

# Calibrage géométrique d'une caméra ou d'un capteur de vision stéréoscopique

JEAN-JOSE ORTEU

# Table des matières

<b>I. Présentation</b>	<b>3</b>
<b>II. Cours</b>	<b>5</b>
1. Modélisation et calibrage d'une caméra.....	<b>5</b>
1.1. <i>Le modèle de caméra.....</i>	<b>5</b>
1.2. <i>Utilisation des coordonnées homogènes.....</i>	<b>6</b>
1.3. <i>Transformation entre le repère du monde et le repère caméra.....</i>	<b>7</b>
1.4. <i>Transformation entre le repère caméra et le repère capteur (plan rétinien).....</i>	<b>7</b>
1.5. <i>Transformation entre le repère capteur et le repère image.....</i>	<b>8</b>
1.6. <i>Modèle sténopé complet.....</i>	<b>8</b>
1.7. <i>Prise en compte des distorsions.....</i>	<b>9</b>
1.8. <i>Calibrage.....</i>	<b>13</b>
2. Modélisation et calibrage d'un capteur de vision stéréoscopique.....	<b>16</b>
2.1. <i>Pourquoi utiliser deux caméras.....</i>	<b>16</b>
2.2. <i>Référentiels et changements de repères.....</i>	<b>16</b>
2.3. <i>Triangulation.....</i>	<b>17</b>
2.4. <i>Calibrage.....</i>	<b>18</b>
<b>III. Exercices</b>	<b>20</b>
1. Test de connaissance et exercices d'application.....	<b>20</b>
<b>Solution des exercices</b>	<b>21</b>
<b>Glossaire</b>	<b>23</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>24</b>
<b>Webographie</b>	<b>26</b>
<b>Crédit des ressources</b>	<b>27</b>

# I.Présentation

## *Module :*

---

Imagerie

## *Auteur(s) :*

---

Jean-José ORTEU<sup>1</sup> - École des Mines d'Albi

Professeur des Ecoles des Mines. Directeur adjoint du centre de recherche CROMeP de l'École des Mines d'Albi. Directeur adjoint du GDR CNRS « Mesures de champs et Identification en Mécanique des Solides » Responsable du groupe de recherche « Mesure, Contrôle et Surveillance » de l'IGM. Domaines de recherche : métrologie (3D) par vision artificielle, photomécanique, surveillance de procédés, CND par vision. Domaines d'enseignement : automatique, signaux et systèmes, calcul numérique, photomécanique.

Site Web de l'auteur : <http://www.orteu.fr/><sup>2</sup>

## *Résumé :*

---

Le calibrage géométrique d'une caméra consiste à déterminer la relation mathématique existant entre les coordonnées des points 3D de la scène observée et les coordonnées 2D de leur projection dans l'image (points-image). Cette étape de calibrage constitue le point initial pour plusieurs applications de la vision artificielle, comme par exemple la reconnaissance et la localisation d'objets, le contrôle dimensionnel de pièces, la reconstruction de l'environnement pour la navigation d'un robot mobile, etc. Calibrer une caméra, c'est choisir un modèle de caméra a priori et déterminer ensuite les paramètres de ce modèle. Nous allons décrire les principaux modèles de caméra utilisés ainsi que les principales méthodes proposées pour déterminer les paramètres du modèle choisi. Pour obtenir des informations tridimensionnelles, il est nécessaire d'associer deux caméras pour constituer un capteur de vision stéréoscopique. Le calibrage d'un tel capteur est un problème spécifique qui est décrit également.

## *Mots-clés :*

---

Modèles géométriques de caméra, calibrage de caméra, distorsions géométriques, vision stéréoscopique

## *Pré-requis :*

---

Bases d'algèbre linéaire

## *Objectif(s) pédagogique(s) :*

---

Expliquer de façon basique comment on peut modéliser mathématiquement une caméra et comment on peut déterminer expérimentalement les paramètres du modèle choisi.

## *Plan du cours :*

---

- Introduction
- Modélisation et calibrage d'une caméra
- Modélisation et calibrage d'un capteur de vision stéréoscopique

## *Conception & production :*

---

PRN - Le Mans Université

## *Licence :*

---

Licence GNU<sup>3</sup>

1 - [jean-jose.orteu@mines-albi.fr](mailto:jean-jose.orteu@mines-albi.fr)

2 - <http://www.orteu.fr/>

3 - <http://www.gnu.org/licenses/fdl.txt>



## II.Cours

Le calibrage géométrique d'une caméra (1.)<sup>≡</sup> consiste à déterminer la relation mathématique existant entre les coordonnées des points 3D de la scène observée et les coordonnées 2D de leur projection dans l'image (points-image) (cf. figure 1). Cette étape de calibrage constitue le point initial pour plusieurs applications de la vision artificielle, comme par exemple la reconnaissance et la localisation d'objets, le contrôle dimensionnel de pièces, la reconstruction de l'environnement pour la navigation d'un robot mobile, etc.



Figure 1 : Calibrer une caméra consiste à estimer sa fonction de transfert

Le calibrage d'une caméra est particulièrement important lorsque l'on doit obtenir, à partir des images acquises, des informations métriques en vue d'applications de mesures dimensionnelles. Pour obtenir des mesures dimensionnelles précises, il est indispensable de prendre en compte les distorsions géométriques induites par le système optique utilisé.

Calibrer une caméra, c'est choisir un modèle de caméra *a priori* et déterminer ensuite les paramètres de ce modèle.

Nous allons décrire les principaux modèles de caméra utilisés ainsi que les principales méthodes proposées pour déterminer les paramètres du modèle choisi.

Pour obtenir des informations tridimensionnelles, il est le plus souvent fait usage de deux caméras pour constituer un capteur de vision stéréoscopique. Le calibrage d'un tel capteur est un problème spécifique qui sera décrit également.

### 1. Modélisation et calibrage d'une caméra

Dans cette section, nous décrivons d'abord le modèle sténopé classique, puis les différents modèles permettant de prendre en compte les distorsions : approches paramétrique et non-paramétrique.

Ici, un **capteur** fera référence à une **matrice de détecteurs** d'une caméra.

#### 1.1. Le modèle de caméra

Le modèle sténopé (« *pinhole* » en anglais) [1 [[01]], 2 [[02]], 3 [[03]], 4 [[04]]] modélise une caméra par une projection perspective. Ce modèle transforme un point 3D de l'espace  $M$  en un point-image  $m$  et peut se décomposer en trois transformations élémentaires successives (cf. figure 2) : la transformation entre le repère du monde et celui de la caméra ①, la transformation entre le repère caméra et le repère (plan rétinien) ② et la transformation entre le repère capteur et le repère image ③.

