

Holographie : analyse d'algorithmes de convolution pour reconstruire des images à partir

PASCAL PICART
PATRICE TANKAM

Table des matières

I. Présentation	3
II. Cours	4
1. Bases théoriques.....	5
1.1. Enregistrement d'hologrammes.....	5
1.2. Reconstruction d'hologrammes.....	6
1.3. Spectre de fréquences spatiales de l'hologramme.....	6
1.4. Exigences d'échantillonnage pour la formule de convolution utilisant la réponse impulsionnelle.....	7
1.5. Exigences d'échantillonnage pour la formule de convolution utilisant la fonction de transfert angulaire.....	7
2. Algorithmes de reconstruction associés.....	8
2.1. Préliminaire.....	8
2.2. Méthode du zéro-padding.....	10
2.3. Banc de filtres.....	10
2.4. Grandissement variable.....	11
3. Démonstration expérimentale.....	13
3.1. Reconstruction par zéro-padding.....	13
3.2. Reconstruction par banc de filtres.....	16
3.3. Reconstruction avec grandissement variable.....	20
3.4. Résumé.....	22
Bibliographie	25

I.Présentation

Module :

Holographie : analyse d'algorithmes de convolution pour reconstruire des images à partir d'hologrammes numériques

Auteur(s) :

Pascal Picart & Patrice Tankam - Le Mans Université

Résumé :

Le cours aborde les algorithmes de convolution pour reconstruire des hologrammes numériques hors axe. Le problème de la convolution est abordé en considérant les propriétés spectrales spatiales des hologrammes numériques, en particulier la propriété de localisation inhabituelle du spectre de Fourier de l'hologramme, en ce qui concerne l'espace objet physique. Après avoir déterminé les exigences d'échantillonnage pour les fonctions de transfert, trois approches sont considérées avec le concept d'extension de bande passante spatiale : le remplissage nul, le balayage spectral et le grossissement réglable. La discussion théorique est complétée par des illustrations expérimentales permettant de comparer objectivement les algorithmes.

Mots-clés :

Holographie, algorithmes de convolution, hologrammes numériques

Pré-requis :

-

Objectif(s) pédagogique(s) :

-

Plan du cours :

- Introduction
- Bases théoriques
- Algorithmes de reconstruction associés
- Démonstration expérimentale
- Conclusion

Conception & production :

PRN - Le Mans Université

Licence :

Licence GNU¹

1 - <http://www.gnu.org/licenses/fdl.txt>

II.Cours

Depuis quelques années, l'holographie numérique [1 [Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction], 2 [Methods of digital holography: a comparison], 3 [Phase-shifting digital holography]] est devenue un sujet très stimulant pour la communauté scientifique travaillant dans ce domaine. Les principales motivations sont liées à la reconstruction d'objets ou micro-objets en vraies couleurs [4 [Phase shifting color digital holography], 5 [Recording and reconstruction of a color holographic image by using digital lensless Fourier transform holography], 6 [Parallel phase-shifting color digital holography using two phase shifts], 7 [Parallel phase-shifting digital holography capable of simultaneously capturing visible and invisible three-dimensional information], 8 [Color lensless digital holographic microscopy with micrometer resolution]]. Yamaguchi a proposé la première démonstration de l'applicabilité de l'holographie numérique pour coder et décoder des objets en couleur [4 [Phase shifting color digital holography]]. Depuis, plusieurs applications ont été proposées dans les mesures sans contact, telles que l'analyse des faibles écoulements [9 [Dynamic digital holographic interferometry with three wavelengths], 10 [Digital three-color holographic interferometry for flow analysis]], la forme des surfaces [11 [Pulsed digital holography for high-speed contouring that uses a two-wavelength method], 12 [Direct shape measurement by digital wave front reconstruction and multi-wavelength contouring], 13 [Surface shape measurement by phase-shifting digital holography with a wavelength shift], 14 [Multiple-wavelength digital holographic interferometry using tunable laser diodes], 15 [Large step-height measurements using multiple-wavelength holographic interferometry with tunable laser diodes], 16 [Microscopic TV holography for MEMS deflection and 3-D surface profile characterization], 17 [Real-time dual-wavelength digital holographic microscopy with a single hologram acquisition]] et les mesures de déformations multidimensionnelles [18 [Method of digital holographic recording and reconstruction using a stacked color image sensor], 19 [Real-time three-sensitivity measurements based on three-color digital Fresnel holographic interferometry], 20 [Use of digital color holography for crack investigation in electronic components]], et l'imagerie à contraste de phase [21 [Quantitative phase imaging by three-wavelength digital holography]-22 [Phase imaging of cells by simultaneous dual wavelength reflection digital holography]].

Différentes approches pour enregistrer et reconstruire des hologrammes ont été discutées dans le passé, y compris les propriétés spécifiques à l'imagerie de l'holographie numérique [1 [Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction], 2 [Methods of digital holography: a comparison]-23 [Frequency analysis of digital holography], 24 [Frequency analysis of digital holography with reconstruction by convolution], 25 [Effect of the fill factor of CCD pixels on digital holograms: comment on the paper], 26 [Image formation in phase shifting digital holography and application to microscopy], 27 [Complex-wave retrieval from a single off-axis hologram], 28 [Imaging analysis of digital holography], 29 [General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography], 30 [Off-axis digital hologram reconstruction: some practical considerations], 31 [Parallel two-step phase-shifting digital holography]]. Les reconstructions de l'amplitude et de la phase de l'objet codé sont basées sur la simulation numérique de la lumière diffractée à travers l'ouverture numérique (hologramme numérique) [1 [Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction]]. Les algorithmes ont le même fondement théorique [32 [Introduction to Fourier Optics]]; bien que leur mise en œuvre puisse dépendre du schéma d'enregistrement, c'est-à-dire holographie en ligne [33 [Diffraction from a wavelet point of view], 34 [Image reconstruction for in-line holography with the Yang-Gu algorithm], 35 [Reconstruction of in-line digital holograms from two intensity measurements], 36 [Digital in-line holographic microscopy]], holographie de Fresnel hors axe [1 [Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction], 2 [Methods of digital holography: a comparison], 3 [Phase-shifting digital holography]], holographie de Fourier numérique [28 [Imaging analysis of digital holography], 29 [General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography], 30 [Off-axis digital hologram reconstruction: some practical considerations], 31

[Parallel two-step phase-shifting digital holography], 32 [Introduction to Fourier Optics], 33 [Diffraction from a wavelet point of view], 34 [Image reconstruction for in-line holography with the Yang-Gu algorithm], 35 [Reconstruction of in-line digital holograms from two intensity measurements], 36 [Digital in-line holographic microscopy], 37 [Digital recording and numerical reconstruction of lens less Fourier holograms in optical metrology]], et reconstruction par Fresnel en holographie hors axe [27 [Complex-wave retrieval from a single off-axis hologram]].

On peut distinguer deux manières principales de reconstruire les objets codés : la première est basée sur la formulation de diffraction dans l'approximation de Fresnel [32 [Introduction to Fourier Optics]], conduisant à la transformée de Fresnel discrète bidimensionnelle [1 [Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction], 2 [Methods of digital holography: a comparison]], tandis que la seconde consiste dans l'approche de convolution de la diffraction [2 [Methods of digital holography: a comparison], 24 [Frequency analysis of digital holography with reconstruction by convolution], 38 [Wavelength-scanning digital interference holography for tomographic three-dimensional imaging by use of the angular spectrum method], 39 [Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation], 40 [Diffraction transfer function and its calculation of classic diffraction formula]. Cette dernière nécessite de considérer certaines contraintes d'échantillonnage particulières [39 [Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation]].

Ce cours vise à discuter de ces propriétés spectrales particulières des hologrammes numériques hors axe. Il s'intéresse particulièrement à une approche de convolution tout à fait adaptée à la reconstruction d'hologrammes numériques couleur. Le cours est organisé comme suit : La section 2 présente les bases théoriques des processus d'enregistrement et de reconstruction en holographie numérique ; les propriétés spectrales et les exigences d'échantillonnage du noyau de convolution sont discutées et le problème de l'adaptation de la bande passante spatiale est mis en évidence ; La section 3 discute de trois façons d'adapter la bande passante spatiale du noyau de convolution à celle de l'objet, soit en utilisant un remplissage nul, un balayage spectral ou un grossissement réglable. La section 4 fournit des résultats expérimentaux, afin d'illustrer les principes de l'algorithme. La section 5 tire les conclusions de l'étude.

1. Bases théoriques

1.1. Enregistrement d'hologrammes

Considérons l'interférence entre une onde de référence plane et une onde objet diffractée depuis une surface quelconque. Dans le plan d'enregistrement, l'hologramme est exprimé comme suit :

où $R(x', y') = a_R \exp[-2i\pi(u_0 x' + v_0 y')]$ est l'onde plane de référence au plan d'enregistrement, avec la fréquence spatiale, $\{u_0, v_0\}$, et O est l'onde diffractée dans le plan d'enregistrement par l'objet situé à la distance d_0 de ce plan. L'onde objet au plan d'enregistrement est donnée par une formule de convolution (* signifie convolution) :

où $A(x, y) = A_0(x, y) \exp[i\psi_0(x, y)]$ est le front d'onde de l'objet au niveau du plan objet et $h(x, y, d_0)$ est la réponse impulsionnelle de la propagation en espace libre sur la distance d_0 . $h(x, y, d_0)$ est la réponse impulsionnelle de la propagation en espace libre sur la distance [32 [Introduction to Fourier Optics]] :

Nous supposons que l'hologramme numérique exprimé dans l'équation (1) est échantillonné par $M \times N$ points de données correspondant au nombre utile de pixels du capteur d'enregistrement.

1.2. Reconstruction d'hologrammes

Il existe principalement deux manières d'effectuer la reconstruction numérique d'hologrammes enregistrés numériquement. Ces méthodes sont basées sur l'équation (2) et ses différentes interprétations possibles. A toute distance de reconstruction d_r , qui peut être différente de d_0 , l'hologramme reconstruit numériquement correspond à la version discrète de l'équation suivante :

L'équation (4) peut être interprété comme la formule de convolution exacte donnée dans l'équation (3). Elle peut également être interprétée comme la transformée de Fresnel discrète bidimensionnelle, dans laquelle l'équation (3) a maintenant une phase linéaire selon l'approximation $(1 + a)^{1/2} \approx 1 + a/2$ (avec $a \ll 1$, i.e. $d_0 \gg \max(x^2 + y^2)$). La dernière façon de calculer l'équation (4) consiste à utiliser le théorème de convolution : dans ce cas, l'objet reconstruit peut aussi s'écrire comme suit (FT signifie Fourier Transform):

ou

Les équations (5) et (6) sont deux autres possibilités pour effectuer la reconstruction de l'objet dans le domaine spectral. L'équation (5) utilise la fonction de transfert de la propagation en espace libre, qui est la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle (exacte ou Fresnel, en considérant l'équation (3) et sa version linéarisée). L'équation (6) utilise la fonction de transfert de spectre angulaire dérivée de l'équation de Helmholtz, en considérant l'onde objet comme la superposition d'ondelettes planes [32 [Introduction to Fourier Optics]]. Cette fonction de transfert est définie analytiquement dans le domaine des fréquences spatiales (u, v) comme :

Notez que G , peut également être simplifié selon les approximations de Fresnel en développant la racine carrée de l'exponentielle complexe au premier ordre, comme pour l'équation (3).

