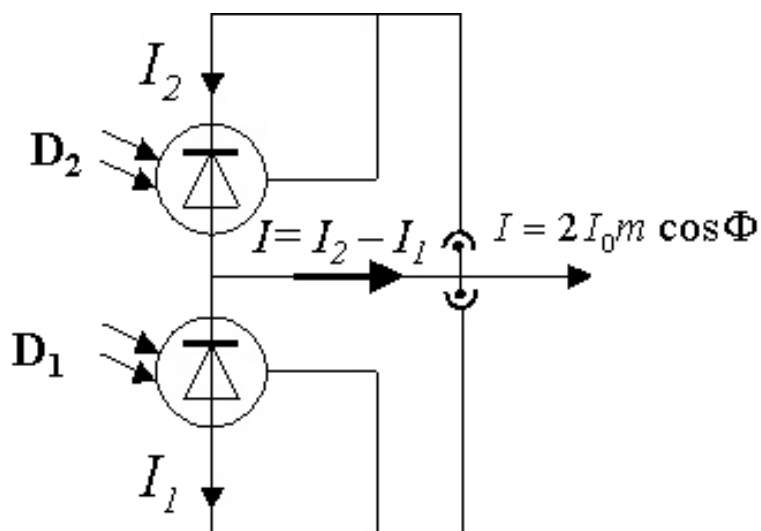


Figure 25 - Détection duale

Le point de fonctionnement donnant le maximum de sensibilité correspond à une phase $\Phi_0 = (2k + 1) \times (\pi/2)$, où k est un entier. Les vibrations ultrasonores sont de faibles amplitudes : $x \ll \lambda$; le terme $(4\pi/\lambda).x$ reste toujours négligeable devant la phase Φ_0 . Lorsque l'interféromètre est asservi, le courant I est nul. La cale piézoélectrique est modélisée par un système linéaire du second ordre avec une fréquence de résonance de l'ordre de 1 kHz et une constante d'amortissement $\tau = 1$ ms. Le système bouclé possède un ensemble de positions d'équilibre stables et instables. Au voisinage d'une position d'équilibre, le comportement du système peut être approché par un système linéaire du second ordre. Seules les valeurs entières de k paires (ou impaires) donnent des positions d'équilibre stables (ou instables).

On peut utiliser la modélisation pour simuler la réponse à une perturbation de phase Φ_B qui s'ajoute à la perturbation de phase $(4\pi/\lambda).x$ des vibrations ultrasonores. Les variations de la phase Φ_B est beaucoup plus lente que les variations de phase provenant du terme $(4\pi/\lambda).x$. La simulation de la réponse à une perturbation de phase Φ_B en échelon permet de régler les paramètres du système bouclé. On recherche un retour à l'équilibre avec un temps de réponse le plus court possible et sans réponse oscillatoire. Un temps de réponse optimum dépend de la constante d'amortissement de la cale piézoélectrique. Un temps de réponse de l'ordre de 10 ms peut convenir pour compenser les dérives thermiques et les turbulences de l'air. Le système bouclé se comporte comme un filtre passe-haut de fréquence de coupure voisine de 100 Hz. Les fréquences ultrasonores ne sont donc pas atténuées par l'asservissement.

e) Amélioration du rapport signal à bruit d'un signal répétitif

Il arrive fréquemment que le signal d'ultrasons à mesurer possède un rapport signal à bruit négatif (en dB). Si le phénomène étudié n'est pas répétitif, il ne sera pas possible d'extraire le signal d'ultrason transitoire à partir d'une seule acquisition. En revanche, si le phénomène est un régime permanent sinusoïdal, il sera alors possible d'extraire l'amplitude du signal sinusoïdal au niveau du spectre par une transformée de Fourier. Dans le domaine spectral, le bruit blanc est uniformément réparti tandis que le signal, concentré sur un intervalle spectral étroit, pourra émerger du bruit.

Exemple

On considère un signal sinusoïdal permanent d'amplitude 10 fois plus faible que la valeur RMS du bruit ($S/B = -20$ dB) et de fréquence 1 MHz. La fréquence d'échantillonnage est de 25 Mhz. Ce signal bruité typique est représenté sur la figure 26.

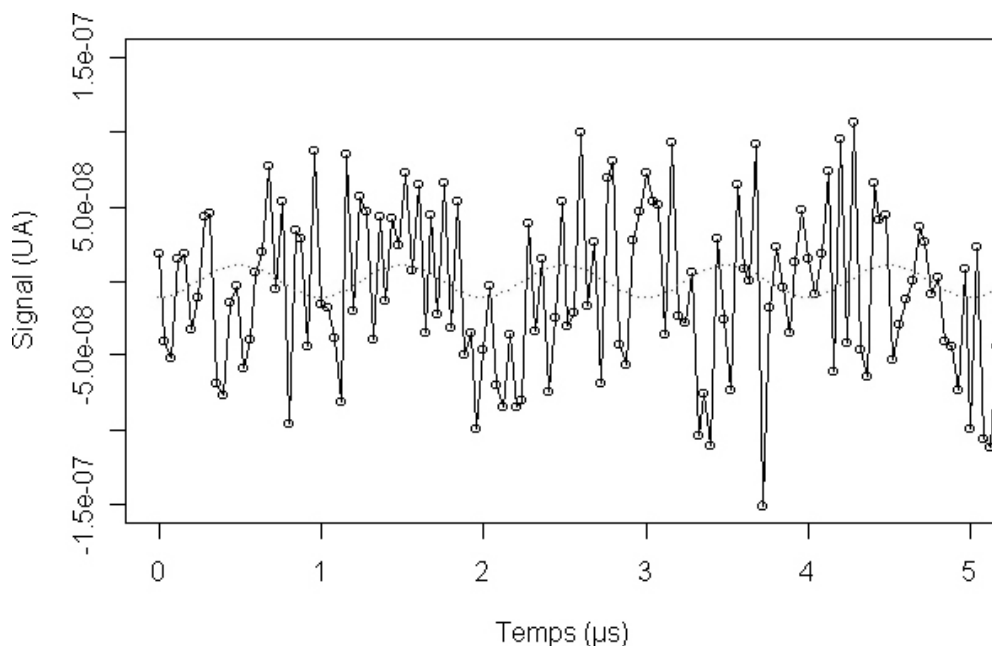


Figure 26 - Signal sinusoïdal de 1 MHz superposé à un bruit avec un rapport S/B de 1/10 (-20dB)

