

Applications spécifiques des capteurs pour la photonique et l'imagerie

NOËL SERVAGENT

Table des matières

| | |
|---|-----------|
| I. Présentation | 3 |
| II. Cours | 4 |
| 1. Diode Laser seule..... | 4 |
| 1.1. Principe de la diode Laser..... | 4 |
| 1.2. Gain seuil et modes longitudinaux autorisés..... | 5 |
| 1.3. Fréquence d'émission..... | 6 |
| 1.4. Puissance d'émission..... | 7 |
| 2. Diode Laser avec rétro-injection optique faible..... | 9 |
| 2.1. Diode équivalente..... | 9 |
| 2.2. Gain seuil..... | 9 |
| 2.3. Fréquence d'émission..... | 10 |
| 2.4. Puissance d'émission..... | 13 |
| III. Etude de cas | 16 |
| 1. Applications..... | 16 |
| 1.1. Application à la mesure de vitesse..... | 16 |
| 1.2. Application à la mesure de déplacement..... | 18 |
| 1.3. Application à la mesure de distance..... | 19 |
| IV. Exercices | 22 |
| 1. Exercice n°1..... | 22 |
| 2. Exercice n°2..... | 22 |
| Solution des exercices | 24 |

I.Présentation

Module :

Capteurs à semi-conducteurs et applications

Auteur(s) :

Noël SERVAGENT - École des mines de Nantes - Laboratoire Subatech

Résumé :

Lorsqu'un objet est placé dans le faisceau d'une diode Laser, une partie du faisceau réfléchi par ce dernier est rétro-injecté dans la cavité active de la diode et en perturbe les propriétés physiques. Cette perturbation qui se traduit principalement par une modification de la fréquence et de la puissance d'émission de la diode est connue sous le terme anglophone de phénomène de « self-mixing ». Longtemps considéré comme un phénomène parasite notamment en télécommunication par fibre optique, nous présenterons son exploitation à des fins métrologiques telles que la mesure de vitesse, de déplacements et de distances.

Mots-clés :

Rétro-injection optique, Self-mixing, Diode laser, Mesure de déplacement, Mesure de vitesse, Mesure de distance

Pré-requis :

Interférences - Physique des semiconducteurs - émetteurs à semiconducteurs

Objectif(s) pédagogique(s) :

Appréhender des applications métrologiques des lasers semiconducteurs

Plan du cours :

- Introduction
- Diode Laser seule
- Diode Laser avec rétro-injection optique faible
- Conclusion

Conception & production :

PRN - Le Mans Université

Licence :

Licence GNU¹

1 - <http://www.gnu.org/licenses/fdl.txt>

II. Cours

Dans une première partie, nous décrirons les effets de la rétro-injection optique (phénomène de « self-mixing ») par une étude simplifiée de l'émission Laser de la diode sans présence d'objet puis en présence d'objet sur le trajet du faisceau lumineux. La simplicité de cette étude résidera dans le fait que l'apport d'énergie par émission spontanée de photons sera négligée et par conséquent le bruit optique généré par la nature discrète et aléatoire de ce type d'émission. Cette simplification fréquemment utilisée conduit à une description suffisamment précise du phénomène de « self-mixing » mais ne permettra pas d'introduire la notion de cohérence temporelle du faisceau Laser qui est à l'origine de la limite de portée des applications métrologiques de ce phénomène.

Dans une seconde partie, nous montrerons comment exploiter la rétro-injection optique faible pour la mesure de vitesse, de déplacements et de distances.

1. Diode Laser seule

1.1. Principe de la diode Laser

Une diode Laser a la forme d'un parallélépipède rectangle dont les deux faces clivées perpendiculairement au plan d'une jonction de semi-conducteurs émettrice, constituent un résonateur Fabry-Pérot. Ce résonateur est à l'origine de l'émission stimulée de photons caractéristique de l'émission Laser.