1.3. Spectre de fréquences spatiales de l'hologramme

Par rapport au traitement d'image classique, un aspect inhabituel de l'holographie numérique est la propriété de localisation du spectre de Fourier de l'hologramme, par rapport à l'espace objet physique. Considérons la transformée de Fresnel de l'hologramme, calculée à n'importe quelle distance d_r . Le champ reconstruit est généralement lié à la transformée de Fresnel de l'hologramme enregistré selon la relation suivante :

Considérant que $\{u, v\} = \{x/\lambda d_r, y/\lambda d_r\}$ et d_r tend vers l'infini, alors,

L'équation (9) signifie que la transformée de Fourier de l'hologramme numérique est proportionnelle au champ reconstruit à une distance infinie. Le champ diffracté à l'infini n'est pas focalisé ($d_r \neq \pm d_0$), donc l'objet apparaît fortement flou. Cependant, sa distribution spatiale est similaire à celle du spectre des fréquences spatiales. En conséquence, l'hologramme numérique présente une propriété singulière par rapport à l'analyse de Fourier classique : la localisation spatiale de la fréquence dans le spectre de Fourier correspond à une localisation spatiale dans le champ objet (ce point sera illustré par la figure 2 dans la sous-section 4.1). Ainsi, toute localisation spatiale dans le plan objet, donnée par $\{x_i, y_i\}$, correspond à une localisation spatiale de fréquence $\{u_i, v_i\} = \{x_i/\lambda d_r, y_i/\lambda d_r\}$.

Notez également que le centre de l'ordre utile +1 est localisé aux fréquences spatiales de l'onde de référence, c'est-à-dire $\{u_0, v_0\}$. Des explications à ce sujet peuvent être trouvées dans [29 [General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography]].

1.4. Exigences d'échantillonnage pour la formule de convolution utilisant la réponse impulsionnelle

Afin de reconstruire l'objet codé, les fonctions analytiques des sous-sections précédentes nécessitent d'être échantillonnées spatialement (versions de h) ou spectralement (versions de G). L'analyse des exigences d'échantillonnage est liée aux propriétés d'oscillation des deux fonctions. Notons que h peut s'écrire comme une fonction complexe oscillante $h = a_h \exp(i\Theta_h)$ et que G est une fonction complexe oscillante pure comme $G = \exp(i\Theta_G)$. Les fréquences spatiales locales de h sont alors données par (en considérant uniquement la partie oscillante de h) :

De plus, les étendues spatiales de h sont liées au nombre de points d'échantillonnage de l'horizon sur lequel h est défini et donné par $[-x_{max}, +x_{max}]$ (resp. $[-y_{max}, +y_{max}]$), avec $x_{max} = Lp_x/2$ (resp. $y_{max} = Kp_y/2$) et (K, L) le nombre de points de données d'échantillonnage, (p_x, p_y) les pas de pixels du plan d'enregistrement. Ainsi, la bande passante utile de la fonction de transfert associée à h est simplement :

D'après l'équation (11), la bande passante spatiale diminue lorsque la distance de reconstruction augmente et la bande passante spatiale n'est adaptée que pour reconstruire une zone objet de taille $Kp_y \times Lp_x$. Afin d'augmenter la zone reconstruite, en utilisant l'équation (5), l'horizon spatial sur lequel h est calculé peut être étendu en augmentant les valeurs de K et L . Cela signifie que l'étendue spatiale de l'hologramme numérique doit également être étendue puis complétée par des zéros jusqu'à une taille égale à $K \times L$ (c'est-à-dire $K, L \geq M, N$). La réponse impulsionnelle sera correctement échantillonnée si les conditions de Shannon sont remplies, conduisant à [39, [Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation]40 [Diffraction transfer function and its calculation of classic diffraction formula]]:

Par exemple, si $K = L = 2048$, $p_x = p_y = 4.65\mu m$ et $\lambda = 0.62328\mu m$ alors $d_r \geq 70mm$ et si $K = L = 512$, $p_x = p_y = 4.65\mu m$ alors $d_r \geq 17.5mm$. L'équation (12) induit une relation inverse, qui stipule que la fonction $h(x, y, d_r)$ sera correctement échantillonnée jusqu'à un nombre de points de données défini comme tel :

1.5. Exigences d'échantillonnage pour la formule de convolution utilisant la fonction de transfert angulaire

Selon la même approche que pour la réponse impulsionnelle, les périodes spatiales locales associées à G sont maintenant données par (approximation de Fresnel) :

Désormais, les étendues de fréquence spatiale dans le plan de Fourier sont liées à $u_{max} = 1/2p_x$ et $v_{max} = 1/2p_y$, conduisant à la largeur spatiale de la fonction de spectre angulaire :

L'échantillonnage de G dans le plan des fréquences spatiales doit également remplir les conditions de Shannon. De plus, le calcul, FFT du spectre de l'hologramme sur $K \times L$ points de données définit les pitches $(\delta u, \delta v)$ dans le plan des fréquences spatiales. Alors, on a $(\delta u, \delta v) = (1/\Delta T_x, 1/\Delta T_y) \leq (p_x/\lambda d_r, p_y/\lambda d_r)$, ce qui conduit à :

Ainsi, la fonction de transfert G sera correctement échantillonnée à partir de $K \times L$ points de données :

Cependant, si l'on vise à échantillonner correctement G , *uniquement sur la bande passante spatiale utile de l'onde objet* (et *non* sur le spectre complet), alors les périodes spatiales locales maximales seront définies par les conditions de Fresnel ($\Delta A_x = \Delta A_y$ le long des directions x et y respectivement):

Avec ces conditions, les pas d'échantillonnage de fréquence spatiale de G seront $(\delta u, \delta v) \leq (1/2T_{ix}^{max}, 1/2T_{iy}^{max}) = (1/\Delta A_x, 1/\Delta A_y)$, et G seront correctement échantillonnés sur le spectre de l'objet à partir de $K \times L$ points de données :

La relation (19) signifie que plus l'objet est grand, plus le calcul par convolution est difficile. En effet, le nombre de points de données doit être au moins égal au rapport entre la taille de l'objet et le pas des pixels du capteur. La section suivante traite des algorithmes de convolution de reconstruction liés à ces exigences d'échantillonnage.

2. Algorithmes de reconstruction associés

2.1. Préliminaire

L'analyse précédente de l'échantillonnage de la réponse impulsionnelle et de la fonction de transfert a montré que la reconstruction numérique n'est pas possible si les conditions de Shannon ne sont pas remplies. Le principal problème est dû à la bande passante de fréquence spatiale du noyau de convolution (réponse impulsionnelle ou fonction de transfert) qui n'est pas suffisante si l'objet est beaucoup plus étendu que la zone d'enregistrement. Dans le spectre des fréquences spatiales, une distribution trimodale est liée aux trois ordres de diffraction de l'équation (1), selon :

Dans l'équation (20), C_0 est la transformée de Fourier d'ordre zéro et C_1 est la transformée de Fourier d'ordre +1. La figure 1 (a) illustre la distribution spectrale dans le plan de Fourier. Notez également que la fonction de transfert de la convolution est un filtre passe-bande centré sur la fréquence spatiale $(0, 0)$ comme illustré sur la figure 1 (b). Ainsi, afin de reconstruire par convolution l'image virtuelle localisée aux fréquences spatiales (u_0, v_0) , il faut vérifier la localisation fréquentielle appropriée du noyau de convolution et la bande passante spatiale adaptée à l'objet. De l'équation (11), l'étendue de la fréquence spatiale de l'onde objet est :

Afin de reconstruire complètement l'objet, les étendues de fréquence spatiale du noyau de convolution doivent être au moins celles de l'objet, ce qui donne :

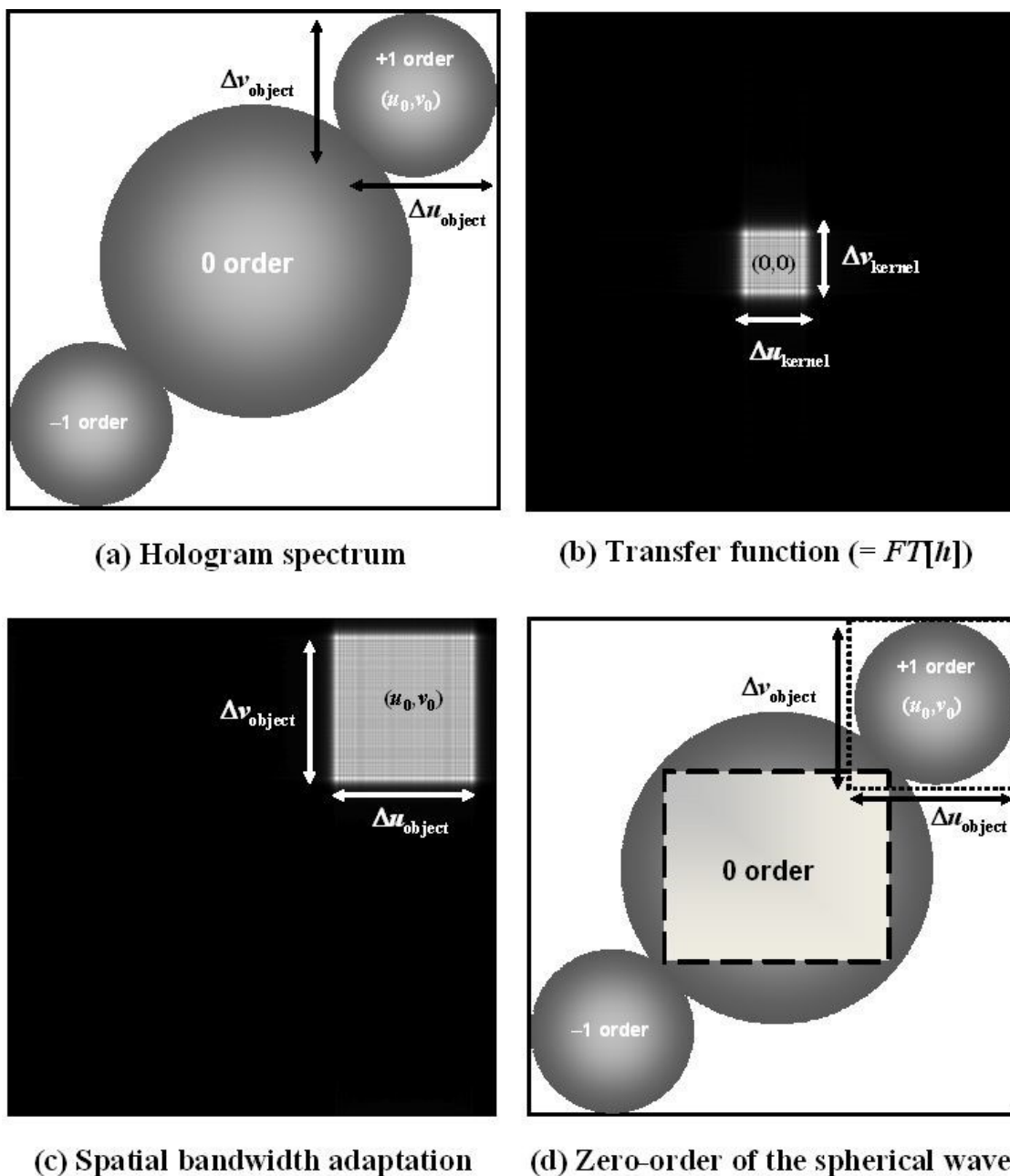


Figure 1. Spectre de l'hologramme et adaptation de la bande passante spatiale du noyau de convolution, a) spectre de l'hologramme, b) transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle, c) adaptation de la bande passante de fréquences spatiales, d) ordre zéro dû au front d'onde sphérique.