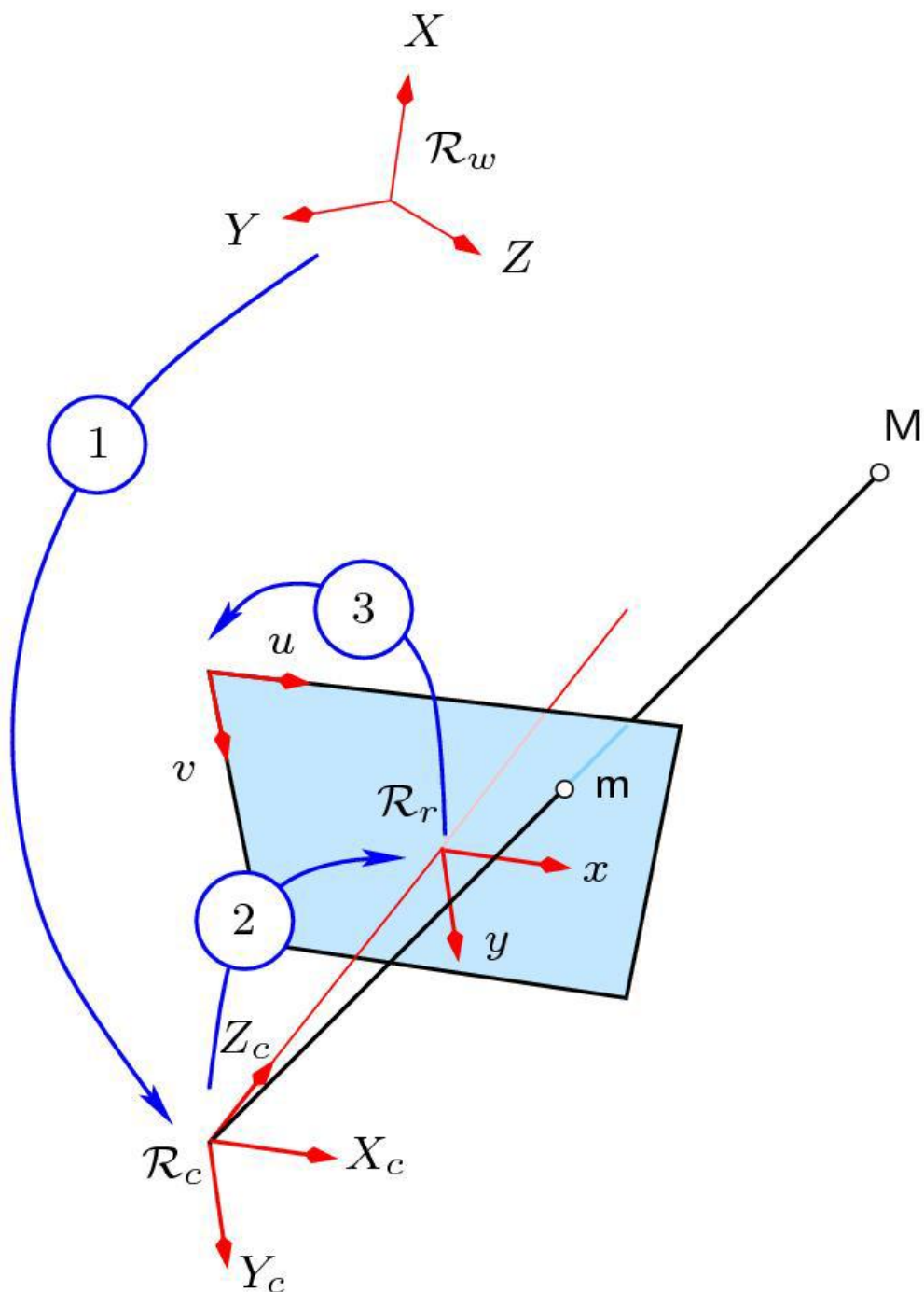


Figure 2 : Les trois transformations élémentaires du modèle sténopé, et les repères associés

## 1.2. Utilisation des coordonnées homogènes

En vision par ordinateur, on utilise souvent les **coordonnées homogènes** [1 [[01]], 5 [[05]], 3 [[03]], 4 [[04]]] :

en 2D :

$$m = \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{\text{coordonnées euclidiennes}} \Rightarrow \tilde{m} = \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}}_{\text{coordonnées homogènes}}$$

en 3D :

$$M = \underbrace{\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}}_{\text{coordonnées euclidiennes}} \Rightarrow \tilde{M} = \underbrace{\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}}_{\text{coordonnées homogènes}}$$

Il y a plusieurs avantages à cela. On verra par exemple dans la section "Transformation entre le repère caméra et le repère capteur (plan rétinien)" que cela permet d'exprimer le modèle sténopé par une relation linéaire.

### 1.3. Transformation entre le repère du monde et le repère caméra

Comme indiqué sur la figure 2, **①** représente une transformation entre le repère du monde  $R_w$  (choisi arbitrairement) et le repère caméra  $R_c$  (dont l'origine est située au centre optique de la caméra). Cette transformation rigide peut se décomposer en une rotation  $[R]$  et une translation  $[t]$ . Les paramètres de cette transformation sont appelés **paramètres extrinsèques** de la caméra.

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} + \mathbf{t} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & t \\ \mathbf{0}^t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

avec :

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}; [R] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

$T$  est une matrice 4x4.

#### Remarque

La représentation d'une rotation par les 9 paramètres  $r_{ij}$  n'est pas minimale. En effet, 3 paramètres suffisent pour représenter une rotation (vecteur rotation instantanée, angles d'Euler, angles de Bryant, etc.).

### 1.4. Transformation entre le repère caméra et le repère capteur (plan rétinien)

La deuxième transformation, notée **②** sur la figure 2 relie le repère caméra  $R_c$  au repère capteur  $R_r$  (plan rétinien). C'est une projection perspective (matrice 3x4, notée  $[P]$ ) qui transforme un point 3D  $(X_c \ Y_c \ Z_c)$  en un point-image  $(x \ y)$  (en unité métrique).

$$s. \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

où  $f$  désigne la focale de l'objectif utilisé.

## Remarque

L'équation (2) qui traduit la projection perspective s'écrit :

$$x = f \frac{X_c}{Z_c}$$

$$y = f \frac{Y_c}{Z_c}$$

Ces équations sont **non-linéaires**.

L'utilisation des coordonnées homogènes permet d'écrire la projection perspective (et le modèle sténopé complet) sous forme **linéaire** (cf. équation (2)).

## 1.5. Transformation entre le repère capteur et le repère image

La troisième et dernière transformation, notée ③ sur la figure 2, décrit l'opération de conversion des coordonnées images  $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$  (en unité métrique) en coordonnées images discrètes  $\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$  (pixels).

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & k_x \cot(\theta) & c_x + c_y \cot(\theta) \\ 0 & \frac{k_y}{\sin(\theta)} & \frac{c_y}{\sin(\theta)} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = [\mathbf{A}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

où :

- $c_x$  et  $c_y$  (en pixels) désignent les coordonnées de l'intersection de l'axe optique avec le plan image (théoriquement au centre de l'image)
- $k_x$  et  $k_y$  désignent le nombre de pixels par unité de longueur suivant les directions  $x$  et  $y$  du capteur respectivement ( $k_x = k_y$  dans le cas de pixels carrés)
- $\theta$  traduit la non orthogonalité éventuelle des lignes et colonnes de l'image. En pratique,  $\theta$  est très proche de  $\frac{\pi}{2}$ . Ce paramètre est désigné par « skew factor » en anglais.

On considère souvent que le « skew factor » est négligeable  $\theta = \frac{\pi}{2}$  et l'équation (3) se simplifie alors de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & c_x \\ 0 & k_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = [\mathbf{A}_{\text{simplifiée}}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

## 1.6. Modèle sténopé complet

La composition des trois transformations ①, ② et ③ peut être résumée par le schéma de la figure 3.

$$\begin{pmatrix} X & Y & Z \end{pmatrix} \xrightarrow{\mathbf{T}} \begin{pmatrix} X_c & Y_c & Z_c \end{pmatrix} \xrightarrow{\mathbf{P}} \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \xrightarrow{\mathbf{A}} \begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$$

Cela conduit à l'équation du modèle sténopé :

$$\tilde{m} = \underbrace{\mathbf{AP}}_{\mathbf{K}} \mathbf{T}\tilde{M}$$

avec :

$$\mathbf{K} = \mathbf{AP} = \begin{bmatrix} k_x & k_x \cot(\theta) & c_x + c_y \cot(\theta) \\ 0 & \frac{k_y}{\sin(\theta)} & \frac{c_y}{\sin(\theta)} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} f_x & f_x \cot(\theta) & c_x + c_y \cot(\theta) & 0 \\ 0 & \frac{f_y}{\sin(\theta)} & \frac{c_y}{\sin(\theta)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

où  $f_x = fk_x$  et  $f_y = fk_y$  désignent la focale de la caméra en nombre de pixels suivant les directions  $x$  et  $y$  respectivement.

Les 5 paramètres  $(c_x \ c_y \ f_x \ f_y \ \theta)$  de la matrice  $K$  sont appelés **paramètres intrinsèques** de la caméra.

Finalement, le modèle sténopé est décrit par 5 paramètres intrinsèques  $(c_x \ c_y \ f_x \ f_y \ \theta)$  et 6 paramètres extrinsèques (3 pour la rotation et 3 pour la translation).

### Remarque

Dans le cas où le « skew factor » est négligé, le modèle sténopé, qui relie les coordonnées 3D  $(X \ Y \ Z)$  d'un point exprimé dans le repère du monde aux coordonnées 2D  $(u \ v)$  de sa projection dans le plan image (point-image = pixel), est souvent écrit de la façon suivante :

$$u = f_x \frac{r_{11}X + r_{12}Y + r_{13}Z + t_x}{r_{31}X + r_{32}Y + r_{33}Z + t_z} + c_x$$

$$v = f_y \frac{r_{21}X + r_{22}Y + r_{23}Z + t_y}{r_{31}X + r_{32}Y + r_{33}Z + t_z} + c_y$$

Ces relations sont parfois désignées par le terme **relations de colinéarité**.

## 1.7. Prise en compte des distorsions

### Rappel

Le modèle sténopé modélise une caméra idéale (simple projection perspective) et ne prend pas en compte les éventuelles distorsions géométriques induites par le système optique utilisé. Plusieurs auteurs [6 [[06]], 7 [[07]]] ont montré que pour des applications de métrologie dimensionnelle, il était indispensable de prendre en compte ces distorsions afin de pouvoir les corriger.