Il est impossible sur un petit nombre de périodes de déterminer l'amplitude du signal sinusoïdal noyé dans le bruit. En revanche, si l'acquisition du signal est réalisée sur 100 périodes, le signal émerge du bruit dans le domaine spectral. Le calcul de la transformée de Fourier rapide donne le spectre de la figure 27, l'échelle verticale est la **Densité Spectrale de Puissance (DSP)**.

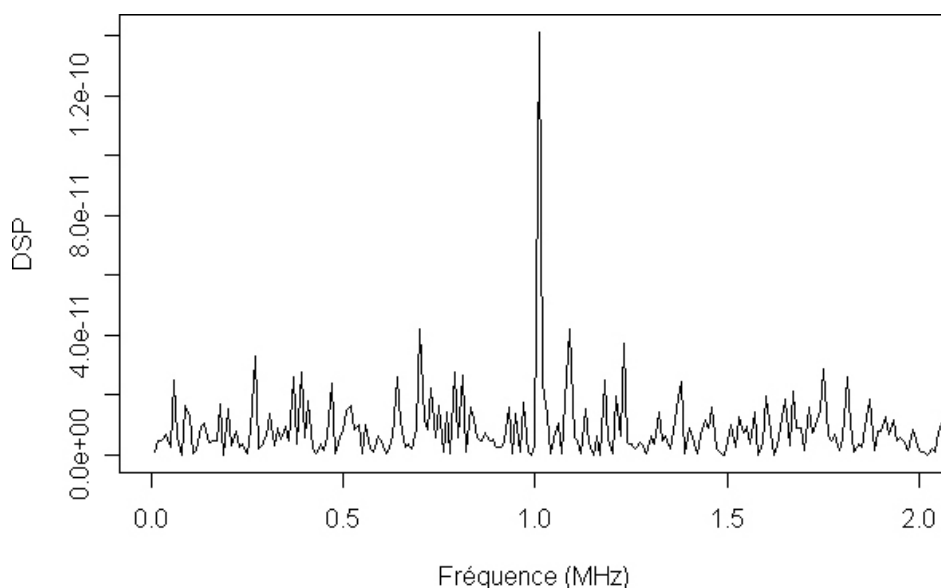


Figure 27 - Spectre obtenu par FFT de 100 périodes du signal sinusoïdal bruité de la figure 26
Le signal ressortira encore mieux du bruit dans le domaine spectral si l'oscillation sinusoïdale est constante sur 1000 périodes (représentant 25000 points) (figure 28).

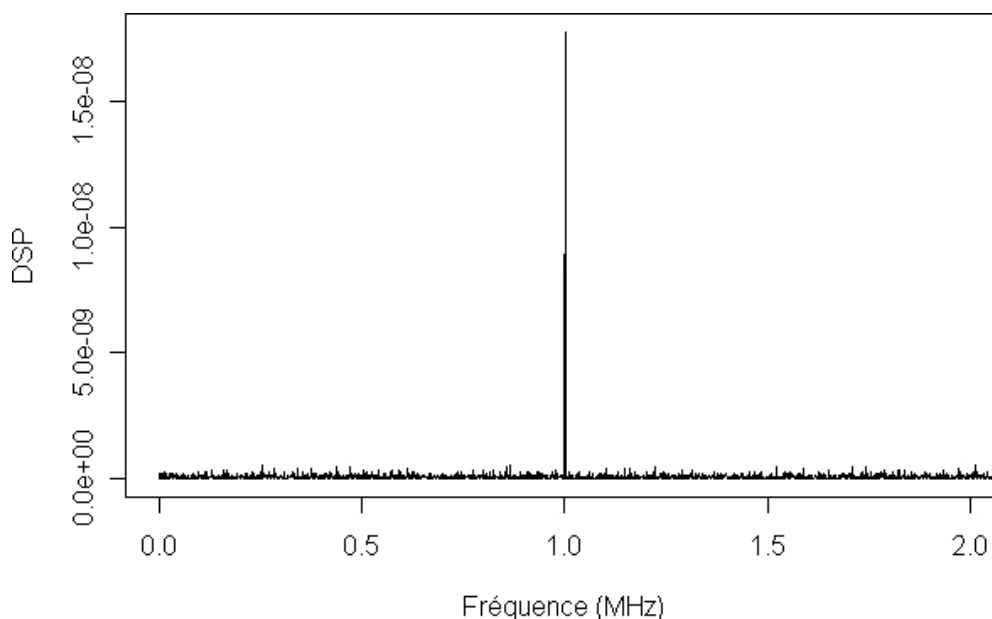


Figure 28 - Spectre obtenu par FFT de 1000 périodes du signal sinusoïdal bruité de la figure 26

Si le signal est une superposition de plusieurs oscillations sinusoïdales faiblement amorties, avec des facteurs de qualité $Q \approx 1000$, il sera possible d'extraire les différentes fréquences du signal.