La figure 1(c) illustre l'adaptation de la bande passante spatiale du noyau à celle de l'objet. Les sections suivantes proposent trois stratégies différentes pour augmenter la bande passante de fréquence spatiale du noyau de convolution. La première est basée sur le remplissage par zéro de la réponse impulsionnelle ou de la fonction de transfert de spectre angulaire. La seconde repose sur la conception d'un banc de filtres et consiste en un balayage spectral du spectre de l'objet afin de récupérer toute la bande passante. La troisième consiste à modifier la distance de reconstruction de manière à augmenter naturellement la bande passante spatiale.

2.2. Méthode du zéro-padding

A partir de la section précédente, un moyen simple d'augmenter la bande passante des fréquences spatiales consiste à utiliser le "padding avec des zéros" de la réponse impulsionnelle ou la fonction de transfert de spectre angulaire, pour obtenir :

Menant à $\Delta A_x/p_x$. Comme indiqué avec l'équation (19), le nombre de points de données est le rapport entre la taille de l'objet et le pas de pixel du capteur. Ainsi, le problème lié à la reconstruction d'objets étendus en utilisant une approche de convolution s'apparente à un problème d'adaptation de la bande passante des fréquences spatiales. Pour reconstruire l'hologramme, la fonction de transfert peut être la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle (exacte ou Fresnel) ou la fonction de transfert du spectre angulaire (exacte ou Fresnel). Pour toutes ces options, il faut prendre en compte la localisation spectrale et l'étendue fréquentielle spatiale de la bande passante. Le zéro-padding de l'hologramme numérique avec $(K, L) > (M, N)$ conduit à étendre l'horizon pour le calcul de la réponse impulsionnelle de la propagation en espace libre, ou à un suréchantillonnage de la fonction de transfert angulaire. Si la réponse impulsionnelle de propagation en espace libre est utilisée, la localisation spectrale peut être obtenue en utilisant le théorème de modulation. Le centrage à la fréquence $\{u_0, v_0\}$ est réalisé en modulant spatialement selon :

Si la fonction de transfert de spectre angulaire est utilisée, et comme la fonction de transfert doit être un filtre passe-bande dans le domaine de Fourier, on peut limiter le noyau de convolution à la bande passante spectrale effective et décaler G dans l'espace des fréquences spatiales. À partir des sous-sections précédentes, la bande passante doit être limitée pour satisfaire aux exigences d'échantillonnage. Ainsi, la fonction de transfert associée est :

2.3. Banc de filtres

Nous avons vu précédemment que le zéro-padding permet d'étendre la bande passante des fréquences spatiales. Cependant, cela n'est pas suffisant car cela conduit à des valeurs énormes pour les nombres K et L , lorsque l'objet est étendu par rapport au capteur. Une deuxième approche consiste à scanner la bande passante complète de l'objet avec celle du noyau de convolution. Supposons que nous puissions calculer l'horizon de reconstruction sur $L \times K$ points de données. Si la taille de l'objet $\Delta A_x \times \Delta A_y$ est supérieure à $Lp_x \times Kp_y$, le nombre de balayages dans les directions x et y sont respectivement donnés par :

Ainsi, l'objet reconstruit sera obtenu par juxtaposition de $n_x \times n_y$ parcelles adjacentes. L'objet entièrement reconstruit sera ensuite échantillonné avec $n_x L \times n_y K$ points de données. Afin de reconstruire une parcelle d'objet centrée sur $\{x_p, y_q\}$, ($p = [1, n_x]; q = [1, n_y]$), avec une étendue spatiale de $\{Lp_x \times Kp_y\}$, le noyau de convolution des étendues spectrales $(Lp_x/\lambda d_r) \times (Kp_y/\lambda d_r)$ doit être centré sur la fréquence spatiale $\{u_p, v_q\} = \{x_p/\lambda d_r, y_q/\lambda d_r\}$.

Si la réponse impulsionnelle de propagation en espace libre est utilisée, la localisation spectrale à la fréquence $\{u_p, v_q\}$ peut être obtenue selon le théorème de modulation comme dans l'équation (24) :

De là, la fonction de transfert associée est :

Si la fonction de transfert de spectre angulaire est utilisée, la localisation et la restriction spectrales sont obtenues par :

L'ensemble utile de fréquences spatiales pour le banc de filtres est donné dans les directions x et y par $\{u_p, v_q\} = \{u_0 + k_x \frac{Lp_x}{\lambda d_r}, v_0 + k_y \frac{Kp_y}{\lambda d_r}\}$, avec $k_x \in \{-(n_x - 1)/2, +(n_x - 1)/2\}$ et $k_y \in \{-(n_y - 1)/2, +(n_y - 1)/2\}$.

2.4. Grandissement variable

La dernière méthode pour étendre la bande passante de fréquences spatiales repose sur la modification de la distance de reconstruction. Pour une valeur donnée de (K, L) , si d_r diminue, alors la bande passante spatiale de l'équation (23) augmente. La modification de la distance de reconstruction peut être obtenue en utilisant une onde de reconstruction sphérique, au lieu d'une onde plane. Cela signifie que dans les équations (5) et (6) il faut considérer H multiplié par une onde sphérique $w(x, y, R_c) = \exp(i\pi(x^2 + y^2)/\lambda R_c)$, avec R_c son rayon de courbure. A noter que plusieurs cas conduisent au même effet. Nous avons considéré dans une sous-section précédente le cas d'une onde de référence plane pour enregistrer l'hologramme. Ici, nous traitons le cas d'une onde plane d'enregistrement (rayon de courbure $d_s = \infty$) et d'une onde de reconstruction sphérique numérique ($R_c \neq \infty$). Le même effet pourrait être obtenu, d'une part, en utilisant une onde d'enregistrement sphérique ($d_s \neq \infty$) et une onde de reconstruction plane numérique ($R_c = \infty$), deuxièmement, en utilisant une onde d'enregistrement sphérique ($d_s \neq \infty$) et une onde de reconstruction sphérique numérique ($R_c \neq \infty$). A noter que la possibilité d'utiliser une onde de reconstruction sphérique pour ajuster le grossissement a également été évoquée par Schnars et al in 2002 [41 [Digital recording and numerical reconstruction of holograms]]. Cependant, ils n'ont discuté d'aucune mise en œuvre pratique.

A ce stade, il faut considérer la notion de « grandissement ajustable » en holographie numérique. En holographie classique, la notion de grandissement transversal est perceptible puisque l'on peut facilement observer, à l'œil nu, le changement de taille et de position de l'image diffractée si l'on modifie la longueur d'onde du laser ou la courbure du faisceau éclairant. Cependant, avec une image numérique, cette notion est moins perceptible. La notion de grandissement est liée à l'horizon d'observation (taille $Lp_x \times Kp_y$) qui est reconstruit par le processus numérique. La reconstruction d'un objet étendu, dont la taille physique $\Delta A_x \times \Delta A_y$ est plus grande que l'horizon, est attendue. Pour que l'objet apparaisse pleinement dans le champ de vision numérique, un grandissement transversal $\gamma = \min(Lp_x/\Delta A_x; Kp_y/\Delta A_y)$ doit être appliqué ; c'est le rapport entre l'horizon d'observation (c'est à dire la largeur du champ calculé) et la largeur physique de l'objet. De cette manière, on peut concevoir que la méthode de grandissement ajustable aboutisse à ajuster la taille de l'objet reconstruit à celle de l'horizon, et qui est imposé par les capacités ou la vitesse de calcul.

A noter que plusieurs auteurs ont proposé des algorithmes qualifiés « à grandissement ajustable ». En 2004, F. Zhang et al [42 [Algorithm for reconstruction of digital holograms with adjustable magnification,]] ont proposé un algorithme basé sur une double transformée de Fresnel aboutissant à l'ajustement de la longueur des côtés du champ de vision. En 2010, J.F. Restrepo et al [43 [Magnified reconstruction of digitally recorded holograms by Fresnel-Bluestein transform]] ont discuté du grandissement réglable à l'aide de la transformée de Fresnel-Bluestein. Les deux méthodes sont basées sur la transformée de Fresnel (simple ou double) et la notion de grandissement est liée au rapport entre le pas du pixel reconstruit et celui du capteur.

Selon le processus physique qui conduit aux reconstructions d'images holographiques, les courbures et les distances sont étroitement liées par cette équation [32 [Introduction to Fourier Optics]];

Le grandissement transversal est lié au rapport entre les distances de reconstruction et d'enregistrement :

L'équation (30) montre que la focalisation sur l'image virtuelle n'est pas obtenue pour $d_r = -d_0$, mais pour une distance différente qui dépend de la courbure de l'onde de référence d'enregistrement et de l'onde de reconstruction numérique.

Ainsi, cela dessine les bases de la reconstruction à grandissement variable : une onde sphérique, soit une onde de référence, soit une onde de reconstruction, va modifier la distance de reconstruction, ce qui va modifier la bande passante fréquentielle spatiale, conduisant alors à une adaptation à la bande passante objet. Cela peut être rapidement expliqué par l'équation (32):

La conséquence est que l'objet reconstruit prend une taille désormais compatible avec celle de l'horizon de reconstruction.