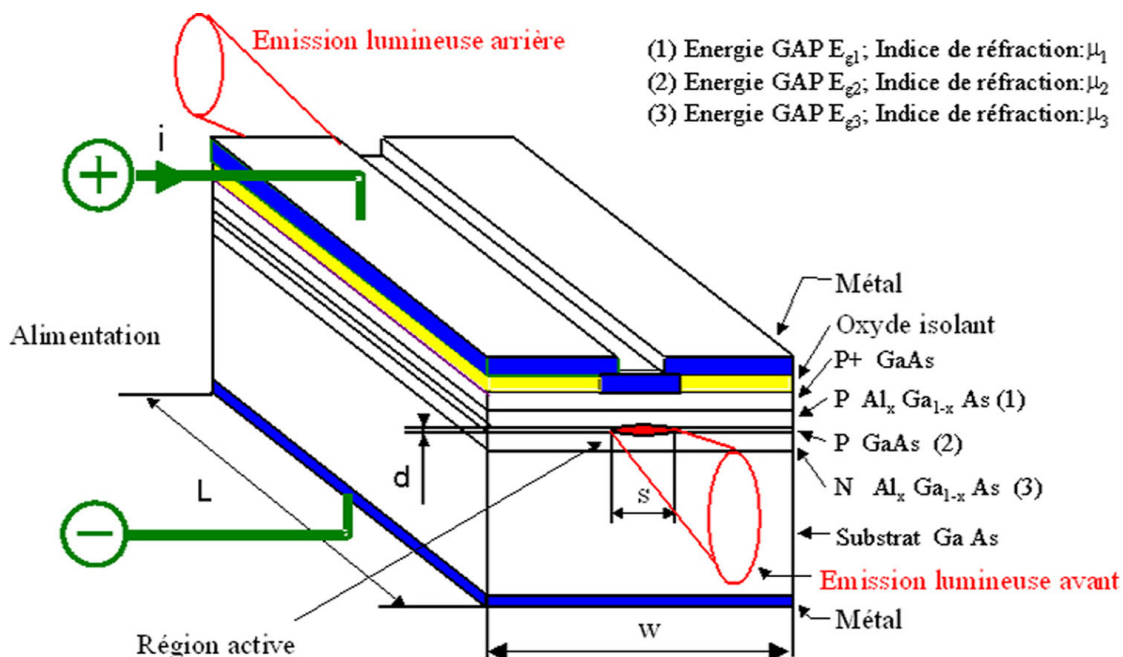


Figure1: Diode LASER type DH-OS ("Double Hétérostructure Oxyde-isolée Strippe")

Afin d'obtenir une émission Laser continue et puissante à température ambiante, la jonction de semi-conducteurs sera une structure complexe telle que la double hétérojonction (DH) de la figure précédente. Cette dernière présente l'avantage de confiner les porteurs par une barrière de potentiel électrostatique dans un volume très réduit $V = L.d.s$ appelé zone active. Ce confinement permet d'obtenir pour un faible courant d'injection, une densité de porteurs élevée et par conséquent un gain élevé. Pour fixer l'échelle de taille de la zone active, sachez que $L \sim 100$ à $500 \mu m$, $d \sim 0,1$ à $0,5 \mu m$, $s \sim 2$ à $5 \mu m$.