Dans le cas où le signal d'ultrasons que l'on veut mesurer est un transitoire bref, il faudra alors chercher à répéter le phénomène et «moyenner» le plus grand nombre possible de répétitions du phénomène transitoire.

Chaque acquisition doit être synchronisée avec un signal de déclenchement (trigger). Lorsque les ultrasons sont induits par un laser impulsif (pompe), l'impulsion lumineuse de «pompe» sert de signal de déclenchement. Le système d'acquisition peut être un oscilloscope numérique avec une fonction *moyennage de signaux*. Cette fonction «moyennage» améliore généralement la résolution verticale de l'oscilloscope qui peut passer de 8 bits à 16 bits. Le rapport S/B sur le signal moyenné croît en $1/\sqrt{N}$ du nombre N d'acquisitions. Avec un oscilloscope numérique capable d'acquérir et de moyenner des milliers de signaux, il devient possible de détecter des amplitudes vibratoires de 1 pm dans une bande passante de 1 GHz , et avec un rapport signal à bruit supérieur à 20 (+26 dB), soit un DEB de l'ordre de 50 fm (voir étude de cas).

Exemple

Si le déplacement équivalent au bruit est de 1 pm sur une acquisition, la moyenne de $N = 100$ acquisitions donnera un DEB équivalent à $0,1\text{ pm}$. La figure 28bis montre la simulation d'un signal superposé à un bruit gaussien d'écart-type égal à l'unité (courbe bleue) comparé au signal moyenné 100 fois (courbe rouge). Dans la simulation, la fréquence d'échantillonnage du signal est de 50 par unité arbitraire de temps.

Complément : Calcul de la variance du bruit dans un signal moyenné.

Chaque signal est échantillonné avec une certaine fréquence f_e pendant une durée Δt et contient $N_e = f_e \Delta t$ échantillons aux instants $t_j, j = 1, \dots, N_e$.

Chacun des N signaux $s_i(t_j), i = 1, \dots, N$ peut être considéré comme la somme du signal d'ultrasons $s_0(t_j)$ qu'on suppose constant à chaque répétition, et d'un signal aléatoire $b_i(t_j)$. La moyenne de N signaux aléatoires tend vers un signal nul lorsque N tend vers l'infini. Autrement dit, un signal aléatoire est une variable aléatoire d'espérance nulle : $E[b(t)] = 0$, quel que soit l'instant t . Chaque signal aléatoire est caractérisé par une variance indépendante

de l'instant t_j : $\text{Var}[b] = \sigma_b^2$, où σ_b représente l'écart-type du bruit. Évaluons la variance du bruit sur le signal moyenné : $\bar{s}_i(t_j) = \bar{s}_0(t_j) + \bar{b}_i(t_j) = s_0(t_j) + \bar{b}_i(t_j)$.

Les N signaux aléatoires sont statistiquement indépendants donc la variance de la somme $\sum_{i=1}^N b_i(t_j)$ est égale à la somme des variances de chaque terme de la somme. D'où

$\text{Var}[\bar{s}] = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \text{Var}[b_i] = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sigma_b^2 = \frac{1}{N} \sigma_b^2$. L'écart-type de bruit sur le signal moyenné

égal à $\sigma[\bar{s}] = \frac{\sigma_b}{\sqrt{N}}$. L'écart-type de bruit décroît en $1/\sqrt{N}$, où N est le nombre d'acquisitions.

Signal bruité ($\sigma_b = 1$) : moyenné ($N=100$) et non moyenné ($N=1$)

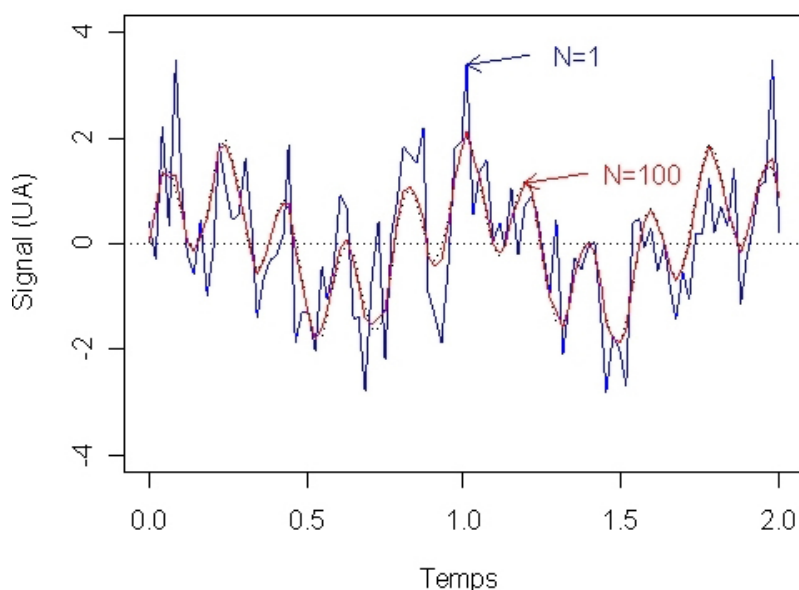


Figure 28 bis - Comparaison entre un signal bruité de bruit gaussien d'écart-type égal à 1 avec une moyenne de 100 acquisitions

f) Mise au point sur une cible de forme sphérique

Lorsque la surface étudiée est courbe, il faut focaliser le faisceau de sonde sur la cible afin de permettre la recollimation de la lumière rétrodiffusée. Dans le cas contraire, les performances de l'interféromètre seront fortement diminuées.