Notons que $w(x, y, R_c)$ est également une fonction oscillante dont la bande passante spatiale est localisée au centre spectral à la fréquence $(0, 0)$ avec une étendue spectrale définie par :

Ainsi, la diffraction d'ordre zéro de l'hologramme numérique sera superposée à un motif rectangulaire. Plus γ diminue, plus R_c diminue, plus le motif rectangulaire et le noyau de convolution augmentent. Le grandissement transversal doit être optimisé pour ne pas produire de chevauchement entre la bande passante spatiale et le motif rectangulaire. La figure 1 (d) illustre la configuration dans laquelle le grandissement conduit à un motif rectangulaire chevauchant légèrement l'ordre utile +1.

En fonction du grandissement, le filtrage du spectre de l'objet peut inclure une partie de ce motif, conduisant à des fréquences spatiales indésirables qui vont générer une tache parasite dans le champ de vision de l'objet reconstruit. Afin d'éviter un tel chevauchement, la condition suivante doit être vérifiée :

En tenant compte du fait que $R_c = \gamma d_0 (\gamma - 1)$ (cas $d_s = \infty, R_c \neq \infty$), $0 < \gamma < 1$ (puisque l'objet est beaucoup plus grand que la zone d'enregistrement), $|\gamma - 1| = 1 - \gamma$, l'équation (34) devient :

Étant donné l'équation (33), le grossissement transversal doit être inclus dans l'intervalle défini par l'équation (36) :

Comparativement à la méthode basée sur le banc de filtres, la fonction de transfert peut être soit la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle (exacte ou Fresnel), soit la fonction de transfert de spectre angulaire (exacte ou Fresnel). Pour toutes ces options, il faut prendre en compte la localisation spectrale et l'étendue fréquentielle spatiale de la bande passante. Puisque la fonction de transfert est un filtre passe-bande dans le domaine de Fourier, on peut la restreindre au contour de l'objet et limiter le noyau de convolution au spectre effectif de l'objet.

Ainsi, si l'objet est inclus dans une zone circulaire ($\Delta A_x = \Delta A_y = \Delta A$), la réponse impulsionnelle peut être choisie comme étant :

Similarly, the impulse response can be also defined for a rectangular object zone. This restriction of the spatial bandwidth leads to a convolution kernel perfectly adjusted to the object bandwidth. If the angular spectrum transfer function is used, the associated transfer function is thus (circular object):

De même, la réponse impulsionnelle peut être définie pour une zone objet rectangulaire. La restriction de la bande passante spatiale conduit à un noyau de convolution parfaitement ajusté à la bande passante de l'objet. Si l'on utilise la fonction de transfert du spectre angulaire, la fonction de transfert associée est la suivante (objet rectangulaire) :

L'utilisation du grossissement réglable induit une modification de la résolution spatiale du processus de reconstruction. Puisque la distance de reconstruction change en raison du grossissement, les résolutions spatiales sont :

où ρ_x et ρ_y sont les résolutions spatiales intrinsèques du processus holographique données par les étendues spatiales de la zone d'enregistrement [29 [General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography]]. De l'équation (39) la résolution spatiale est proportionnelle au grandissement. Puisque $|\gamma| < 1$ (objet plus grand que le capteur), cela signifierait que la résolution spatiale est augmentée par le processus. Ceci n'est bien sûr pas physiquement possible car le processus numérique ne peut pas transcender les limites fondamentales de la diffraction. Comme indiqué précédemment, le processus de reconstruction basé sur un grandissement réglable consiste à modifier la taille de l'objet dans l'espace direct pour qu'il puisse « entrer » dans la fenêtre de l'horizon de reconstruction. Ainsi, il est intéressant de noter que le rapport entre la taille de l'objet et la résolution spatiale reste inchangé, que ce soit dans l'espace direct ou dans l'espace reconstruit. Cela signifie que la résolution n'est pas augmentée dans l'objet ajusté en dimension. Le seul effet de l'algorithme est sur la « définition » de l'image, de la même manière que l'effet du zéro-padding dans la transformée de Fresnel [29 [General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography]],44, [Controlling image size as a function of distance and wavelength in Fresnel-transform reconstruction of digital holograms]45 [Pixel resolution control in numerical reconstruction of digital holography]].

3. Démonstration expérimentale

3.1. Reconstruction par zéro-padding

Considérons la reconstruction numérique de l'hologramme numérique d'une pièce de 1 (taille $\Delta A_x = \Delta A_y = \Delta A = 23.5mm$) qui a été enregistrée dans une configuration de Fresnel avec $d_0 = 670mm$, $\lambda = 532nm$, $M = 1024$, $N = 1360$ et $p_x = p_y = 4.65\mu m$. L'onde de référence est ajustée aux fréquences spatiales $\{u_0, v_0\} = \{-71.01, -71.78\}mm^{-1}$. Dans cette sous-section, $d_r = -d_0$. La bande passante de fréquence spatiale de l'onde objet est alors $\Delta u_{object} \times \Delta v_{object} = 65.95 \times 65.92mm^{-2}$. Étant donné l'équation (19), il faut au moins 5054×5054 points de données pour reconstruire l'objet complet, ce qui est conséquent pour une taille d'image.

La figure 2 (a) montre le champ reconstruit obtenu à l'aide de la transformée de Fresnel discrète avec $K = L = 2048$ points de données. La figure 2 (b) montre le spectre de fréquences spatiales de l'hologramme numérique, présentant les trois ordres de diffraction et la bande passante spectrale utile de l'objet.

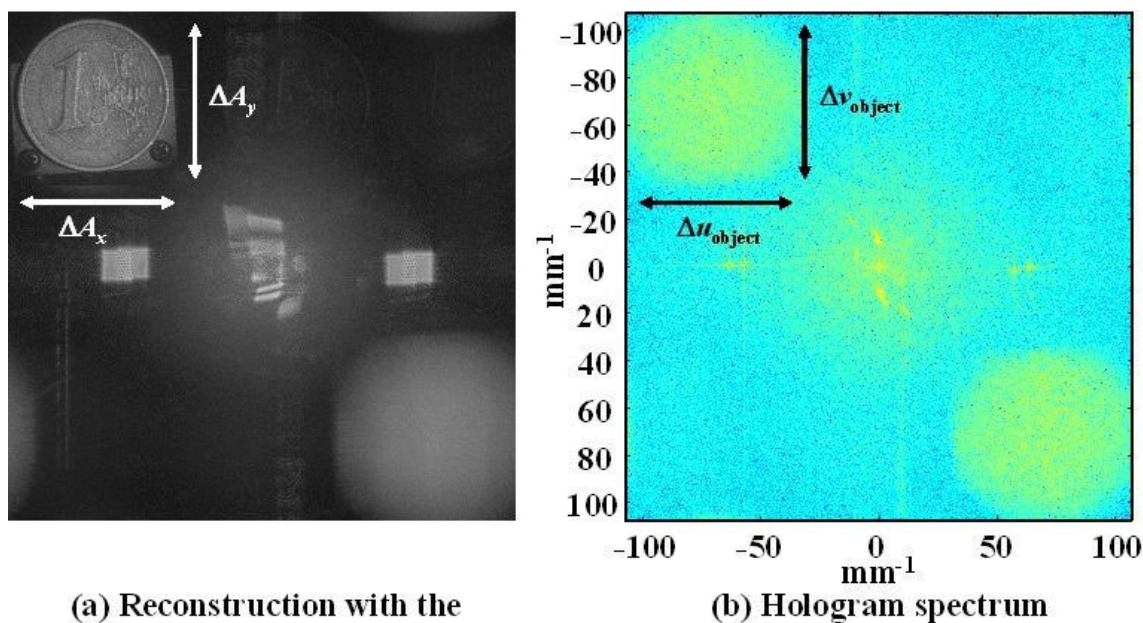


Figure 2. Transformée de Fresnel discrète (a) et spectre de fréquences spatiales expérimental (b)

Les figures 3(a),(b) montrent les fonctions de transfert associées à la réponse impulsionnelle (exacte) et à la fonction de transfert du spectre angulaire (exacte) lors de la reconstruction avec $K = 1024$ et $L = 1360$ (pas de zéro-padding). La zone reconstruite est alors dimensionnée à $4.76\text{mm} \times 6.32\text{mm}$, ce qui correspond à la taille physique du capteur. Les figures 3(c),(d) montrent les zones reconstruites à l'aide des fonctions de transfert des figures 3(a),(b) : seul le centre de l'objet peut être obtenu en raison de l'étroitesse de la bande passante spectrale du noyau, qui est seulement $\Delta u_{\text{kernel}} \times \Delta v_{\text{kernel}} = 17.41 \times 13.35\text{mm}^{-2}$. A noter que les fonctions de transfert sont toutes deux localisées à la fréquence spatiale moyenne de l'hologramme numérique et que leurs étendues ont une forme rectangulaire, de la même manière que l'horizon de reconstruction (Équations (24), (25)). Avec le zero-padding, la zone reconstruite peut être étendue jusqu'aux limites de calcul de l'ordinateur. L'ordinateur utilisé pour reconstruire l'hologramme présenté dans ce cours n'a pas été capable de reconstruire l'objet avec 5054×5054 points de données. Lorsque vous choisissez $K = 1024$ et $L = 5000$, le zéro-padding est efficace le long de la direction x , la zone reconstruite est rectangulaire et mesure $4.76\text{mm} \times 23.25\text{mm}$. La zone reconstruite incluait donc toute la largeur de l'objet dans la direction x . De même, choisir $K = 5000$ et $L = 1024$ conduit à une zone reconstruite rectangulaire verticale.