### Approche paramétrique (classique)

L'approche paramétrique classique consiste à modéliser la distorsion en enrichissant le modèle sténopé par des termes supplémentaires (le modèle devient alors non linéaire). Dans cette approche, le modèle s'inspire de la théorie des aberrations géométriques des systèmes centrés en rajoutant des termes correctifs correspondants à différents types de distorsions : distorsion radiale, prismatique, de décentrage [8 [[08]], 9 [[09]], 10 [[10]]].

Partant du modèle sténopé, les effets des distorsions peuvent être modélisés par une quatrième transformation  $D$ , reliant les coordonnées rétinienne « idéales (2.) »  $m_r = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$  aux coordonnées rétinienne « réelles »  $\check{m}_r = \begin{pmatrix} \check{x} & \check{y} \end{pmatrix}$  :

$$(X \ Y \ Z) \xrightarrow{T} (X_c \ Y_c \ Z_c) \xrightarrow{P} \left[ (x \ y) \xrightarrow{D} (\check{x} \ \check{y}) \right] \xrightarrow{A} (\check{u} \ \check{v})$$

$$\begin{aligned} \check{m}_r &= D(m_r) = m_r + \delta(m_r) \\ &= m_r + \underbrace{\delta_r(m_r)}_{\text{radial}} + \underbrace{\delta_d(m_r)}_{\text{décentrage}} + \underbrace{\delta_p(m_r)}_{\text{prismatique}} \end{aligned}$$

Plusieurs auteurs ont montré que le modèle suivant, souvent désigné par R3D1P1 (3.)<sup>⊗</sup>, est largement suffisant pour la plupart des objectifs de focale supérieure à 5 mm :

$$D(m_r) = m_r(1 + r_1(x^2 + y^2) + r_2(x^2 + y^2)^2 + r_3(x^2 + y^2)^3) + \begin{pmatrix} d_1(3x^2 + y^2) + 2d_2xy + p_1(x^2 + y^2) \\ 2d_1xy + d_2(x^2 + 3y^2) + p_2(x^2 + y^2) \end{pmatrix}$$

Où  $\mathbf{d} = (r_1 \ r_2 \ r_3 \ d_1 \ d_2 \ p_1 \ p_2)$  est le vecteur des **paramètres de distorsion**.

### Remarque

On se contente souvent d'utiliser un modèle radial (d'ordre 1 à 3). En posant :  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ , le modèle R3, est souvent écrit sous la forme :

$$D(m_r) = m_r(1 + r_1\rho^2 + r_2\rho^4 + r_3\rho^6)$$

Notons  $\mathbf{k}$  le vecteur des paramètres intrinsèques définis par la matrice  $\mathbf{K}$ , et  $\mathbf{d}$  le vecteur des coefficients de distorsion (qui sont également intrinsèques à la caméra) :

$$\mathbf{k} = (c_x \ c_y \ f_x \ f_y \ \theta)$$

$$\mathbf{d} = (r_1 \ r_2 \ r_3 \ d_1 \ d_2 \ p_1 \ p_2)$$

Le modèle de caméra est **non linéaire** et peut s'écrire sous la forme d'une fonction vectorielle  $\mathbf{F}$  :

$$\check{m} = \mathbf{F}(\mathbf{k}, \mathbf{d}, \mathbf{R}, \mathbf{t}, M)$$

À titre d'exemple, la figure 5 montre une carte de distorsion (amplitude de la distorsion en chaque pixel de l'image) obtenue lors du calibrage d'une caméra équipée d'un objectif de focale 25 mm. On voit bien sur cette figure que la composante dominante est la distorsion radiale (distorsion d'autant plus importante qu'on s'éloigne du centre de l'image). Dans cet exemple, la distorsion est relativement faible (l'amplitude de la distorsion est de l'ordre de 1 pixel aux coins de l'image) mais elle peut atteindre plusieurs pixels (voire dizaine de pixels) pour des objectifs de plus faible longueur focale.

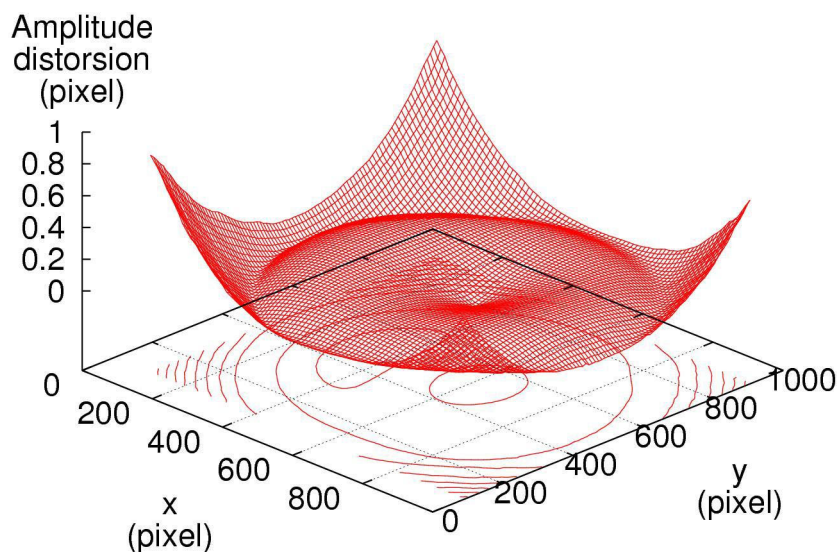


Figure 5 : Carte des distorsions : l'amplitude de la distorsion est de l'ordre de 1 pixel aux coins de l'image

### a) Correction de la distorsion

Il est parfois nécessaire de connaître les coordonnées pixel idéales  $\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$ , i.e. non distordues, correspondant à celles distordues  $\begin{pmatrix} \check{u} & \check{v} \end{pmatrix}$ .

$$\begin{aligned} u &= c_x + f_x x \\ v &= c_y + f_y y \end{aligned} \quad \text{soit} \quad \begin{aligned} x &= \frac{u - c_x}{f_x} \\ y &= \frac{v - c_y}{f_y} \end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\begin{aligned} \check{u} &= c_x + f_x \check{x} = c_x + f_x (x + \delta_x(x, y)) = c_x + (u - c_x) + f_x \delta_x(x, y) \\ \check{v} &= c_y + f_y \check{y} = c_y + f_y (y + \delta_y(x, y)) = c_y + (v - c_y) + f_y \delta_y(x, y) \end{aligned}$$

À partir des équations (12) et (13), on constate qu'il est possible d'exprimer  $\begin{pmatrix} \check{u} & \check{v} \end{pmatrix}$  en fonction de  $\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$  et des paramètres intrinsèques  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{d}$  de la caméra :

$$\check{u} = f_u(u, v, \mathbf{k}, \mathbf{d})$$

$$\check{v} = f_v(u, v, \mathbf{k}, \mathbf{d})$$

Dans le cas général, le modèle de distorsion donné par l'équation (14) n'est pas inversible et il est donc nécessaire d'utiliser une méthode numérique pour estimer les coordonnées idéales  $\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$  du point-image qui aurait été obtenu avec une caméra exempte de distorsion.

Soit  $\check{m} = \begin{pmatrix} \check{u} & \check{v} \end{pmatrix}$  un pixel de l'image distordue. On cherche le pixel non distordu  $m = \begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$ .

Le pixel  $\begin{pmatrix} \check{u} & \check{v} \end{pmatrix}$  correspond au point  $\check{m}_r = \begin{pmatrix} \check{x} & \check{y} \end{pmatrix}$  dans le plan rétinien :

$$\check{x} = \frac{\check{u} - c_x}{f_x}$$

$$\check{y} = \frac{\check{v} - c_y}{f_y}$$

On cherche le point  $m_r = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$  tel que  $D(m_r) = \check{m}_r$ , i.e. :  
 $\check{m}_r - D(m_r) = 0$

On peut résoudre l'équation (15) grâce à la méthode de Newton appliquée à la fonction  $f(m_r) = \check{m}_r - D(m_r)$  que l'on initialise avec  $m_r^{(0)} = \check{m}_r$ .

L'itéré courant est donné par la formule :  
 $m_r^{(i)} = m_r^{(i-1)} - d_N^{(i-1)}$  avec  $d_N^{(i-1)}$  solution de  $\mathbf{J}_f d = f(m_r^{(i-1)})$

Soit :

$$m_r^{(i)} = m_r^{(i-1)} + \mathbf{J}_D(m_r^{(i-1)})^{-1}(\check{m}_r - D(m_r^{(i-1)}))$$

avec :

$$\mathbf{J}_D = \begin{pmatrix} \frac{\partial \check{x}}{\partial x} & \frac{\partial \check{x}}{\partial y} \\ \frac{\partial \check{y}}{\partial x} & \frac{\partial \check{y}}{\partial y} \end{pmatrix}_{|(x,y)=m_r^{(i-1)}}$$

Le critère d'arrêt peut être basé sur la valeur du module de l'erreur  $\varepsilon$  après chaque itération. En pratique, la convergence est atteinte après seulement quelques itérations ( $\approx 4$ ).