Cette recollimation a lieu lorsque la courbure de la surface d'onde est égale à la courbure de la cible. La distance focale f de l'objectif doit être choisie pour que le rayon de courbure de la surface soit plus grande que le rayon de courbure minimal de l'onde.

Soit w , le rayon du faisceau gaussien avant l'objectif. Le rayon de courbure R d'un faisceau laser gaussien focalisé passe par une valeur minimale égale à $2z_R = (2\pi w_0^2)/\lambda$, où z_R est la distance de Rayleigh du faisceau laser focalisé et $w_0 = (\lambda f)/(\pi w)$, le rayon de ceinture du faisceau laser ou « waist ».

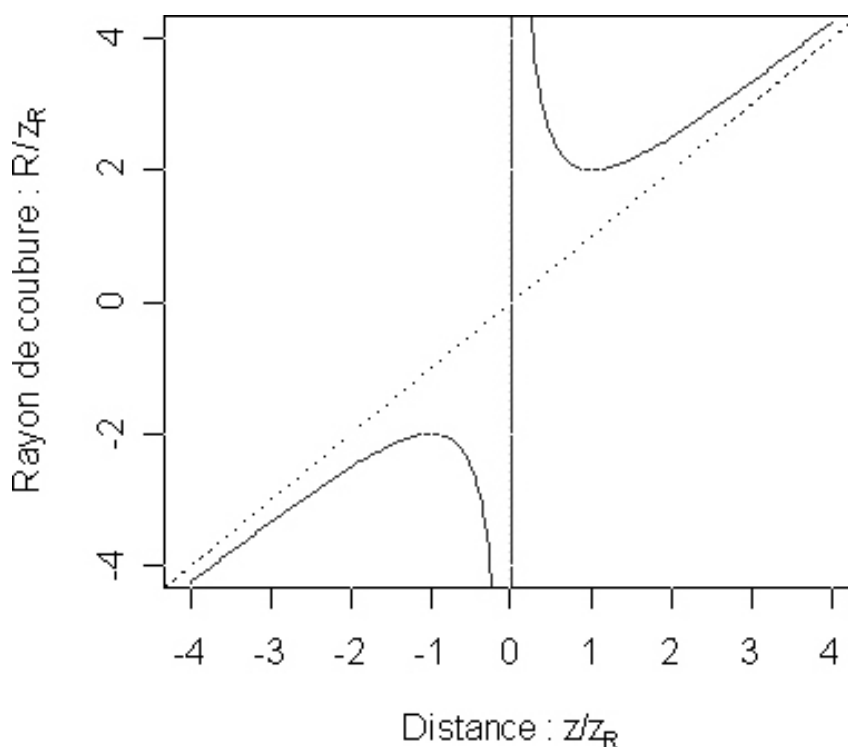


Figure 29 - Evolution du rayon de courbure d'un faisceau gaussien au voisinage du « waist »

Soit R_{cible} , le rayon de courbure de la cible sphérique. La condition de recollimation du faisceau de sonde est $R_{cible} > R_{min} = (2\pi w_0^2)/\lambda = (2\lambda/\pi) \cdot (f/w)^2$. Pour minimiser R_{min} on doit augmenter w , le faisceau doit donc être élargi pour couvrir totalement l'ouverture de l'objectif.

Exemple

Soit w_{max} , le rayon d'ouverture de faisceau gaussien dans l'objectif et $NA = w_{max}/f$, l'ouverture numérique de l'objectif, le rayon de courbure minimum est $R_{min} = (2\lambda/\pi)/NA^2$. Pour $\lambda = 532 \text{ nm}$ et $NA = 0,2$, on calcule $R_{min} = 17 \mu\text{m}$: il est possible de focaliser le faisceau sur une cible de rayon de courbure $\approx 20 \mu\text{m}$.

g) Importance de l'ouverture numérique de l'objectif

Soit S_c la fraction de puissance rétrodiffusée par la cible, appelée *coefficient de diffusion*. Le cas limite d'une cible parfaitement réfléchissante correspond à $S_c = 1$. Sur une surface noire et diffusante S_c est proche de 0.

Ce coefficient de diffusion dépend de deux paramètres :

1. l'albédo α de la cible
2. l'ouverture numérique NA de l'objectif.

La puissance lumineuse totale renvoyée par une cible diffusante lambertienne dans 2π stéradian est $P_s^d = \alpha P_s^i$, où P_s^i est la puissance incidente de sonde. L'intensité diffusée dans 2π stéradian est isotrope, la puissance lumineuse diffusée qui retourne dans l'objectif est proportionnelle à l'angle solide d'ouverture de l'objectif $\Omega \approx \pi NA^2$. La puissance rétrodiffusée

est $P_s = P_s^d \frac{\Omega}{2\pi} = \alpha \frac{NA^2}{2} (1 - x) P_L$. Le coefficient de diffusion est donc $S_c = \alpha \frac{NA^2}{2}$. On voit donc que l'utilisation d'un objectif de grande ouverture numérique améliore les performances du vibromètre laser.

Exemple

La lumière diffusée par une cible grise d'albédo $\alpha = 0,1$ est collectée par un objectif d'ouverture numérique $NA = 0,2$ donne un coefficient de diffusion $S_C = 2.10^{-3}$.

Remarque

Avec un faisceau laser, le coefficient S_C peut être plus élevé que la valeur $S_C = \alpha.NA^2/2$ à cause de l'effet «speckle». L'intensité lumineuse dans la figure de «speckle» a une distribution aléatoire entre une valeur pratiquement nulle (entre les grains de «speckle») et une valeur égale à deux fois la valeur moyenne sur un grain de «speckle».