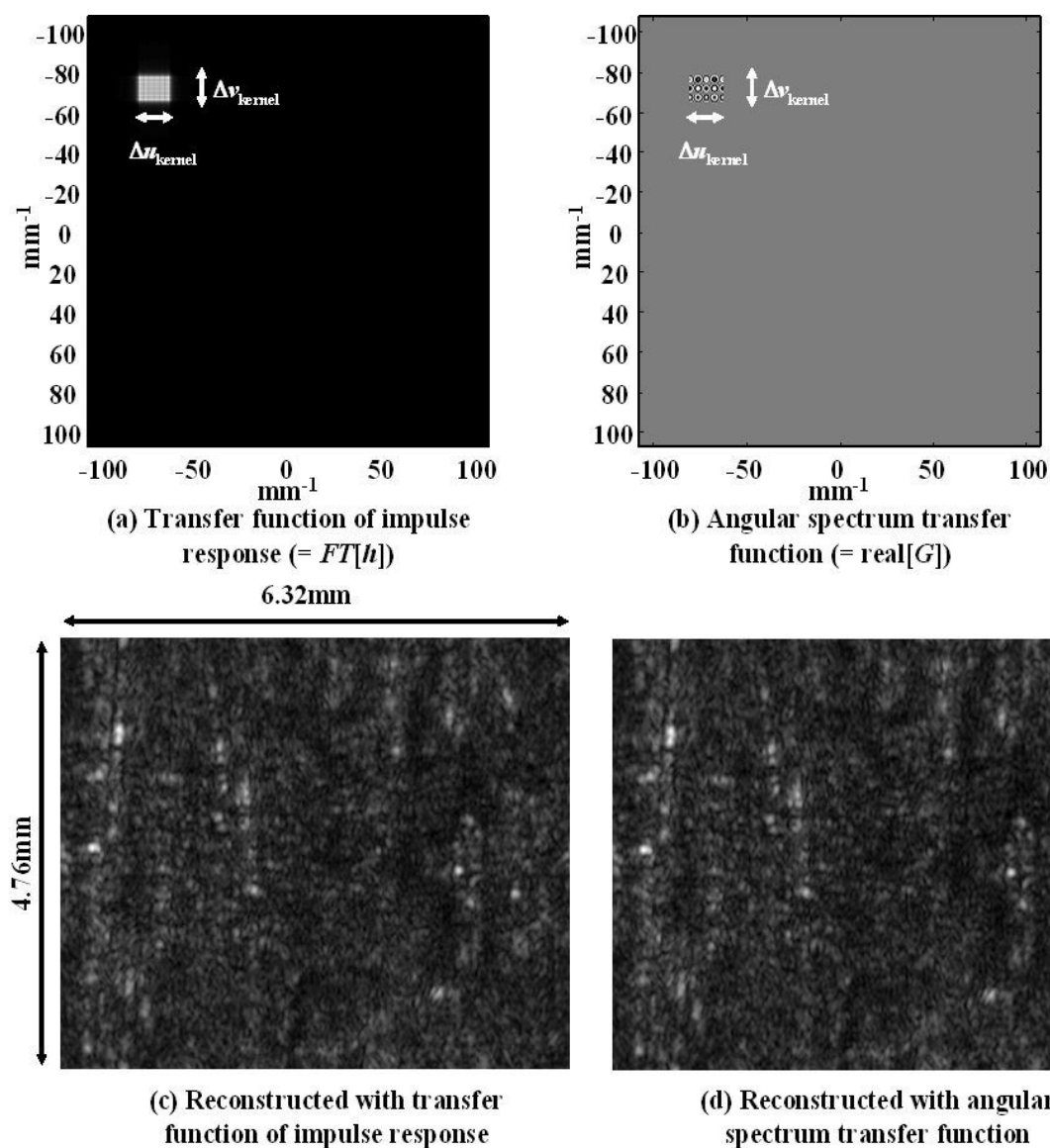


Figure 3. Reconstruction avec convolution, a) transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle, b) fonction de transfert de spectre angulaire, c) zone objet reconstruite avec réponse impulsionnelle, d) zone objet reconstruite avec fonction de transfert de spectre angulaire

Afin d'illustrer ces deux cas, la figure 4 présente les fonctions de transfert et les régions objet reconstruites. Les figures 4(a)(b) correspondent respectivement aux zones rectangulaires horizontales et verticales pour les fonctions de transfert de la réponse impulsionnelle (a) et la fonction de transfert du spectre angulaire (b). Les figures 4 (c), (d) montrent les régions rectangulaires correspondant à ces fonctions de transfert.

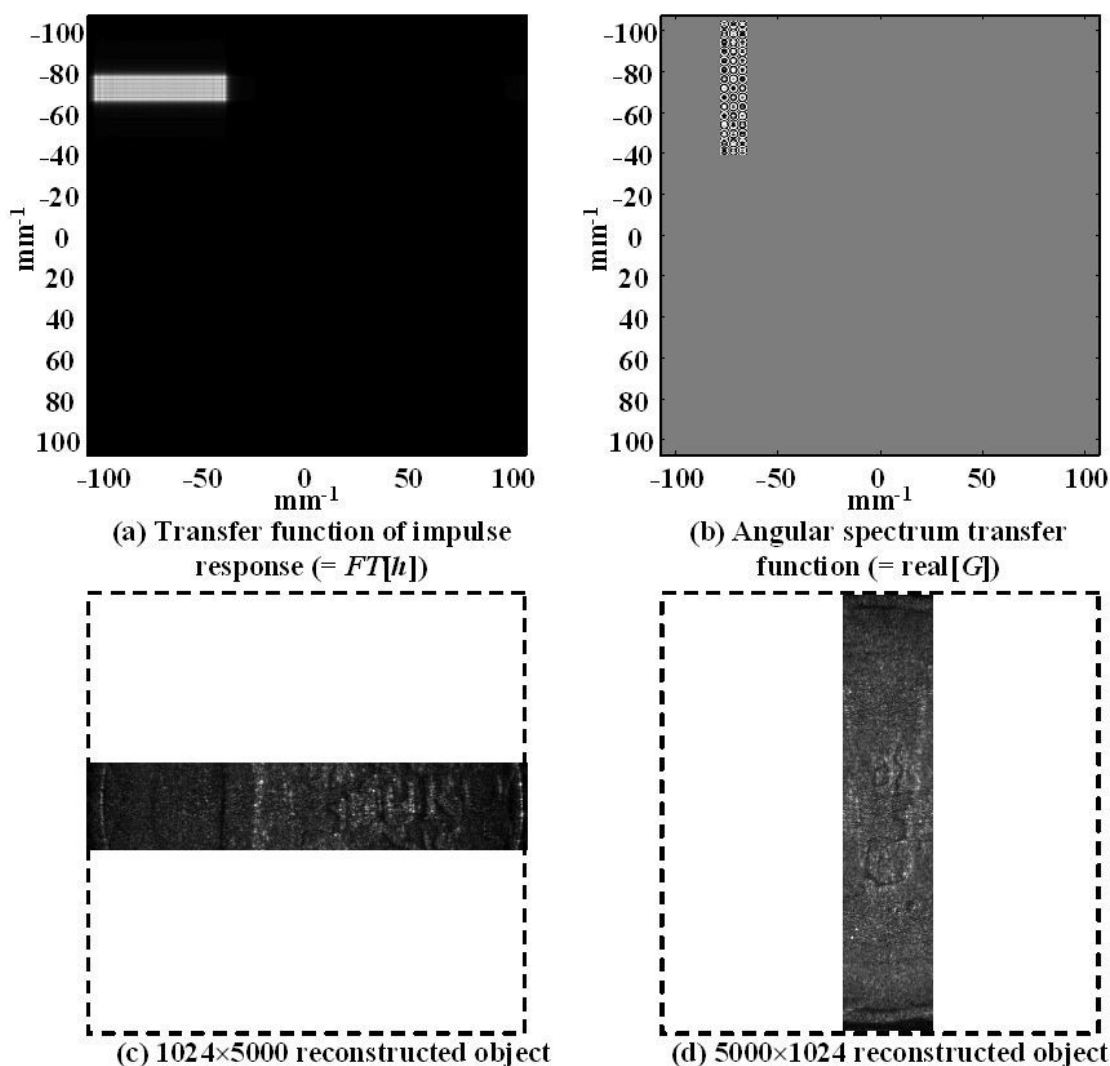


Figure 4. Reconstruction anisotrope avec convolution, a) transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle, b) fonction de transfert de spectre angulaire, c) zone objet reconstruite avec réponse impulsionnelle, d) zone objet reconstruite avec fonction de transfert de spectre angulaire

A noter que la reconstruction avec convolution est équivalente à celle donnée par la transformée de Fresnel discrète, mais avec un sur-échantillonnage de l'objet calculé. Une reconstruction par convolution avec 5054×5054 points de données équivaut à une reconstruction avec la transformée de Fresnel calculée sur 16384×16384 points de données.

Comme on peut le constater, la forme de la zone reconstruite peut être librement choisie lors du processus de reconstruction. Cependant, une telle approche est limitée à un petit nombre de points de données. La section suivante illustre le cas de reconstruction avec le banc de filtres.

3.2. Reconstruction par banc de filtres

Dans cette sous-section, $d_r = -d_0$. Le choix d'un horizon de reconstruction de taille $K \times L = 2048 \times 2048$ points de données conduit à $n_x \times n_y = 3 \times 3$ scans du spectre de l'objet. Ensuite, l'objet entièrement reconstruit sera échantillonné avec 6144×6144 points de données. Cette illustration utilise la fonction de transfert de spectre angulaire. La bande passante spectrale de la fonction de transfert est $\Delta u_{kernel} \times \Delta v_{kernel} = 26.71 \times 26.71 \text{mm}^{-2}$ selon la sous-section 3.3.

Le tableau 1 donne les fréquences spatiales $\{u_p, v_q\}$ du centre de chaque filtre utilisé dans le processus de balayage.

Table 1. Values of the spatial frequencies for the filter bank

(p,q)	Spatial frequencies	
	u_p (mm^{-1})	v_q (mm^{-1})
(1,1)	-97.72	-98.50
(1,2)	-97.72	-71.78
(1,3)	-97.72	-45.07
(2,1)	-71.00	-98.50
(2,2)	-71.00	-71.78
(2,3)	-71.00	-45.07
(3,1)	-44.28	-98.50
(3,2)	-44.28	-71.78
(3,3)	-44.28	-45.07

Tableau 1. Valeurs des fréquences spatiales pour le banc de filtres

La figure 5 illustre le principe de la reconstruction. L'objet complet est obtenu après juxtaposition des différentes régions adjacentes calculées avec chaque filtre du balayage spectral.

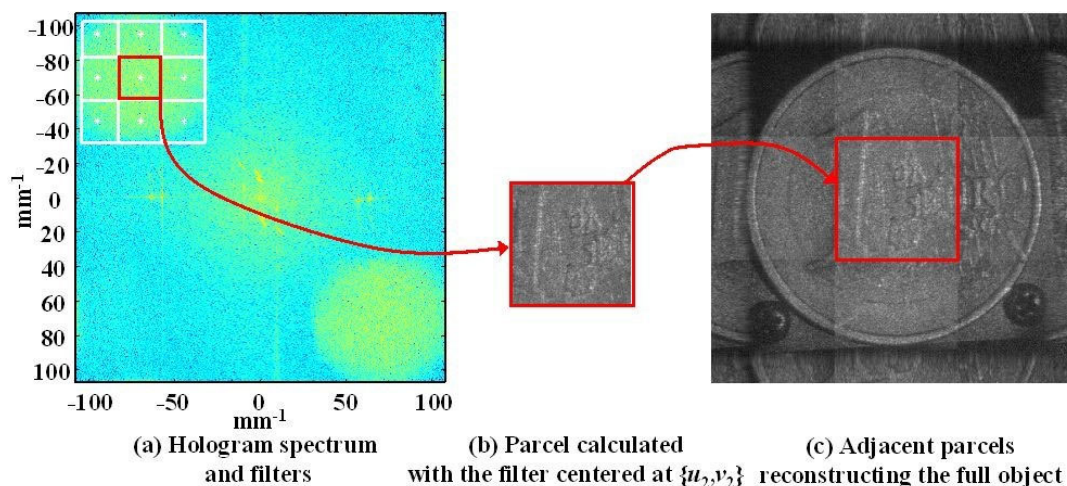


Figure 5. Principe de l'algorithme de balayage spectral, a) pavage du spectre hologramme (trait carré blanc), b) parcelle obtenue avec le filtre central, c) objet plein champ reconstruit avec les parcelles adjacentes

La figure 6 (a) montre l'objet complet obtenu en utilisant la fonction de transfert de la réponse impulsionnelle, tandis que la figure 6 (b) montre celui obtenu avec la fonction de transfert du spectre angulaire. Notez que les images obtenues avec le processus de numérisation ne sont pas d'une qualité supérieure. En effet, les effets d'aliasing contribuent à diminuer la qualité de l'image. La figure 6 (c) identifie les régions de crénelage et leurs zones correspondantes dans l'image de l'objet (rectangles de la même couleur).