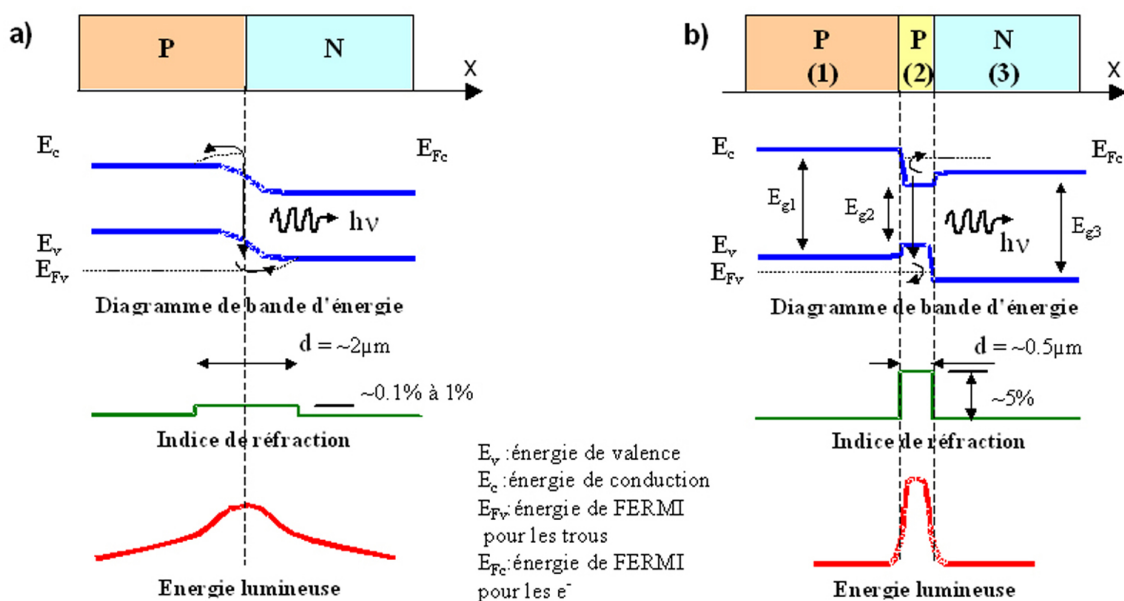


Figure 2 : Jonctions émettrices. a) Homojonction. b) Double-hétérojonction. Dans le cas d'une hétérojonction, nous obtenons un meilleur confinement des porteurs et des photons.

Retenons qu'une diode Laser monomode est un émetteur de lumière intense (qq mW à qq $100 mW$), quasi monochromatique (une seule longueur d'onde) et de grande cohérence temporelle (interférences avec différence de chemin optique de plusieurs mètres).

1.2. Gain seuil et modes longitudinaux autorisés

Une diode Laser peut être modélisée par un milieu actif de longueur L délimité par les interfaces 1 et 2 formant la cavité Fabry-Pérot.

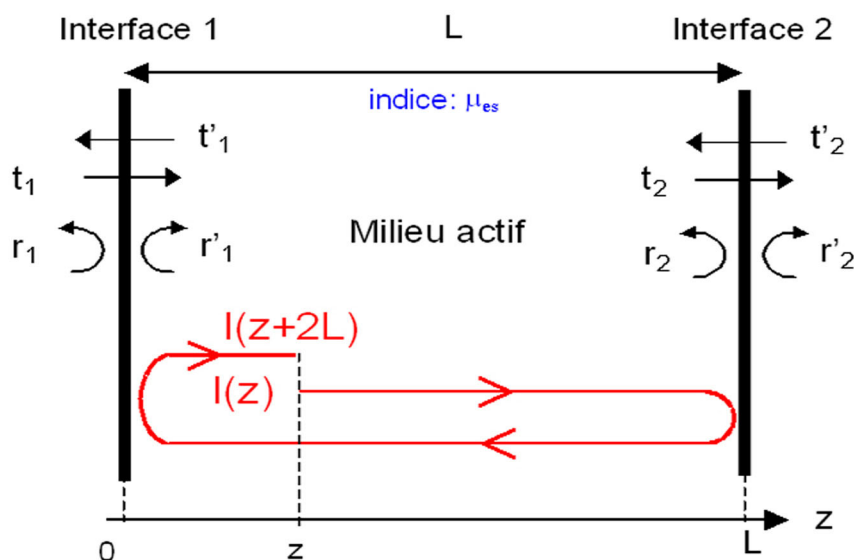


Figure 3 : Modélisation d'une diode LASER

Ces interfaces sont caractérisées par leurs coefficients de réflexion r et r' et de transmission t et t' en amplitude du champ électrique. On notera μ_{es} l'indice effectif de réfraction de phase sans rétro-injection.

Le flux d'intensité optique dans la cavité $I(z)$ suit une loi exponentielle $-\gamma z$ où $\gamma = -g + \alpha_p$ est le coefficient d'absorption du milieu actif, g le gain de ce milieu et α_p le coefficient de perte principalement dû aux absorptions par porteurs libres (effet Auger).