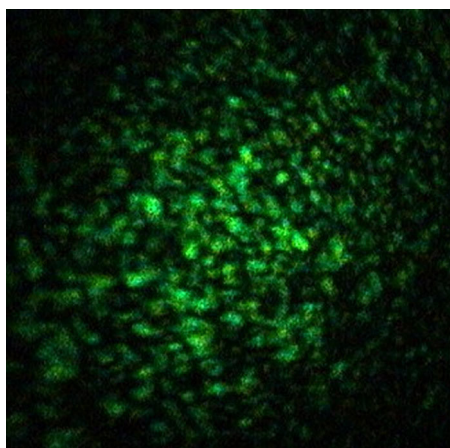


Figure 30 - Speckle

Le phénomène de speckle possède deux caractéristiques :

1. Lorsque la mise au point est parfaitement réalisée sur la cible : la divergence moyenne d'un grain de speckle est égale à la divergence du faisceau de sonde avant (et après) l'objectif. Le grain de speckle recollimaté par l'objectif a un diamètre moyen égal au diamètre du faisceau laser incident. Ce diamètre est un maximum. Lorsque le faisceau rétrodiffusé n'est pas bien recollimaté par l'objectif, la taille moyenne des grains est plus petite que le diamètre du faisceau incident. Cette observation donne un moyen pratique de faire la mise au point sur une surface diffusante.
2. La figure de speckle varie de manière continue lorsqu'on modifie la zone éclairée par le faisceau laser. Par conséquent, pour obtenir le maximum de signal d'interférence, la position de la cible doit être ajustée pour placer un grain de speckle en coïncidence avec le faisceau de référence. La «traque» du grain de speckle permet d'augmenter le rapport signal à bruit de l'interféromètre.

Remarque

Dans le montage utilisée en ALD ou en vélocimétrie de surface, l'objectif possède une ouverture numérique beaucoup plus grande que la divergence des faisceaux de sonde qui sont focalisés sur la cible. Le photodétecteur recueille un grand nombre de grains de «speckle».

2.6. Avantages et inconvénients de l'interférométrie homodyne

L'avantage de l'interféromètre homodyne est sa bande passante quasiment illimitée et sa sensibilité indépendante de la fréquence. La seule limitation en bande passante est due aux photodétecteurs. Des mesures d'ultrasons à des fréquences de quelques GHz sont en principe possible avec un interféromètre homodyne.

Toutefois on arrive à une limite de détection aux hautes fréquences pour deux raisons :

1. Les amplitudes vibratoires dépassent rarement quelques dizaines de picomètres au-delà de 1 GHz.

2. Le bruit croît proportionnellement à $\sqrt{\Delta f}$ où Δf est la bande passante. Le rapport signal à bruit diminue donc rapidement lorsque la fréquence augmente.

La mesure d'ultrasons avec un interféromètre homodyne nécessite un asservissement pour stabiliser le point de fonctionnement à son maximum de sensibilité. Il est très sensible aux perturbations de son environnement (vibrations, fluctuations de températures) qui peuvent entraîner des dérives du point de fonctionnement. Ces inconvénients peuvent être minimisés en plaçant l'interféromètre sur une table optique isolant l'interféromètre des vibrations du sol. Cela restreint l'utilisation d'un tel système de mesure à l'environnement peu perturbé d'un laboratoire.

Dans la très grande majorité des cas, des mesures sont réalisées avec des vibromètres laser dans des environnements perturbés, en milieu industriel ou en extérieur. De plus, il n'est pas toujours utile de disposer d'une très large bande passante. Pour une application particulière, on restreindra donc la bande passante. C'est le cas de la plupart des interféromètres intégrés dans des instruments industriels : vibromètres laser, laser de poursuite, le capteur d'ALD, etc., cas qui sont basés sur des *interféromètres hétérodynes*.

* *
*

Pour en savoir plus, vous pouvez consulter les références suivantes : (1 [[1]],2 [[2]],3 [[3]],4 [[4]],5 [[5]])

III. Etude de cas

1. Mesures de vibrations ultrasonores jusqu'à 1 GHz

Nous allons montrer des résultats de mesures de vibrations ultrasonores obtenues avec un interféromètre de Michelson homodyne stabilisé. L'échantillon étudié est un film d'or d'épaisseur environ 500 nm déposé sur un substrat de silicium, dans le cadre d'une étude de l'interface film/substrat. Des vibrations ultrasonores sont excités par «**effet thermoélastique**» au moyen d'un laser impulsionnel Nd:YAG microchip à déclenchement passif (laser « *Q-switched* »), émettant des impulsions brèves dans l'infrarouge proche à 1064 nm. Ce laser est appelé **laser de « pompe »**. Chaque impulsion de pompe, de durée $\tau_L \approx 1$ ns et d'énergie $E_L \approx 10 \mu\text{J}$, est focalisée sur l'échantillon sur une tache de $100 \mu\text{m}$ de diamètre.

Le mécanisme de l'effet thermoélastique sur la surface métallique peut s'expliquer de la manière suivante : une partie de l'énergie de pompe est absorbée dans l'épaisseur d'absorption du métal qui est typiquement de 10 nm. La diffusion de la chaleur pendant la durée de l'impulsion laser a lieu sur une épaisseur caractéristique de diffusion thermique $e = \sqrt{D \times \tau_L} = \sqrt{(1,2 \times 10^{-4} \times 10^{-9})} \approx 350$ nm, où D est la diffusivité thermique de l'or. L'échauffement de cette mince couche se traduit par une dilatation thermique rapide, qui crée une impulsion de déformation. Le milieu étant élastique, la perturbation se propage dans le film sous la forme d'une onde ultrasonore impulsionnelle.