Des sections précédentes ont traité des conditions d'échantillonnage pour la réponse impulsionnelle et le spectre angulaire. Ces conditions sont satisfaites pour le banc de filtres. Cependant, ces conditions ne prennent pas en compte les effets de bords qui conduisent à étendre la bande passante spatiale dans le plan de Fourier ; ou qui conduisent virtuellement à étendre la zone objet reconstruite dans le plan reconstruit.

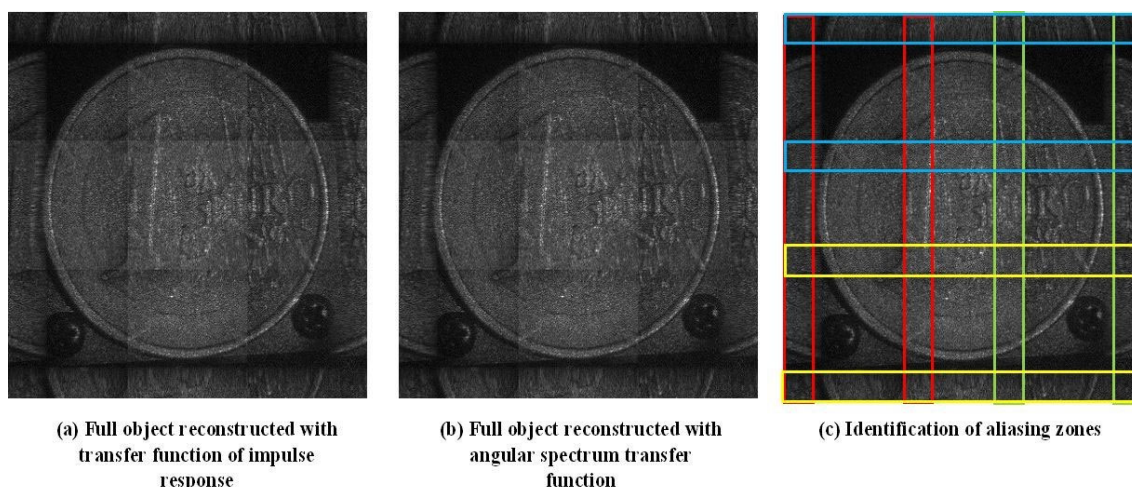


Figure 6. Objet reconstruit par balayage spectral, a) avec la réponse impulsionnelle, b) avec le spectre angulaire, c) mise en évidence des effets de bords conduisant au aliassage.

Afin de clarifier cet objectif, la figure 7 (a) montre les profils des trois filtres adjacents obtenus avec la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle. La ligne pointillée indique la zone effectivement reconstruite par le noyau de convolution localisé au centre. Des effets de bord peuvent être observés et contribuent à hauteur d'environ à l'élargissement de la bande passante du noyau. Ainsi, pour une région avec L points de données, environ $L/2$ points de données se chevaucheront. La solution à ce problème consiste à définir un chevauchement de la bande passante spectrale du banc de filtres, comme illustré sur la figure 7 (b). Il faut donc ouvrir le spectre avec des scans $((2n_x - 1) \times (2n_y - 1))$. Dans la figure 7(b), chaque ligne pointillée rectangulaire correspond à la zone reconstruite ($L/2$ points de données) qui sera être utilisé pour les parcelles adjacentes de chaque horizon reconstruit (L points de données).

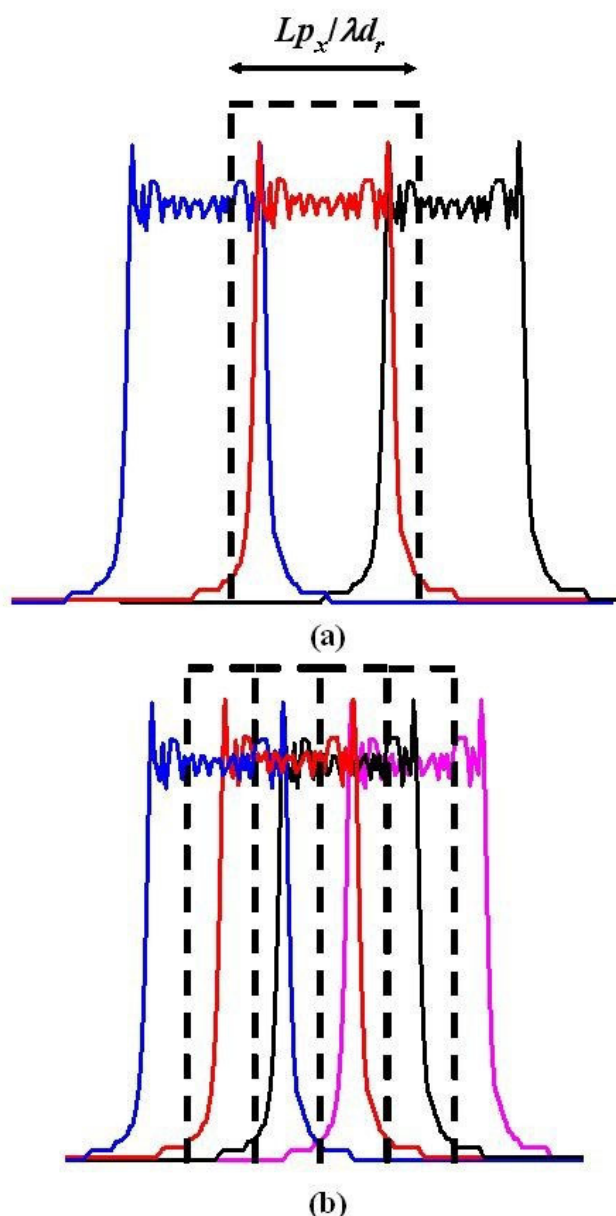
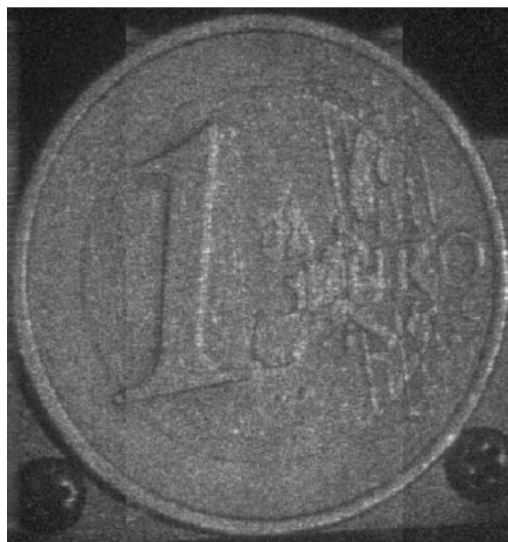
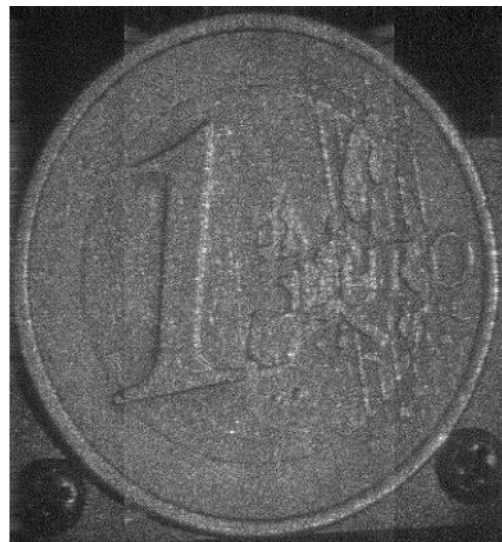


Figure 7. Chevauchement des fonctions de transfert du banc de filtres, a) profils de trois filtres adjacents, b) chevauchement de la bande passante spectrale du banc de filtres

Pour une pièce de 1, on peut choisir $K \times L = 2048 \times 2048$ et ne conserver que $M \times N = 1024 \times 1360$ points de données dans chaque parcelle. Ainsi, le nombre de filtres est de $5 \times 4 = 20$ et l'objet complet est maintenant échantillonné avec 5440×5120 points de données. Les figures 8 (a), (b) montrent les objets reconstruits obtenus avec cette procédure. La qualité de l'image est considérablement améliorée. Un léger chevauchement dans la direction x subsiste, mais le chevauchement a complètement disparu dans la direction y . En effet, choisir de conserver 1024 points de données est en accord avec la condition énoncée précédemment. Ainsi, il faut conserver 1024×1024 points de données et $5 \times 5 = 25$ scans pour éviter complètement l'aliasing dans les deux directions. Bien entendu, une telle procédure augmente le nombre de scans et nécessite d'allouer une capacité mémoire plus élevée à l'ordinateur. De plus, le processus de reconstruction est plus long. La section suivante illustre comment réduire le temps de calcul et obtenir une reconstruction d'objet plein champ efficace en utilisant la convolution avec un grandissement variable.



(a) Full object reconstructed with transfer function of impulse response (50% overlapping)



(b) Full object reconstructed with angular spectrum transfer function (50% overlapping)

Figure 8. Objet complet reconstruit avec chevauchement des fonctions de transfert, a) zone objet reconstruite avec réponse impulsionnelle, b) zone objet reconstruite avec fonction de transfert de spectre angulaire

3.3. Reconstruction avec grandissement variable

Le choix d'un horizon de reconstruction de taille $K \times L = 2048 \times 2048$ points de données conduit à une zone reconstruite de taille $Kp_y \times Lp_x = 9,52mm \times 9,52mm$. Pour un grandissement donné, les équations (30) et (31) donnent la distance de reconstruction et le rayon de courbure de l'onde sphérique numérique. Le tableau 2 donne les paramètres et la figure 9 montre le processus de reconstruction pour différentes valeurs de γ . La fonction de transfert est celle du spectre angulaire (exacte).