Après avoir obtenu les coordonnées rétinienne  $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ , l'équation (12) permet de calculer les coordonnées  $\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$  recherchées.

### Remarque

Pour calculer une image corrigée de la distorsion (ce qui est un problème différent de celui de corriger un seul point), il n'est pas nécessaire de recourir à une méthode numérique pour inverser le modèle de distorsion. Il suffit d'utiliser le modèle direct donné par l'équation (14) et de remplir l'image à construire en balayant les coordonnées  $u$  et  $v$  de l'image destination.

Pour un pixel  $\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$  donné (en coordonnées entières) dans l'image destination, l'équation (14) permet de calculer les coordonnées  $\begin{pmatrix} \check{u} & \check{v} \end{pmatrix}$  du point correspondant dans l'image source. Ces coordonnées étant en général non entières, il suffit de faire une interpolation pour calculer la valeur de l'intensité (niveau de gris) qui doit être recopiée dans l'image destination à la position  $\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$  (cf. [11 [[11]]]).

D'autres méthodes de correction de distorsion ont été proposées dans la littérature. Pour un état de l'art récent, voir en particulier la section « The perspective camera inverse model » dans [12 [[12]]].

À titre d'exemple, la figure 6 montre une image distordue (à gauche) et l'image corrigée (à droite).

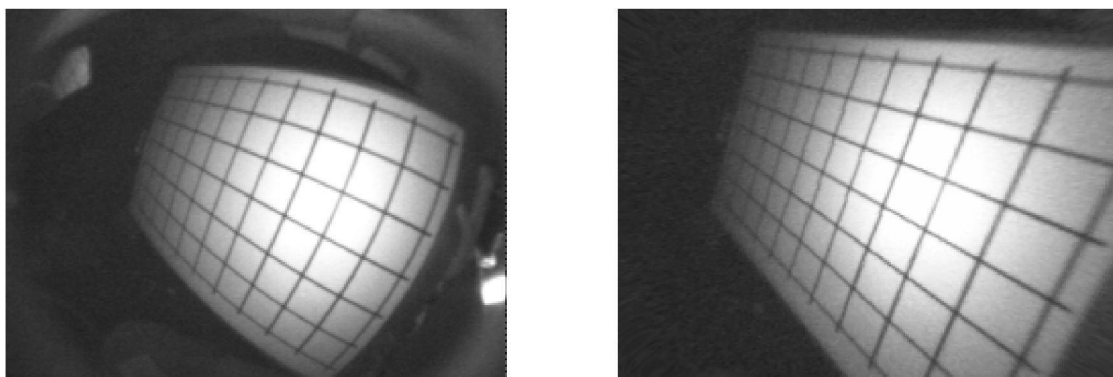


Figure 6 : Une image distordue (à gauche) et l'image corrigée (à droite)

## b) Approche non-paramétrique

Dans le cas de systèmes optiques complexes, certains auteurs ont montré [13 [[13]]] qu'il est préférable de modéliser la distorsion de façon non-paramétrique en utilisant des fonctions splines [14 [[14]]].

Dans ce cas, il s'agit d'une modélisation purement mathématique (approche type « boîte noire ») visant à déterminer la fonction de distorsion qui traduit au mieux la façon dont l'image idéale est distordue [15 [[15]]][16 [[16]]].

S'agissant d'une modélisation purement mathématique (4.)<sub>3</sub>, il n'est pas gênant d'adopter dans ce cas le schéma de la figure 7, et de rechercher la fonction de distorsion **D** reliant les coordonnées-image idéales  $\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$  du point **m** aux coordonnées-image réelles  $\begin{pmatrix} \check{u} & \check{v} \end{pmatrix}$  du point  $\check{m}$ .

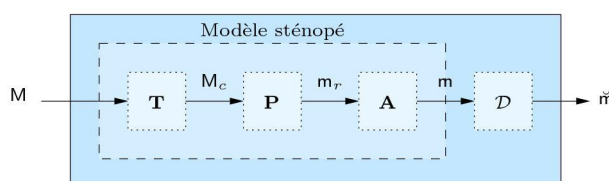


Figure 7 : Modèle de caméra avec distorsion non paramétrique

Dans cette approche, pour pouvoir corriger facilement la distorsion, il est préférable d'adopter le modèle schématisé sur la figure 8, dans lequel on utilise la fonction réciproque **C** de correction de distorsion au lieu de la fonction de distorsion **D**. En effet, utiliser **C** présente l'avantage de permettre de corriger directement la distorsion alors qu'inverser la fonction **D** peut être très coûteux en temps de calcul, notamment lorsque sa fonction réciproque **C** ne peut pas être déterminée analytiquement. De plus, le domaine de définition de la fonction spline de correction **C** est connu *a priori* et déterminé par la dimension des images, alors que la fonction spline de distorsion **D** a un domaine de définition non connu *a priori* puisque exprimé dans le plan rétinien lui-même défini par calibrage.

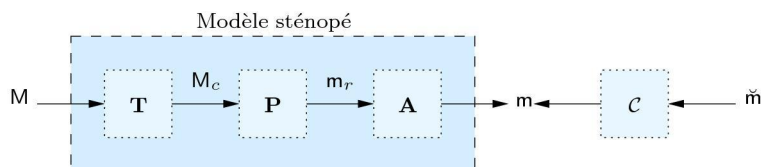


Figure 8 : Modèle de caméra avec correction de la distorsion non paramétrique

L'équation de correction de distorsion devient :

$$m = D^{-1}(\check{m}) = C(\check{m})$$

L'estimation de la fonction de correction de distorsion **C** consiste à approximer les composantes horizontales (suivant l'axe  $x$ ) et verticales (suivant l'axe  $y$ ) du champ de correction de distorsion par deux surfaces splines  $S_x$  et  $S_y$  [13 [[13]]], [17 [[17]]].

La fonction de correction de distorsion permet de corriger les points (ou une image entière) des distorsions. Les points ainsi corrigés sont reliés aux point 3D d'entrée par un modèle sténopé classique dont il est facile d'estimer les paramètres.

Nous venons d'établir les modèles linéaire (5) et non linéaire (11) d'une caméra, nous allons parler maintenant des méthodes dites de calibrage permettant d'estimer les paramètres de ces modèles.

## 1.8. Calibrage

Calibrer une caméra consiste à estimer les paramètres du modèle qui a été choisi pour la représenter. C'est un problème d'**estimation paramétrique**.

Dans le cas du modèle sténopé (avec ou sans distorsion), il s'agit d'estimer les paramètres intrinsèques de la caméra, et sa position et orientation par rapport au repère du monde qui a été choisi (paramètres extrinsèques).

### Remarque

A vrai dire, lorsqu'on calibre une caméra, c'est essentiellement pour déterminer ses paramètres intrinsèques qui, comme leur nom l'indique, sont intrinsèques à la caméra et ne changent pas si l'on déplace la caméra. Des méthodes spécifiques (dites de localisation) ont été développées pour déterminer la position d'une caméra par rapport à un repère de travail lorsqu'on connaît déjà ses paramètres intrinsèques.

Généralement, ce problème de calibrage est résolu en utilisant un objet de calibrage spécifique (mire) qui fournit des points 3D connus dans le repère du monde.

De nombreuses méthodes de calibrage ont été proposées. Au fil des années, ces méthodes sont devenues de plus en plus sophistiquées pour conduire à un calibrage de plus en plus précis, tout en étant de plus en plus facile à mettre en œuvre.

Nous allons décrire dans ce qui suit la méthode qui est considérée aujourd'hui comme la plus performante.

La méthode consiste à acquérir  $n$  images d'une mire (plane (5.) $\Rightarrow$ ) composée de  $P$  points déplacée librement (rotations et translations) dans le champ de vue de la caméra (cf. figure 9). La méthode de calibrage qui va être décrite est dite de type photogrammétrique. Elle permet d'estimer en même temps tous les paramètres du modèle de caméra ainsi que les points tridimensionnels de la mire. Par conséquent, la géométrie de la mire de calibrage n'a pas besoin d'être connue avec précision *a priori*.