L'onde ultrasonore est partiellement réfléchiée et transmise à l'interface film/substrat, entraînant une atténuation des ondes ultrasonores dans le film en une durée inférieure à $1 \mu\text{s}$. Le train d'impulsion du laser de pompe, permet de répéter le phénomène à une cadence d'environ 10 kHz, soit une acquisition toutes les $100 \mu\text{s}$. Les signaux d'ultrasons fournissent des informations sur la nature de l'interface film/substrat.

Le laser de sonde de l'interféromètre est un laser à solide continu pompé par diode à 532 nm. Le faisceau de sonde est focalisé sur le film avec un objectif de distance focale $f = 8$ mm. Le faisceau laser gaussien, de rayon $w = 1,5$ mm avant l'objectif, est focalisé sur une tache de

$$\text{focalisation de rayon gaussien } w_0 = \frac{\lambda f}{\pi w} = \frac{532,10^{-9} \times 8.10^{-3}}{\pi \times 1,5 \times 10^{-3}} = 0,9 \mu\text{m}$$

Cette tache est centrée sur la zone de focalisation du faisceau de pompe. Le contraste maximum des interférences est obtenu lorsque l'échantillon est placé dans le plan focal de l'objectif.

La détection des signaux d'interférences met en oeuvre un photodétecteur qui possède deux sorties : une sortie DC pour les signaux de basses fréquences de 0 à 30 kHz et une sortie AC pour les signaux de hautes fréquences de 30 kHz à 1 GHz.

Pour déterminer la sensibilité de l'interféromètre, les mesures de la puissance optique incidente moyenne P_0 et du contraste m des interférences doivent être effectuées. Les caractéristiques du laser de sonde, du photodétecteur et les conditions de mesurage sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Longueur d'onde du laser de sonde	532nm
PHOTODETECTEUR avec une sortie DC et une sortie AC	
Sensibilité de la photodiode PIN Silicium à 532 nm	0,3A/W
Conversion courant -tension en continu (sortie DC)	10000V/A
Conversion courant -tension en alternatif (sortie AC)	700V/A
Bande passante du signal AC	30kHz -1GHz
Conditions de mesurage de l'interféromètre	
Tension DC au minimum / maximum d'interférences	1,7V / 7,3V

Dans un premier temps, l'interféromètre n'est pas asservi (système en boucle ouverte) et le miroir du bras de référence est mis en oscillation par application d'une tension sinusoïdale de basse fréquence sur l'actionneur piézoélectrique qui supporte le miroir. Les variations de puissances optiques qui apparaissent sur le photodétecteur se traduisent en variation de tensions sur la sortie DC. Les tensions minimale U_{min} et maximale U_{max} sont enregistrées ; elles sont proportionnelles aux puissances P_{min} et P_{max} incidentes sur le photodétecteur.

$$\text{On calcule le contraste : } m = \frac{P_{max} - P_{min}}{P_{max} + P_{min}} = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}} = \frac{7,3 - 1,7}{7,3 + 1,7} = 0,622$$

$$\text{et le flux moyen : } P_0 = \frac{P_{max} + P_{min}}{2} = \frac{U_{max} + U_{min}}{2S_D R_{DC}} = \frac{7,3 + 1,7}{2 \times 0,3 \times 10000} = 1,5 \text{ mW}$$

La sensibilité du vibromètre homodyne dans la bande 30 kHz à 1 GHz est

$$S = R_{AC} \times S_D \times \frac{4\pi}{\lambda} P_0 \times m = 700 \times 0,3 \times \frac{4\pi}{532 \times 10^{-9}} \times 1,5 \times 10^{-3} \times 0,6221 \approx 4,63 \text{ m V/nm}$$

$$\text{Le rendement quantique de la photodiode est } \eta = \frac{S_D hc}{e \lambda} = \frac{0,3 \times 6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1,6 \times 10^{-19} \times 532 \times 10^{-9}} = 0,7$$

Le déplacement équivalent au bruit pour une bande passante de 1 GHz est

$$\delta x = \frac{1}{2\pi m} \times \sqrt{\frac{hc \Delta f}{2\eta P_0}} = \frac{1}{2\pi \times 0,622} \times \sqrt{\frac{6,62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 532 \times 10^{-9} \times 10^{-9}}{2 \times 0,7 \times 1,5 \times 10^{-3}}} = 57,4 \text{ pm} \approx 60 \text{ pm}$$

Après les mesures préalables qui ont conduit à la détermination de la sensibilité et du DEB, l'interféromètre homodyne est stabilisé à son maximum de sensibilité par bouclage du système d'asservissement. Le laser de pompe peut être mis en action et les vibrations sont détectées. On souhaite détecter des déplacements inférieurs à 0,1pm. Pour cela, il faut augmenter le rapport signal à bruit d'un facteur 600, en effectuant un moyennage d'au moins $600^2 = 360000$ signaux. A la cadence de répétition de 10 kHz du laser de pompe, cela peut être réalisé en principe en une durée de 36 s. En pratique, il faut ajouter le temps de calcul qui dépend du nombre de points souhaité pour acquérir le signal.

Les acquisitions ont été réalisées avec un oscilloscope numérique permettant un échantillonnage à la fréquence de 20 GHz. La durée totale d'une acquisition est de 500 ns, représentant un volume de donnée de 10 000 points par acquisition. La moyenne de 10^6 acquisitions est montrée sur le figure N°1 sur les 100 premières nanosecondes.