Table 2. Values of the reconstruction parameters for $K=L=2048$ data points

γ	d_r (mm)	R_c (mm)
1	-670	∞
0.6	-402	-1005.00
0.4	-268	-446.67
0.3	-201	-287.14
0.25	-167.5	-223.33
0.1	-67	-74.44

Tableau 2. Valeurs des paramètres de reconstruction pour $K=L=2048$ points de données

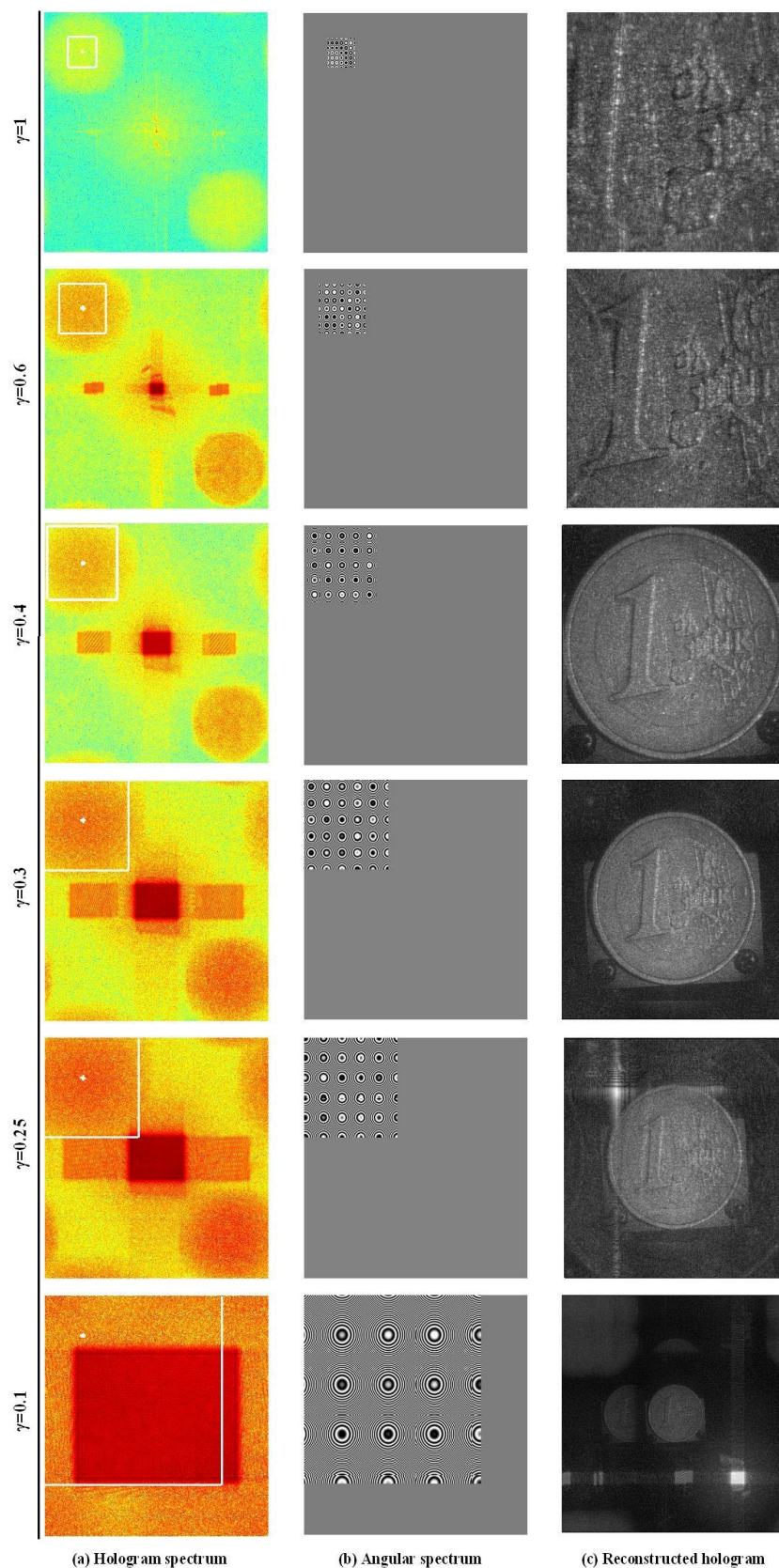


Figure 9. Reconstructions avec grandissement variable, a) spectre de l'hologramme et limites de la bande passante spatiale, b) fonction de transfert de spectre angulaire, c) objet reconstruit

Le cas avec $\gamma = 1$ correspond à la convolution classique dans laquelle l'onde de reconstruction est une onde plane. Dans cette configuration, seul le centre de l'objet est reconstruit (voir figures 3(c),(d)). Plus le grandissement \mathcal{Y} est diminué, plus la zone reconstruite est étendue. Le lecteur peut garder à l'esprit que la taille de la zone reconstruite est maintenue constante quelle que soit la valeur de \mathcal{Y} et que le procédé autorise simplement la modification de la taille de l'objet dans l'espace direct. A partir de $\gamma = 0.405 = \min(Lp_x/\Delta A_x, Kp_y/\Delta A_y)$, on peut voir l'objet complet apparaître dans le champ de vision. Notons que plus \mathcal{Y} diminue, plus la surface rectangulaire d'ordre zéro augmente. Avec les paramètres mentionnés ci-dessus, l'équation (36) conduit à $0.278 < \gamma < 0.405$. Ainsi, pour $\gamma = 0.25 < 0.278$, la zone rectangulaire chevauche la bande passante spectrale utile du noyau de convolution.

La conséquence est que des taches parasites indésirables apparaissent dans le champ de vision et contribuent à dégrader la qualité de l'image. De plus, à partir d'une certaine valeur de \mathcal{Y} , la condition de l'équation (12) n'est pas remplie pour le rayon de courbure R_c : un aliasing spectral apparaît et conduit à une réplique dans le champ de vision comme c'est le cas pour $\gamma = 0.1$. Contrairement à la méthode de balayage spectral, le temps de calcul ne dépend pas de la taille de l'objet mais uniquement de la taille de l'horizon de reconstruction.

3.4. Résumé

Les différentes approches ont été comparées au travers du temps de calcul nécessaire pour reconstruire la pièce de 1. L'ordinateur comprend un processeur Pentium Intel Core 2 à 2,33 GHz et une RAM à 2 Go. Le logiciel est développé avec Matlab. La figure 10 montre le temps de reconstruction par rapport à l'algorithme. L'image reconstruite est également affichée. La transformée de Fresnel discrète est le calcul le plus rapide mais ce n'est pas une méthode de convolution, puisque le pas du pixel d'échantillonnage dépend de la distance et de la longueur d'onde. La méthode utilisant le grandissement variable offre le meilleur compromis entre rapidité et efficacité pour reconstruire des objets de grande taille.

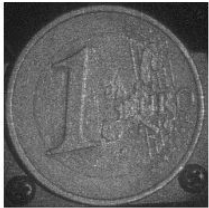
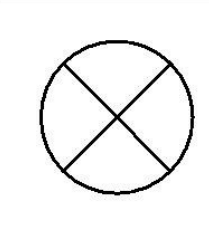




Reconstruction method	Computation time (s)	Number of sampling points in reconstructed object	Reconstructed image
Fresnel Transform with zero-padding to 2048×2048	4.719	629×629	
Convolution with zero-padding	out of memory	5000×5000	
Adjustable magnification with angular spectrum	7.18	2048×2048	
Adjustable magnification with impulse response	11.57	2048×2048	
Filter banc with angular spectrum	94.96	5120×5440	
Filter banc with impulse response	158.84	5120×5440	

Figure 10. Comparaison des algorithmes de reconstruction

* *

*

Le cours a présenté trois approches différentes pour reconstruire un hologramme numérique à l'aide d'une méthode de convolution. Une discussion de base sur les exigences d'échantillonnage a mis en évidence les fortes contraintes pour reconstruire des objets étendus avec convolution, notamment concernant l'alias spectral. La discussion a été développée sur la base à la fois de la fonction de transfert de spectre angulaire et de la réponse impulsionnelle de la propagation en espace libre. Les deux conduisent à des fonctions de transfert limitées en bande passante et à un champ de vision réduit. Il a été établi que le problème de la convolution est dû à une bande passante de fréquence spatiale limitée. Grâce à l'augmentation de cette bande passante, des objets étendus peuvent être reconstruits. En conséquence, le nombre de points de données requis est donné par le rapport entre la taille de l'objet et le pas des pixels.

La première approche concerne le remplissage nul de l'hologramme numérique et présente des limites dues à l'augmentation du nombre de points de données. En fonction de la taille de l'objet et des capacités de calcul, il peut s'avérer impossible de reconstruire un objet étendu. La deuxième approche repose sur la propriété conjointe de la localisation espace-fréquence d'un hologramme numérique et de son champ reconstruit. Une telle propriété est facilement démontrée grâce à la transformée de Fresnel. Avec cette méthode, les images locales sont utilisées pour reconstruire l'objet complet en morcelant le champ de vision. Le nombre de parcelles, et donc le nombre de balayages spectraux, dépend du rapport entre la taille de l'objet et l'horizon de reconstruction choisi. De plus, le temps de calcul dépend du nombre de scans à effectuer. Le problème du repliement spectral, qui conduit à des effets de bord, a été résolu avec une augmentation du nombre de balayages et donc du temps de calcul. Cette approche a été développée sur la base à la fois de la fonction de transfert de spectre angulaire et de la réponse impulsionnelle de propagation en espace libre. La troisième approche utilise le concept de grossissement réglable. Elle repose sur l'utilisation d'un front d'onde de reconstruction sphérique numérique dont le rayon de courbure induit une modification de la distance de reconstruction et donc une augmentation de la bande passante spatiale de convolution. La reconstruction de l'objet se fait en un seul coup et le temps de calcul est fortement réduit par rapport à l'algorithme de balayage spectral. En conséquence, le grossissement réglable est très utile pour reconstruire des hologrammes numériques couleur codant pour des objets étendus puisque l'horizon de reconstruction ne dépend pas des longueurs d'onde.

Bibliographie

[**Algorithm for reconstruction of digital holograms with adjustable magnification**] F. ZHANG, I. YAMAGUCHI, L. P. YAROSLAVSKY, “Algorithm for reconstruction of digital holograms with adjustable magnification,” *Optics Letters*, Vol. 29, 1668-1670 (2004).

[**Color lensless digital holographic microscopy with micrometer resolution**] J. GARCIA-SUCERQUIA, “Color lensless digital holographic microscopy with micrometer resolution,” *Optics Letters*, Vol. 37, N°10, 1724-1726 (2012).

[**Complex-wave retrieval from a single off-axis hologram**] M. LIEBLING, T. BLUN, M. UNSER, “Complex-wave retrieval from a single off-axis hologram,” *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 21, 367-377 (2004).

[**Controlling image size as a function of distance and wavelength in Fresnel-transform reconstruction of digital holograms**] P. FERRARO, S. DE NICOLA, G. COPPOLA, A. FINIZIO, D. ALFIERI, G. PIERATTINI, “Controlling image size as a function of distance and wavelength in Fresnel-transform reconstruction of digital holograms”, *Optics Letters*, Vol. 29, N°8 (2004).