### Remarque

Lors du déplacement de la mire de calibrage, il est important de bien couvrir l'ensemble du champ de vue de la caméra de façon à calibrer correctement la distorsion (qui est généralement plus importante au bord des images qu'au centre).

Les points de la mire peuvent être les nœuds d'intersections de droites horizontales et verticales (grille), les coins d'une mire de damiers, ou bien les centres de taches circulaires.

Les points de la mire, qui sont extraits par des procédures spécifiques de traitement d'images, fournissent les mesures.

La figure 9 illustre une séquence de 6 images d'une mire de calibrage composée de 64 taches circulaires.

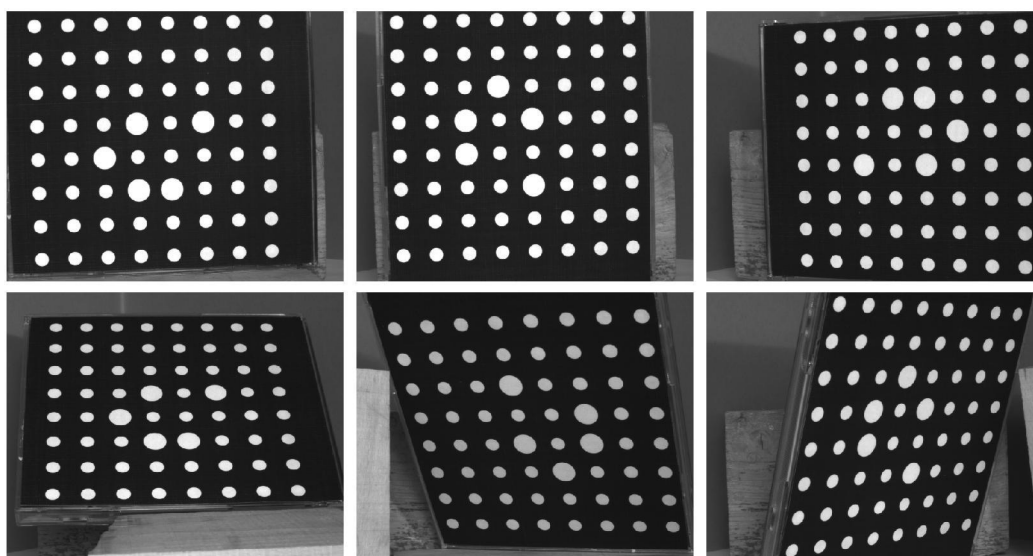


Figure 9 : Exemple d'une séquence de 6 images d'une mire de calibrage composée de 64 taches circulaires, utilisée pour le calibrage d'une caméra

On note  $\check{m}_i^j$  les coordonnées de la projection du  $j$ -ème point  $M_j(j = 1 \dots p)$  de la  $i$ -ème vue ( $i = 1 \dots n$ ) sur le plan image de la caméra. Si la distorsion est prise en compte, nous pouvons écrire à partir de (11) :

$$\check{m}_i^j = \mathbf{F}(\mathbf{k}, \mathbf{d}, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, M_j)$$

Dans ces équations, le référentiel de la mire est utilisé pour chaque vue comme référentiel du monde, (cf. figure 10).

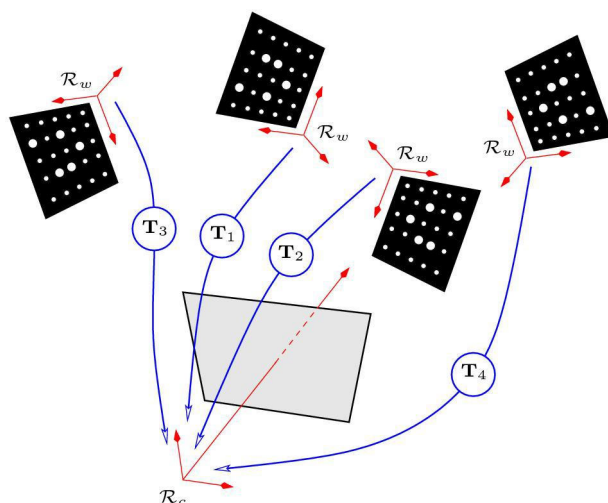


Figure 10 : Calibrage d'une caméra en utilisant quatre positions de mire : il existe quatre transformations rigides  $T_i$  reliant les quatre positions de mire au référentiel de la caméra

En utilisant (18), chaque projection d'un point tridimensionnel fournit deux équations. Il y a donc  $2np$  équations.

Comptabilisons les paramètres inconnus à estimer : cinq paramètres intrinsèques, sept paramètres de distorsion dans le cas d'un modèle R3D1P1,  $6n$  paramètres extrinsèques (trois pour la rotation et trois autres pour la translation de chaque transformation rigide  $T_i$ ) et  $3p$  coordonnées tridimensionnelles. Cela donne un total de  $12 + 6n + 3p$  inconnues.

Il y a donc  $2np$  équations et  $12 + 6n + 3p$  inconnues. Si  $n$  et  $p$  sont suffisamment grands (par exemple si  $n = 6$  et  $p = 64$ , il y a 768 équations pour 240 inconnues) nous pouvons estimer tous les paramètres en minimisant la somme des distances entre la projection du  $j$ -ème point de la  $i$ -ème vue dans l'image et le point  $\check{m}_i^j$  correspondant extrait dans l'image :

$$\theta = \arg \min_{\theta} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p \|\check{m}_i^j - \mathbf{F}(\mathbf{k}, \mathbf{d}, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, M_j)\|^2$$

avec  $\theta = (\mathbf{k}, \mathbf{d}, \mathbf{R}_{1 \dots n}, \mathbf{t}_{1 \dots n}, M_{1 \dots p})$ .

Minimiser (19) est un problème d'optimisation non linéaire (appelé ajustement de faisceaux ou « bundle adjustment » en anglais [18 [[18]]]).

Le problème est habituellement résolu en utilisant l'algorithme de Levenberg- Marquardt [19 [[19]]], avec les rotations  $\mathbf{R}_i$  exprimées sous une forme minimale (vecteur rotation instantanée, angles d'Euler, angles de Bryant, etc.).

Pour pouvoir converger, l'algorithme de minimisation nécessite des **estimées initiales des paramètres** recherchés : les estimées des cinq paramètres intrinsèques du modèle sténopé et des paramètres extrinsèques peuvent être obtenues par des méthodes analytiques décrites dans [20 [[20]] , 21 [[21]]]. Les paramètres de distorsion sont généralement initialisés à zéro. Les coordonnées tridimensionnelles initiales des points de la mire sont celles de son modèle ayant servi à sa réalisation. Étant donné qu'elles seront réestimées, ces coordonnées n'ont pas besoin d'être connues avec précision, ce qui représente un avantage par rapport aux méthodes nécessitant une connaissance précise de la mire de calibrage utilisée.

La minimisation de (19) conduit à une solution définie à un facteur d'échelle près. Celui-ci peut être déterminé en fournissant la distance mesurée dans l'espace entre deux points donnés (2 points particuliers de la mire par exemple).

## 2. Modélisation et calibrage d'un capteur de vision stéréoscopique

Nous nous intéressons dans cette section à la modélisation d'un capteur composé de deux caméras liées rigidement : un **capteur de vision stéréoscopique**, appelé aussi **capteur de stéréovision**.

Nous commençons brièvement par justifier l'emploi d'une deuxième caméra dans le but de percevoir l'environnement en trois dimensions, puis nous énumérons les différents référentiels en présence et les transformations liant ces référentiels [10 [[10]]04 [[04]]].