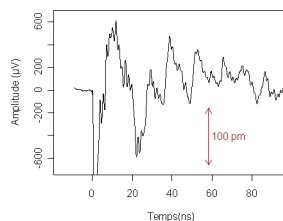


Figure 1 : Vibrations de la surface d'un film mince d'or déposé sur silicium (moyenne de 10^6 acquisitions)

La résolution verticale est de 8 bits pour une acquisition unique et de 16 bits pour le signal moyenné. Le signal d'amplitude d'environ 2 mV, numérisé sur 16 bits, correspond à un quantum de numérisation égal à $2\text{mV}/2^{16} \approx 30\text{ nV}$.

Le déplacement équivalent au bruit sur le signal moyenné est $60\text{ pm}/\sqrt{(10^6)} = 60\text{ fm}$. La valeur rms du bruit dans le signal est environ égal à $60\text{ fm} \times 5\text{ mV/nm} = 0,3\text{ }\mu\text{V}$, soit une valeur 10 fois plus grande que le quantum de numérisation. Ce calcul montre que le facteur prépondérant limitant est le bruit du signal. En agrandissant le signal moyenné (figure 2), on vérifie bien que la valeur rms du bruit est du même ordre de grandeur que la valeur calculée. Le rapport S/B permet des mesures de déplacement de 100 fm.

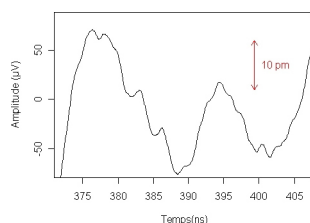
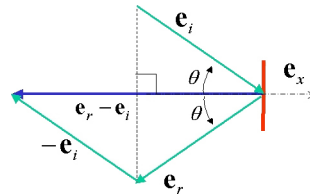


Figure 2 : Vibrations de la surface d'un film mince d'or déposé sur silicium. Agrandissement d'une partie du signal

IV.Exercice

1. Questions



Sensibilité de la configuration Mach-Zehnder de la figure 10

Question 1

[Solution n°1 p 42]

Calculer l'expression du signal d'interférence de l'interféromètre homodyne de Mach-Zehnder de la figure, en fonction de la position x de la cible.

Question 2

[Solution n°2 p 42]

Un vibromètre est construit sur un interféromètre homodyne à deux ondes, stabilisé à son maximum de sensibilité. Calculer la **sensibilité** du vibromètre au niveau de la sortie courant de la photodiode, en $\mu\text{A}/\text{nm}$. Les paramètres de l'interféromètre et de la photodiode sont : puissance incidente sur le photodétecteur : $P_0 = 0,1 \text{ mW}$, rendement de la photodiode: $\eta = 0,8$, longueur d'onde du laser de sonde : $\lambda = 633 \text{ nm}$, contraste des interférences : $m = 0,5$.

Question 3

[Solution n°3 p 42]

Un vibromètre est construit sur un interféromètre homodyne à deux ondes, stabilisé à son maximum de sensibilité. Calculer le **déplacement équivalent au bruit** du vibromètre, pour une bande passante de 1 MHz . Les paramètres de l'interféromètre et de la photodiode sont : puissance incidente sur le photodétecteur : $P_0 = 0,1 \text{ mW}$, rendement du photodétecteur : $\eta = 0,8$, longueur d'onde du laser de sonde : $\lambda = 633 \text{ nm}$, contraste des interférences : $m = 0,5$.

Question 4

[Solution n°4 p 42]

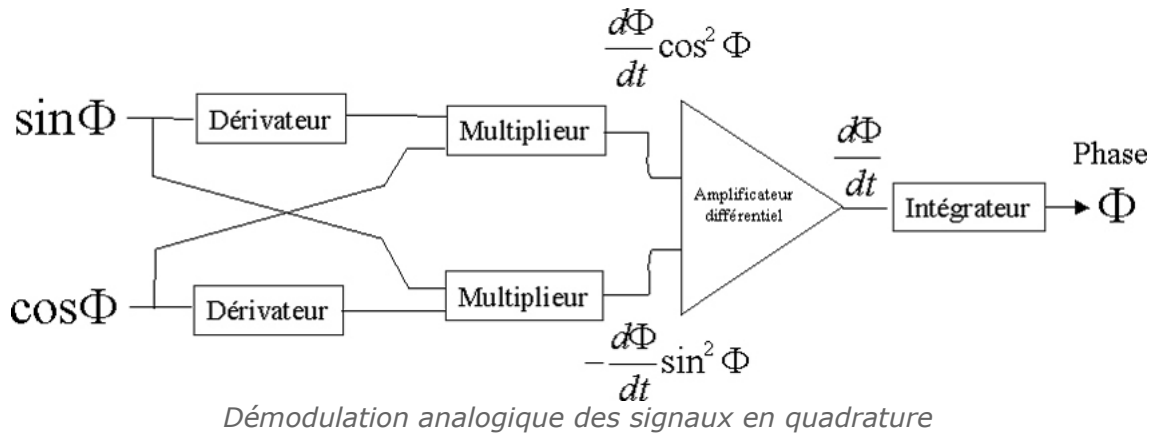
Un vibromètre homodyne à deux ondes est caractérisé par un déplacement équivalent au bruit de $\delta x_0 = 10 \text{ fm Hz}^{-1/2}$. Quel nombre minimum d'acquisitions doit on moyenner pour détecter des vibrations sinusoïdales d'amplitude $0,1 \text{ pm}$, à la fréquence de 100 MHz ?

2. Exercices

Un interféromètre homodyne délivre quatre signaux en quadrature, $I_1 = I_0(1 + m \sin \phi)$, $I_2 = I_0(1 - m \sin \phi)$, $I_3 = I_0(1 - m \cos \phi)$ et $I_4 = I_0(1 + m \cos \phi)$ où $\phi = 4\pi x/\lambda + \phi_0$ est la phase. Ces quatre signaux permettent d'extraire le cosinus et le sinus de la phase : $\cos \phi$ et $\sin \phi$ en fonction du temps t . On simule le déplacement d'une cible par un mouvement périodique

d'expression : $x(t) = A \cos \omega t + \frac{A}{3} \cos 3\omega t + \frac{A}{5} \cos 5\omega t$ avec $A = 8\lambda$.