[**Diffraction from a wavelet point of view**] L. ONURAL, “Diffraction from a wavelet point of view,” *Optics Letters*, Vol. 18, 846-848 (1993).

[**Diffraction transfer function and its calculation of classic diffraction formula**] J.C. LI, Z. PENG, Y. FU, “Diffraction transfer function and its calculation of classic diffraction formula”, *Optics Communications*, Vol. 280, 243-248 (2007).

[**Digital in-line holographic microscopy**] J. GARCIA-SUCERQUIA, W. XU, S. JERICO, P. KLAGES, M. JERICO, H.J. KREUZER, “Digital in-line holographic microscopy,” *Applied Optics*, Vol. 45, N°5, 836-850 (2006).

[**Digital recording and numerical reconstruction of holograms**] U. SCHNARS, W. JÜPTNER, “Digital recording and numerical reconstruction of holograms,” *Measurement Science and Technology*, Vol. 13, R85-R101 (2002).

[**Digital recording and numerical reconstruction of lens less Fourier holograms in optical metrology**] C. WAGNER, S. SEEBACHER, W. OSTEN, W. JÜPTNER “Digital recording and numerical reconstruction of lens less Fourier holograms in optical metrology,” *Applied Optics*, Vol. 38, 4812-4820 (1999).

[**Digital three-color holographic interferometry for flow analysis**] J. M. DESSE, P. PICART, P. TANKAM, “Digital three-color holographic interferometry for flow analysis”, *Optics Express*, Vol. 16, 5471-5480 (2008).

[**Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction**] U. SCHNARS, W. JÜPTNER, “Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction”, *Applied Optics*, Vol. 33, 179-181 (1994).

[**Direct shape measurement by digital wave front reconstruction and multi-wavelength contouring**] C. WAGNER, W. OSTEN, S. SEEBACHER, “Direct shape measurement by digital wave front reconstruction and multi-wavelength contouring,” *Optical Engineering*, Vol. 39, N°1, 79-85 (2000).

[**Dynamic digital holographic interferometry with three wavelengths**] N. DEMOLI, D. VUKICEVIC, M. TORZYNSKI, “Dynamic digital holographic interferometry with three wavelengths,” *Optics Express*, Vol. 11, 767-774 (2003).

[**Effect of the fill factor of CCD pixels on digital holograms: comment on the paper**] C.S. GUO, L. ZHANG, Z.Y. RONG, H.T. WANG, “Effect of the fill factor of CCD pixels on digital holograms: comment on the paper,” *Optical Engineering* 42, 2768-2772 (2003).

[Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation] D. MAS, J. GARCIA, C. FERREIRA, L.M. BERNARDO, F. MARINHO, “Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation,” *Optics Communications*, Vol. 164, 233-245 (1999).

[Frequency analysis of digital holography] TH. KREIS, “Frequency analysis of digital holography,” *Optical Engineering*, Vol. 41, 771-778 (2002).

[Frequency analysis of digital holography with reconstruction by convolution] TH. KREIS, “Frequency analysis of digital holography with reconstruction by convolution,” *Optical Engineering*, Vol. 41, 1829-1839 (2002).

[General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography] P. PICART, J. LEVAL, “General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography,” *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 25, 1744-1761 (2008).

[Image formation in phase shifting digital holography and application to microscopy] I. YAMAGUCHI, J. KATO, S. OHTA, J. MIZUNO, “Image formation in phase shifting digital holography and application to microscopy,” *Applied Optics*, Vol. 40, 6177-6186 (2001).

[Image reconstruction for in-line holography with the Yang-Gu algorithm] Y. ZHANG, G. PEDRINI, W. OSTEN, H.J. TIZIANI, “Image reconstruction for in-line holography with the Yang-Gu algorithm,” *Applied Optics*, Vol. 42, 6452-6457 (2003).

[Imaging analysis of digital holography] L. XU, X. PENG, Z. GUO, J. MIA, A. ASUNDI, “Imaging analysis of digital holography,” *Optics Express* 13, 2444-2452 (2005).

[Introduction to Fourier Optics] J.W. GOODMAN, *Introduction to Fourier Optics* (Second Edition, McGraw-Hill Editions, New York, 1996).

[Large step-height measurements using multiple-wavelength holographic interferometry with tunable laser diodes] A. WADA, M. KATO, Y. ISHII, “Large step-height measurements using multiple-wavelength holographic interferometry with tunable laser diodes,” *JOSA A*, Vol. 25, N°12, 3013-3020 (2008).

[Magnified reconstruction of digitally recorded holograms by Fresnel-Bluestein transform] J. F. RESTREPO, J. GARCIA-SUCERQUIA, “Magnified reconstruction of digitally recorded holograms by Fresnel-Bluestein transform,” *Applied Optics*, Vol. 49, 6430-6435 (2010).

[Method of digital holographic recording and reconstruction using a stacked color image sensor] P. TANKAM, P. PICART, D. MOUNIER, J.M. DESSE, J.C. LI, “Method of digital holographic recording and reconstruction using a stacked color image sensor,” *Applied Optics*, Vol. 49, N°4, 320-328 (2010).

[Methods of digital holography: a comparison] TH. KREIS, M. ADAMS, W. JÜPTNER, “Methods of digital holography: a comparison,” *Proc. SPIE* 3098, 224-233 (1997).

[Microscopic TV holography for MEMS deflection and 3-D surface profile characterization] U. P. KUMAR, B. BHADURI, N. K. MOHAN, M. P. KOTHIYAL, A. K. ASUNDI, “Microscopic TV holography for MEMS deflection and 3-D surface profile characterization,” *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 46, 687-694 (2008).

[Multiple-wavelength digital holographic interferometry using tunable laser diodes] A. WADA, M. KATO, Y. ISHII, “Multiple-wavelength digital holographic interferometry using tunable laser diodes,” *Applied Optics*, Vol. 47, No. 12, pp. 2053-2060 (2008).

[Off-axis digital hologram reconstruction: some practical considerations] N. VERRIER, M. ATLAN, “Off-axis digital hologram reconstruction: some practical considerations,” *Applied Optics*, Vol. 50, N°34, H136-H146 (2011).

[Parallel phase-shifting color digital holography using two phase shifts] T. KAKUE, T. TAHARA, K. ITO, Y. SHIMOZATO, Y. AWATSUJI, K. NISHIO, S. URA, T. KUBOTA, O. MATOBA, “Parallel phase-shifting color digital holography using two phase shifts,” *Applied Optics*, Vol. 48, N°34, H244-H250 (2009).

[Parallel phase-shifting digital holography capable of simultaneously capturing visible and invisible three-dimensional information] T. KAKUE, K. ITO, Y. AWATSUJI, K. NISHIO, T. KUBOTA, O. MAOBA, “Parallel phase-shifting digital holography capable of simultaneously capturing visible and invisible three-dimensional information,” *Journal of Display Technology*, Vol.6, N°10, 472-478 (2010).

[Parallel two-step phase-shifting digital holography] Y. AWATSUJI, T. TAHARA, A. KANEKO, T. KOYAMA, K. NISHIO, S. URA, T. KUBOTA, O. MATOBA, “Parallel two-step phase-shifting digital holography,” *Applied Optics*, Vol. 47, N°19, D183-D189 (2008).

[Phase imaging of cells by simultaneous dual wavelength reflection digital holography] A. KHMALADZE, M. KIM, C-M. LO, “Phase imaging of cells by simultaneous dual wavelength reflection digital holography,” *Optics Express*, Vol. 16, 10900-10911 (2008).

[Phase shifting color digital holography] I. YAMAGUCHI, T. MATSUMURA, J. KATO, “Phase shifting color digital holography,” *Optics Letters*, Vol. 27, 1108-1110 (2002).

[Phase-shifting digital holography] I. YAMAGUCHI, T. ZHANG, “Phase-shifting digital holography,” *Optics Letters* 22, 1268-1270, (1997).

[Pixel resolution control in numerical reconstruction of digital holography] L. YU, M. K. KIM, “Pixel resolution control in numerical reconstruction of digital holography,” *Optics Letters*, Vol. 31, 897-899 (2006).

[Pulsed digital holography for high-speed contouring that uses a two-wavelength method] G. PEDRINI, P. HILIPP FRÖNING, HANS J. TIZIANI AND MIKHAIL E. GUSEV, “Pulsed digital holography for high-speed contouring that uses a two-wavelength method,” *Applied Optics*, Vol. 38, N°16, 3460-3467 (1999).

[Quantitative phase imaging by three-wavelength digital holography] C. J. MANN, P. R. BINGHAM, V. C. PAQUIT, K. W. TOBIN, “Quantitative phase imaging by three-wavelength digital holography,” *Optics Express*, Vol. 16, N° 13, 9753-9764 (2008).

[Real-time dual-wavelength digital holographic microscopy with a single hologram acquisition] J. KUHN, T. COLOMB, F. MONTFORT, F. CHARRIERE, Y. EMERY, E. CUCHE, P. MARQUET, C. DEPEURSINGE, “Real-time dual-wavelength digital holographic microscopy with a single hologram acquisition,” *Optics Express*, Vol. 15, 7231-7242 (2007).

[Real-time three-sensitivity measurements based on three-color digital Fresnel holographic interferometry] P. TANKAM, Q. SONG, M. KARRAY, J.C. LI, J.M. DESSE, P. PICART, “Real-time three-sensitivity measurements based on three-color digital Fresnel holographic interferometry,” *Optics Letters*, Vol. 35, N°12, 2055-2057 (2010).

[Reconstruction of in-line digital holograms from two intensity measurements] Y. ZHANG, G. PEDRINI, W. OSTEN, H.J. TIZIANI, “Reconstruction of in-line digital holograms from two intensity measurements,” *Optics Letters* 29, 1787-1789 (2004).

[Recording and reconstruction of a color holographic image by using digital lensless Fourier transform holography] J. ZHAO, H. JIANG, J. DI, “Recording and reconstruction of a color holographic image by using digital lensless Fourier transform holography,” *Optics Express*, Vol. 16, 2514-2519 (2008).

[Surface shape measurement by phase-shifting digital holography with a wavelength shift] I. YAMAGUCHI, T. IDA, M. YOKOTA, K. YAMASHITA, “Surface shape measurement by phase-shifting digital holography with a wavelength shift,” *Applied Optics*, Vol. 45, N°29, 7610-7616 (2006).

[Use of digital color holography for crack investigation in electronic components] P. TANKAM, P. PICART, “Use of digital color holography for crack investigation in electronic components,” *Optics & Lasers in Engineering*, Vol. 49, N°11, 1335-1342 (2011).

[Wavelength-scanning digital interference holography for tomographic three-dimensional imaging by use of the angular spectrum method] L. YU, M. K. KIM, “Wavelength-scanning digital interference holography for tomographic three-dimensional imaging by use of the angular spectrum method,” *Optics Letters*, Vol. 30, 2092-2094 (2005).