### 2.1. Pourquoi utiliser deux caméras

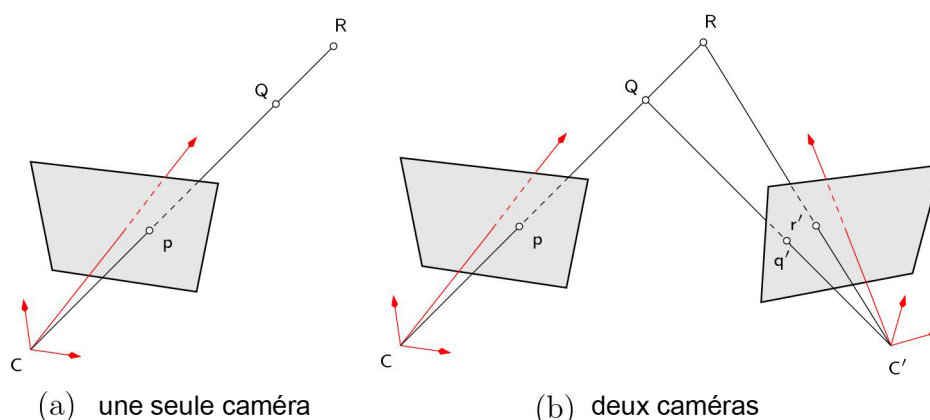


Figure 11 : Retrouver la troisième dimension par l'emploi de deux caméras

Si l'on se place d'un point de vue géométrique, une caméra est un dispositif qui transforme tout « point visible » de l'espace tridimensionnel en point dans l'espace bidimensionnel de l'image. Cette transformation supprime donc la troisième dimension et est, par conséquent, irréversible. Cela se traduit graphiquement par la figure 11.a : les points  $Q$  et  $R$  de l'espace se projettent tous deux sur le plan image en un seul et même point  $P$  car ils sont sur la même droite projective  $(C, P)$ ,  $C$  est appelé le **centre de projection** ou **centre optique**. Ceci signifie qu'étant donné un point image  $P$ , il existe une infinité de points tridimensionnels pouvant en être la projection. En utilisant deux caméras comme montré figure 11.b, il est possible de déterminer la position tridimensionnelle du point par **triangulation**. Il existe en effet un seul point de l'espace correspondant à la paire de projetés  $P, q'$  et un seul correspondant à  $P, r'$ . La triangulation consiste donc à déterminer l'intersection dans l'espace des deux droites projectives. Par conséquent, il est nécessaire d'exprimer ces deux droites par rapport à un référentiel commun, par exemple celui de la caméra gauche. Pour y parvenir, nous allons chercher à exprimer une relation géométrique entre les deux caméras.

### 2.2. Référentiels et changements de repères

L'espace tridimensionnel de la scène est muni de son référentiel orthonormé  $R_w$ . Chacune des deux caméras possède son propre référentiel orthonormé : nous les appellerons repère caméra

gauche  $\mathbf{R}_c$  et repère caméra droite  $\mathbf{R}'_c$ . La figure 12 illustre ces trois référentiels ainsi que les transformations rigides permettant d'exprimer un point dans un autre référentiel.

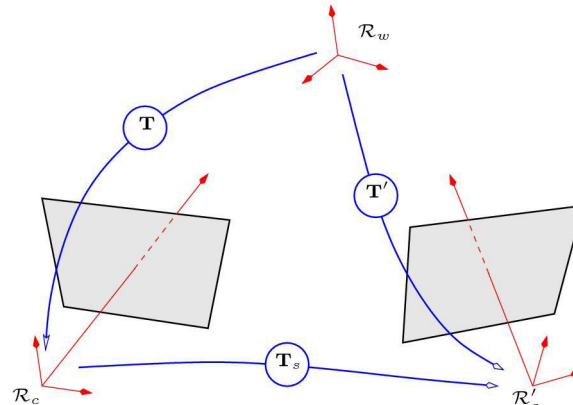


Figure 12 : Les trois référentiels tridimensionnels du capteur de stéréovision

Avec ces conventions, nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$\tilde{\mathbf{M}}_c \cong \mathbf{T}\tilde{\mathbf{M}}$$

$$\tilde{\mathbf{M}}'_c \cong \mathbf{T}'\tilde{\mathbf{M}}$$

$$\tilde{\mathbf{M}}'_c \cong \mathbf{T}_s\tilde{\mathbf{M}}_c$$

Ces équations nous montrent que les trois transformations ne sont pas indépendantes puisque nous pouvons déterminer l'une d'entre elles en fonction des deux autres :

$$\mathbf{T} \cong \mathbf{T}_s^{-1}\mathbf{T}'$$

$$\mathbf{T}' \cong \mathbf{T}_s\mathbf{T}$$

$$\mathbf{T}_s \cong \mathbf{T}'\mathbf{T}^{-1}$$

Lorsqu'un point  $\mathbf{M}$  de la scène est visible simultanément par les deux caméras, ces dernières nous donnent deux points :  $\mathbf{m}$  pour la caméra gauche, et  $\mathbf{m}'$  pour celle de droite. En utilisant le modèle géométrique de caméra et la relation de dépendance entre les trois repères  $\mathbf{R}_w$ ,  $\mathbf{R}_c$  et  $\mathbf{R}'_c$ , nous pouvons écrire les équations de  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{m}'$  en fonction de  $\mathbf{M}$  :

$$\tilde{\mathbf{m}} \cong \mathbf{K}\tilde{\mathbf{M}}$$

$$\tilde{\mathbf{m}}' \cong \mathbf{K}'\mathbf{T}'\tilde{\mathbf{M}} \cong \mathbf{K}'\mathbf{T}_s\mathbf{T}\tilde{\mathbf{M}}$$

### 2.3. Triangulation

Les équations (24) et (25) expriment les coordonnées des deux points  $m = \begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$  et  $m' = \begin{pmatrix} u' & v' \end{pmatrix}$ , respectivement les projections gauche et droite d'un point  $M$  de la scène.

En posant :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{T}' = \begin{bmatrix} r'_{11} & r'_{12} & r'_{13} & t'_x \\ r'_{21} & r'_{22} & r'_{23} & t'_y \\ r'_{31} & r'_{32} & r'_{33} & t'_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

nous pouvons écrire le système de quatre équations suivant :

$$u = f_x \frac{r_{11}X + r_{12}Y + r_{13}Z + t_x}{r_{31}X + r_{32}Y + r_{33}Z + t_z} + C_x \quad v = f_y \frac{r_{21}X + r_{22}Y + r_{23}Z + t_y}{r_{31}X + r_{32}Y + r_{33}Z + t_z} + C_y$$

$$u' = f'_x \frac{r'_{11}X + r'_{12}Y + r'_{13}Z + t'_x}{r'_{31}X + r'_{32}Y + r'_{33}Z + t'_z} + C'_x \quad v' = f'_y \frac{r'_{21}X + r'_{22}Y + r'_{23}Z + t'_y}{r'_{31}X + r'_{32}Y + r'_{33}Z + t'_z} + C'_y$$

Si l'on connaît les deux points image  $m$  et  $m'$  et que le capteur stéréoscopique est calibré (6.) $\Rightarrow$ , alors nous pouvons déterminer les trois inconnues qui sont les coordonnées

tridimensionnelles du point  $M$  en résolvant ce système surdéterminé de quatre équations [22 [[22]]].

## 2.4. Calibrage

Lorsqu'on calibre une seule caméra, on s'intéresse aux paramètres intrinsèques définis par la matrice  $K$  et accessoirement aux paramètres extrinsèques définis par la transformation rigide  $T$  (localisation de la caméra par rapport au repère du monde). Lorsqu'on calibre un dispositif de vision stéréoscopique, nous nous intéressons aux deux ensembles de paramètres intrinsèques définis par les matrices  $K$  et  $K'$  et à la position et l'orientation relative des deux caméras définies par la transformation rigide  $T_s$ .

Le calibrage de ce dispositif a pour but de pouvoir reconstruire la position tridimensionnelle de points observés par les deux caméras et est donc très important pour ceux qui souhaitent obtenir des mesures tridimensionnelles précises.

De manière pratique, la procédure de calibrage d'un dispositif de stéréovision est identique à la procédure de calibrage d'une caméra décrite dans la section "Calibrage d'une caméra". Une mire est déplacée dans le champ de vue commun au deux caméras et une série d'images de cette mire vue sous différentes orientations est prise par chacune des caméras.

À titre d'exemple, la figure 13 montre une série de 9 paires d'images d'une mire ayant servi au calibrage d'un dispositif de stéréovision.