Le signal de déplacement est représenté par la figure.



Question

[Solution n°5 p 42]

1. Copier et coller le texte du programme ci-dessous : « *GenSignalHomodyne.R* » dans le Bloc-notes ou tout autre éditeur de texte, puis sauvegarder sous le nom « *GenSignalHomodyne.R* », d'extension « *.R* ». Exécuter le programme R (Référence ci-dessous) qui génère 10 000 points et sur une période du signal. Les résultats seront stockés dans un fichier au format texte « *Homodyne_CosSin.txt* », structuré de la manière suivante : la première colonne est le temps, la deuxième colonne est le cosinus de la phase et la troisième colonne est le sinus de la phase.

Le programme « *GenSignalHomodyne.R* » est écrit dans le langage et environnement R. Ce logiciel est libre. Pour exécuter le programme, il faut télécharger le programme d'installation du logiciel sur le site : [www://R-project.org](http://www.R-project.org)⁴.

Pour se familiariser avec l'environnement de R, on pourra se procurer un document au format PDF « *R pour les débutants* » sur le lien suivant : http://cran.r-project.org/doc/contrib/Paradis-rdebuts_fr.pdf⁵. {Référence }R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>⁶.

Le programme « *GenSignalHomodyne.R* » suivant permet de générer le tableau de données : | temps | cos ϕ | sin ϕ |.

lien vers pdf : (cf. *GenSignalHomodyne.R.pdf*)

2. Réaliser un programme (en langage R ou un autre langage) qui charge les données enregistrées du fichier texte « *Homodyne_CosSin.txt* » puis effectue une **démodulation numérique de la phase** afin de retrouver le déplacement :

$$x(t) = A \cos \omega t + \frac{A}{3} \cos 3 \omega t + \frac{A}{5} \cos 5 \omega t$$

4 - <http://www.R-project.org>

5 - http://cran.r-project.org/doc/contrib/Paradis-rdebuts_fr.pdf

6 - <http://www.R-project.org>

Solution des exercices

>Solution n°1 (exercice p. 40)

On calcule le décalage Doppler instantané $\delta\nu_D(t) = \frac{\vec{v}(t) \cdot (\vec{e}_r - \vec{e}_i)}{\lambda} = \frac{-2\cos\theta \times v_x(t)}{\lambda}$. Le signal d'interférence est $I = I_0(1 + m \cos \Phi)$ avec $\Phi = \frac{-4\pi \cos\theta \times x(t)}{\lambda} + \Phi_0$. La sensibilité décroît avec l'angle θ .

>Solution n°2 (exercice p. 40)

La sensibilité est $S = S_D \cdot \frac{4\pi}{\lambda} P_0 \cdot m$ avec la sensibilité de la photodiode :

$$S_D = n \cdot \frac{e\lambda}{hc} = 0,8 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 633 \cdot 10^{-9}}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 0,41 \text{ A/W}$$

D'où :

$$S = S_D \cdot \frac{4\pi}{\lambda} P_0 \cdot m = 0,41 \cdot \frac{4\pi}{633 \cdot 10^{-9}} \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \approx 405 \text{ A/m} \approx 0,40 \mu\text{A/nm}$$

>Solution n°3 (exercice p. 40)

L'expression du déplacement équivalent au bruit est :

$$\delta x = \frac{1}{2\pi m} \cdot \sqrt{\frac{hc \cdot \lambda f}{2_n P_0}} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,5} \cdot \sqrt{\frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 633 \cdot 10^{-9} \cdot 10^6}{2 \cdot 0,8 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}} \approx 9 \text{ pm}$$

>Solution n°4 (exercice p. 40)

L'expression du déplacement équivalent au bruit est : $\delta x = \delta x_S \times \sqrt{\frac{\Delta f}{N}}$ avec $\delta x = 0,10 \text{ pm}$, N est le nombre d'acquisitions et Δf est la bande passante.

D'où :

$$N = \Delta f \cdot \left(\frac{\delta x_0}{\delta x}\right)^2 = 10^8 \cdot \left(\frac{10 \cdot 10^{-15}}{0,1 \cdot 10^{-12}}\right)^2 = 10^6$$

>Solution n°5 (exercice p. 41)

Le programme ci-dessous « EXERCICE_Démodule_Homodyne.R » écrit en langage R exécute numériquement la démodulation des franges. Il repose sur le schéma de la figure 18 « Principe de la démodulation analogique de deux signaux en quadrature ».

Remarque : Il est possible de d'extraire directement la phase modulo . Il faudra ensuite appliquer un algorithme de déroulement de la phase pour obtenir le déplacement .

lien vers pdf : (cf. GenSignalHomodyne.R(solution).pdf)

Bibliographie

[[1]] SCRUBY C.B., DRAIN L.E., *Laser Ultrasonics*, Adam Hilger, Bristol, Philadelphia and New York, 1990.

[[2]] DEWHURST R.J., SHAN Q., *Optical Remote measurement of Ultrasound*, Meas. Sci. Technol., 1999, 10, R139.

[[3]] ROYER DANIEL, *Génération et détection optiques d'ondes élastiques*, Techniques de l'ingénieur, E4415.

Webographie

[[4]] <http://www.faro.com> (consultation 29 06 2007).

[[5]] <http://www.polytec-pi.fr/> (consultation 29 06 2007).