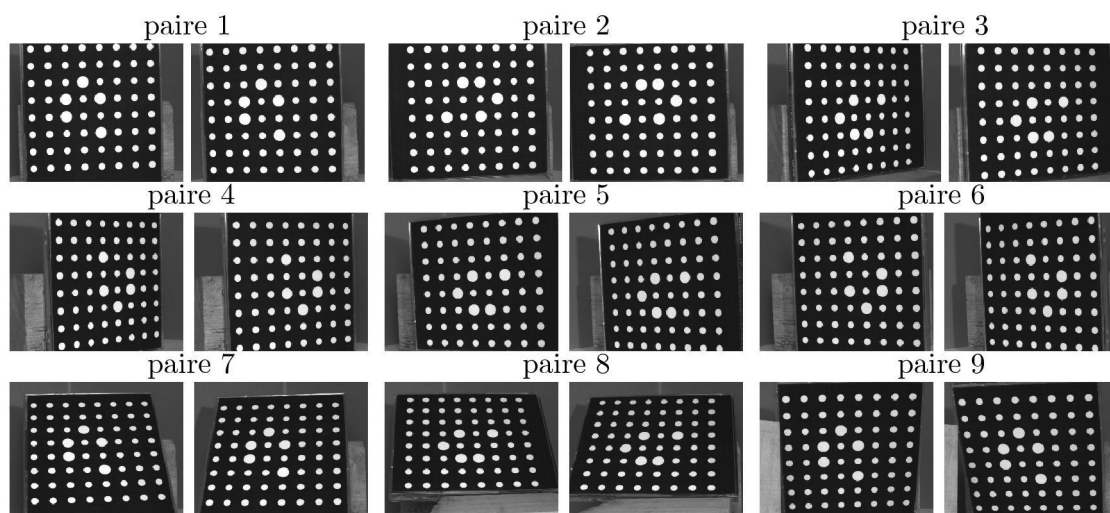


Figure 13 : Vues utilisées pour le calibrage d'un capteur de stéréovision

Nous noterons, respectivement pour la caméra gauche et la caméra droite, les transformations rigides  $T_i$  et  $T'_i$  de la façon suivante :

$$T_i = \begin{bmatrix} R_i & t_i \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \text{ et } T'_i = \begin{bmatrix} R'_i & t'_i \\ 0^T & 1 \end{bmatrix}$$

Elles relient la  $i$  - ième vue de la mire respectivement au référentiel de la caméra gauche et à celui de la caméra droite. Pour chaque position de mire, nous avons d'après (23) la relation (cf. figure 14) :

$$T_s T_i = T'_i$$

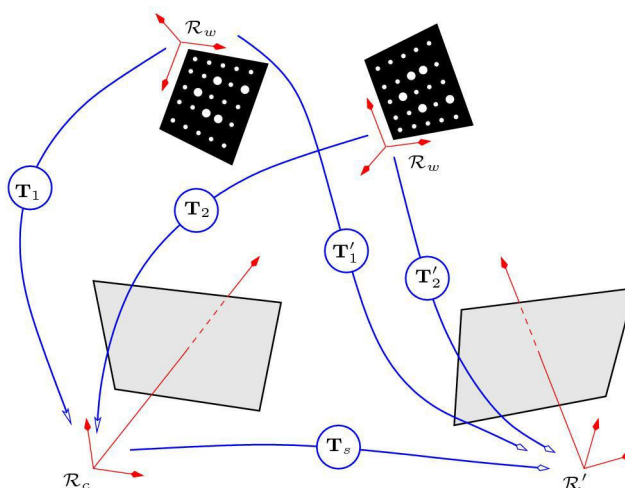


Figure 14 : Calibrage d'un capteur de stéréovision avec deux positions de mire : il existe deux transformations rigides pour chaque caméra reliant les deux positions de mire au référentiel des caméras, et une seule transformation reliant les référentiels des deux caméras

Différentes méthodes permettent d'estimer la transformation  $T_s$ .

La méthode classiquement utilisée consiste à calibrer chaque caméra indépendamment, en utilisant la méthode décrite en section "Calibrage d'une caméra", pour déterminer les paramètres intrinsèques et les coefficients de distorsion des deux caméras, et les deux ensembles  $\{T_i\}$  et  $\{T'_i\}$  de matrices des paramètres extrinsèques.  $R_s$  et  $t_s$  peuvent alors être calculés en utilisant n'importe quelle paire  $k \in \{1 \dots n\}$  de matrices des paramètres extrinsèques en utilisant l'équation (23) :

$$T_s = T'_k T_k^{-1}$$

Le choix de la paire de matrices des paramètres extrinsèques  $T_k$  et  $T'_k$  est délicat et plusieurs heuristiques sont possibles, comme par exemple :

- choisir arbitrairement toujours la  $k$ -ième paire de matrices de l'expérimentation, par exemple la première paire  $T_1$  et  $T'_1$  ;
- prendre la paire de matrices qui correspond à la plus faible erreur globale de reprojection des points de la mire dans les deux images.

Ces heuristiques ont toutes l'inconvénient de ne pas utiliser la redondance fournie par l'utilisation simultanée de toutes les paires de matrices des paramètres extrinsèques pour estimer la transformation  $T_s$ .

Dorian Garcia [10 [[10]]] a proposé une méthode permettant d'estimer  $R_s$  et  $t_s$  en utilisant toutes les matrices des extrinsèques  $\{T_i\}$  et  $\{T'_i\}$ , et a montré que cela permettait d'obtenir une meilleure précision de calibrage.

Sa méthode consiste à calculer directement  $R_s$  et  $t_s$  en minimisant une fonctionnelle de la forme :

$$\theta = \arg \min_{\theta} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p \|\check{m}_i^j - F(k, k', d, d', R_i, t_i, R_s, t_s ; M_j)\|^2$$

avec :

$$\theta = (k, k', d, d', R_{1 \dots n}, t_{1 \dots n}, R_s, t_s, M_{1 \dots p})$$

$$\check{m} = (\check{m} \check{m}')$$

= vecteur contenant l'ensemble des mesures fournies par les deux caméras

Ce problème d'optimisation non linéaire est résolu en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

# III.Exercices

## 1. Test de connaissance et exercices d'application

### Question 1

[Solution n°1 p 21]

Les paramètres intrinsèques d'une caméra doivent-ils être ré-estimés si on déplace la caméra ?

### Question 2

[Solution n°2 p 21]

On utilise une caméra CCD 1/2' dont la taille du capteur vaut  $6,4 \times 4,8 \text{ mm}$ . Sa résolution vaut  $800 \times 600$  pixels. On utilise un objectif de focale  $25 \text{ mm}$ .

1. Calculer la taille des pixels.
2. Calculer la valeur de  $k_x$ .
3. Calculer la valeur de  $f_x$  que doit fournir le calibrage.

### Question 3

[Solution n°3 p 21]

On souhaite estimer le modèle R3D1P1 d'une caméra (12 paramètres intrinsèques). Peut-on calibrer cette caméra avec l'approche photogrammétrique en utilisant 3 vues d'une mire de 9 points ? Expliquer.

### Question 4

[Solution n°4 p 21]

Le calibrage d'une caméra de résolution  $800 \times 600$  pixels (capteur avec pixels carrés) a fourni les résultats suivants :

$$c_x = 225 ; c_y = 280 ; f_x = 3250 ; f_y = 4510$$

Qu'est-ce qui permet de suspecter que le calibrage n'est pas bon ?

### Question 5

[Solution n°5 p 21]

Montrer que dans le cas d'un modèle de distorsion paramétrique de type R1 (radial d'ordre 1), l'équation (14) du cours reliant les coordonnées distordues et non distordues permet le calcul des coordonnées non distordues (correction de la distorsion) par résolution d'une équation du 3ème degré de la forme :

$$A(u - c_x)^3 + (u - c_x) - B = 0$$

Calculer les coefficients  $A$  et  $B$ .

# Solution des exercices

## >Solution n°1 (exercice p. 20)

NON (sauf si on secoue la caméra au point de modifier le réglage de la focale. . . ).

## >Solution n°2 (exercice p. 20)

1. pixels carrés de taille :  $8\mu m$ .
2.  $k_x = k_y = 125mm^{-1}$
3.  $f_x = f_y = 3125$  pixels

## >Solution n°3 (exercice p. 20)

NON

$2np = 54$  équations ;  $12 + 6n + 3p = 57$  inconnues

Plus d'inconnues que d'équations !

## >Solution n°4 (exercice p. 20)

on doit trouver  $(c_x, c_y) \simeq (400, 300)$  (i.e. le centre du capteur) et comme les pixels sont carrés on doit trouver  $f_x \simeq f_y$ .

## >Solution n°5 (exercice p. 20)

Distorsion  $R1$  :

$$\check{x} = x(1 + r_1(x^2 + y^2))$$

$$\check{y} = y(1 + r_1(x^2 + y^2))$$

D'après l'équation (13) du cours :

$$\check{u} = c_x + f_x \check{x} = c_x + f_x x(1 + r_1(x^2 + y^2))$$

$$\check{v} = c_y + f_y \check{y} = c_y + f_y y(1 + r_1(x^2 + y^2))$$

$$\check{u} = c_x + (u - c_x) \left[ 1 + r_1 \left( \frac{(u - c_x)^2}{f_x^2} + \frac{(v - c_y)^2}{f_y^2} \right) \right]$$

$$\check{v} = c_y + (v - c_y) \left[ 1 + r_1 \left( \frac{(u - c_x)^2}{f_x^2} + \frac{(v - c_y)^2}{f_y^2} \right) \right]$$

D'après (1) :

$$\frac{\check{u} - c_x}{u - c_x} = \frac{\check{v} - c_y}{v - c_y}$$

Soit :

$$v - c_y = (u - c_x) \frac{\check{v} - c_y}{\check{u} - c_x}$$

En reportant dans la 1ère équation de (1), il vient :

$$\check{u} - c_x = (u - c_x) + \frac{r_1}{f_x^2} (u - c_x)^3 + \frac{r_1}{f_y^2} (u - c_x)^3 \left( \frac{\check{v} - c_y}{\check{u} - c_x} \right)^2$$

Soit :

$$\frac{r_1}{f_x^2}(u - c_x)^3 \left( 1 + \frac{f_x^2}{f_y^2} \left( \frac{\check{v} - c_y}{\check{u} - c_x} \right)^2 \right) + (u - c_x) - (\check{u} - c_x) = 0$$

De la forme :

$$A(u - c_x)^3 + (u - c_x) - B = 0$$

L'équation (6) permet de calculer  $u$ , l'équation (3) permet ensuite de calculer  $v$ .

# Glossaire

## 1.

Nous désignons par caméra l'ensemble constitué par le capteur et le système optique associé.

## 2.

Qui seraient fournies par une caméra idéale exempte de distorsion obéissant au modèle sténopé.

## 3.

Distorsion radiale d'ordre 3, distorsion de décentrage d'ordre 1 et distorsion prismatique d'ordre 1.

## 4.

Comme cela a été vu dans la section "*Prise en compte des distorsions*", une approche physique du mode de distorsion conduit à distordre les points après projection sur le plan rétinien avant d'appliquer la transformation **A** qui produit l'image discrétisée (tableau de pixels). Dans ce cas, les termes correcteurs sont appliqués aux coordonnées rétiniennes  $m_r$  exprimées dans le repère capteur (plan rétinien) plutôt qu'aux coordonnées discrétisées  $m$ . Par rapport au schéma de la figure 7, cela signifie que la fonction de distorsion  $D$  se situe entre la transformation **P** et la transformation **A** (cf. figure 4).

## 5.

La mire n'a pas besoin d'être plane mais, en pratique, il est aisé de tracer celle-ci sur une feuille de papier et de la coller sur une surface rigide plane ou quasi plane. Le fait que la mire soit quasi plane permet de fournir facilement à la procédure d'ajustement de faisceaux (voir plus loin) une estimée initiale des coordonnées (  $X Y Z$  ) des points  $M$  de calibrage. La méthode pourrait fonctionner avec n'importe quel objet de calibrage dont on connaîtrait un modèle 3D approximatif.

## 6.

C'est-à-dire que l'on connaît les valeurs de  $R, R', t, t', f_x, f'_x, f_y, f'_y, c_x, c'_x, c_y$  et  $c'_y$ .

# Bibliographie

- [[01]] OLIVIER FAUGERAS, *Three-Dimensional Computer Vision : A Geometric Viewpoint*, The MIT Press, 1993, ISBN 0-262-06158-9.
- [[02]] R. HORAUD AND O. MONGA, *Vision par ordinateur : outils fondamentaux*, Hermès, 2nd edition, 1995.
- [[04]] R. I. HARTLEY AND A. ZISSERMAN, *Multiple View Geometry in Computer Vision*, Cambridge University Press, ISBN : 0521540518, 2nd edition, 2004.
- [[05]] O. FAUGERAS, Q. T. LUONG, AND T. PAPADOPOULOS, *The Geometry of Multiple Images*, The MIT Press, 2001, ISBN 0-262-06158-9.
- [[06]] D. C. BROWN, *Close-range camera calibration*, Photometric Engineering, 37(8) :855–866, 1971.
- [[07]] HORST A. BEYER, *Accurate Calibration of CCD cameras*, In Proc. International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'92), pages 96–101, Urbana Champaign (USA), June 1992.
- [[08]] J. WENG, P. COHEN, AND M. HERNIOU, *Camera Calibration with Distorsion Models and Accuracy Evaluation*, Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI), 14(10) :965–980, October 1992.
- [[09]] CYRIL ZELLER, *Calibration projective, affine et euclidienne en vision par ordinateur et application à la perception tridimensionnelle*, Thèse de doctorat, École Polytechnique (France), February 1996.
- [[10]] DORIAN GARCIA, *Mesure de formes et de champs de déplacements tridimensionnels par stéréo-corrélation d'images*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse (France), December 2001.
- [[11]] J.-J. ORTEU, *Application de la vision par ordinateur à l'automatisation de l'abattage dans les mines*, PhD thesis, Université Paul Sabatier de Toulouse, 18 novembre 1991.
- [[12]] JOAN SOLÀ, *Towards Visual Localization, Mapping and Moving Objects Tracking by a Mobile Robot : a Geometric and Probabilistic Approach*, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse (France), February 2007.
- [[13]] N. CORNILLE, D. GARCIA, M.A. SUTTON, S.R. McNEILL, AND J.-J. ORTEU, *Calibrage d'imageurs avec prise en compte des distorsions*, Instrumentation, Mesure, Métrologie (I2M), 4(3-4/2004) :105–124, September 2005, ISSN 1631-4670.
- [[14]] H. B. NIELSEN, *Cubic splines*, Lecture notes, Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, 1998.
- [[15]] P. BRAND, R. MOHR, AND P. BOBET, *Distorsions optiques : correction dans un modèle projectif*, In Actes du 9ème Congrès AFCET (RFIA'94), pages 87–98, Paris (France), January 1994.
- [[16]] BERNARD PEUCHOT, *Utilisation de détecteurs subpixels dans la modélisation d'une caméra*, In Actes du 9ème Congrès AFCET (RFIA'94), pages 691–695, Paris (France), January 1994.
- [[17]] NICOLAS CORNILLE, *Accurate 3D Shape and Displacement Measurement using a Scanning Electron Microscope*, PhD thesis - Thèse de doctorat en co-tutelle, University of South Carolina (USA) et Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse (France), June 2005.

[[18]] BILL TRIGGS, PHILIP F. McLAUCHLAN, RICHARD I. HARTLEY AND ANDREW W., *Fitzgibbon Bundle Adjustment - A Modern Synthesis Proceedings of the International Workshop on Vision Algorithms (ICCV'99)*, Springer-Verlag, London, UK, 2000, pages 298-372, ISBN 3-540-67973-1.

[[19]] W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING, AND B. P. FLANNERY, *Numerical Recipes in C — The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 2nd edition, 1992.

[[20]] O. RAVN, N. A. ANDERSEN, AND A. T. SORENSEN, *Auto-calibration in Automation Systems using Vision*, In 3rd International Symposium on Experimental Robotics (ISER'93), pages 206–218, Kyoto (Japan), 1993.

[[21]] ZHENGYOU ZHANG, *A Flexible New Technique for Camera Calibration*, Technical Report MSR-TR-98-71, Microsoft Research, December 1998, Updated on March, 1999.

[[22]] R. I. HARTLEY AND P. STURM, *Triangulation*, In Computer Vision and Image Understanding (CVIU'97), volume 68 :2, pages 146–157, November 1997.

# Webographie

[[03]] MARC POLLEFEYS, Visual 3D Modeling from Images - A Tutorial. Available online : <http://www.cs.unc.edu/~marc/tutorial/>.

# Crédit des ressources

**Figure 1 : Calibrer une caméra consiste à estimer sa fonction de transfert** *p. 5*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 2 : Les trois transformations élémentaires du modèle sténopé, et les repères associés** *p. 6*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 5 : Carte des distorsions : l'amplitude de la distorsion est de l'ordre de 1 pixel aux coins de l'image** *p. 11*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 6 : Une image distordue (à gauche) et l'image corrigée (à droite)** *p. 12*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 7 : Modèle de caméra avec distorsion non paramétrique** *p. 13*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 8 : Modèle de caméra avec correction de la distorsion non paramétrique** *p. 13*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 9 : Exemple d'une séquence de 6 images d'une mire de calibrage composée de 64 taches circulaires, utilisée pour le calibrage d'une caméra** *p. 14*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 10 : Calibrage d'une caméra en utilisant quatre positions de mire : il existe quatre transformations rigides  $T_i$  reliant les quatre positions de mire au référentiel de la caméra** *p. 15*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 11 : Retrouver la troisième dimension par l'emploi de deux caméras** *p. 16*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 12 : Les trois référentiels tridimensionnels du capteur de stéréovision** *p. 17*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 13 : Vues utilisées pour le calibrage d'un capteur de stéréovision** *p. 18*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>

**Figure 14 : Calibrage d'un capteur de stéréovision avec deux positions de mire : il existe deux transformations rigides pour chaque caméra reliant les deux positions de mire au référentiel des caméras, et une seule transformation reliant les référentiels des deux caméras** *p. 19*

<http://creativecommons.org/licenses/publicdomain/2.0/fr/>