La condition d'émission Laser est obtenue lorsque le champ électrique associé à ce flux est inchangé en amplitude et phase par un aller-retour dans la cavité active d'où :

$$r'_1 r_2 \exp\left[-j \frac{4\pi \mu_{es} \nu_s}{c} L + (g_{ths} - \alpha_p) \cdot L\right] = 1$$

Où g_{ths} est le gain seuil sans rétro-injection, ν_s la fréquence d'émission sans rétro-injection et c la célérité de la lumière dans le vide.

La résolution de cette équation en module et phase conduit au gain seuil et aux fréquences d'émission autorisées.

$$g_{ths} = \alpha_p + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{r'_1 r_2} \quad \text{et} \quad \nu_s = u \frac{c}{2 \cdot L \cdot \mu_{es}} \quad \text{où } u \text{ est un entier}$$

A chaque valeur de u correspond une fréquence distincte autorisée, donc un mode longitudinal distinct d'émission Laser possible. Attention, cette étude ne présage en rien de l'énergie optique associée à chacun de ces modes en nombre théoriquement infini (de nombreuses diodes Laser sont mono-mode).

Attention

Une distinction est à faire entre indice de réfraction de phase μ_{es} et indice de réfraction de groupe

$$\bar{\mu}_{es} = \mu_{es} + \nu_s \frac{\partial \mu_{es}}{\partial \nu}$$

dés lors que l'indice du milieu est dépendant de la longueur d'onde. On dit alors qu'il est dispersif. Ainsi la différence de fréquence d'émission entre deux modes autorisés vaut

$$\nu_{s.u+1} - \nu_{s.u} = \frac{c}{2 \cdot L \cdot \bar{\mu}_{es}}$$

1.3. Fréquence d'émission

Dans le cas d'une modulation lente et de faible amplitude du courant d'injection noté i autour d'un courant d'injection moyen i_0 , l'influence de l'inertie thermique du milieu actif est négligeable. Ainsi la modulation de l'indice de réfraction et de la longueur de la cavité induite par variation thermique du milieu actif via le courant d'injection peut admettre l'expression suivante :

$$(\mu_{es} L - \mu_{es0} L_0) = \varepsilon_i (i - i_0)$$

Où L_0 est la longueur de la cavité active pour le courant i_0 , μ_{es0} l'indice effectif de phase associé à i_0 et ε_i un coefficient de proportionnalité (positif) traduisant l'extension optique de la cavité par augmentation du courant d'injection via la température.

Considérons une diode Laser monomode émettant à une fréquence ν_{s0} associée au courant d'injection i_0 . La différentielle de la relation donnant la fréquence d'émission autorisée autour de l'état correspondant au courant i_0 , conduit à l'expression de la fréquence d'émission sans rétro-injection en fonction de la longueur optique de la cavité. En utilisant la relation précédente, nous l'exprimons en fonction du courant d'injection par :

$$\nu_s = \nu_{s0} + \frac{\partial \nu_s}{\partial i} (i - i_0) \quad \text{avec} \quad \frac{\partial \nu_s}{\partial i} = -\frac{\epsilon_i \nu_{s0}}{\mu_{es0} L_0}$$

Il apparaît qu'en respectant l'hypothèse de modulation lente et de faible amplitude du courant d'injection, la fréquence d'émission sans rétro-injection est linéairement proportionnelle au courant d'injection. Les valeurs typique de $\partial \nu_s / \partial i$ sont de l'ordre de -300 MHz/mA à quelques $-\text{GHz/mA}$.

1.4. Puissance d'émission

Dans la zone active d'une diode Laser, la mobilité des électrons (n) étant beaucoup plus élevée que celle des trous (p), la densité de courant totale est quasi égale à celle des électrons ainsi :

$$J = J_n + J_p \simeq J_n \quad [\text{A.m}^{-2}]$$

D'autre part, la variation de la densité d'électrons par rapport au temps est égale à la différence entre l'apport d'électrons

$$\frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} = \frac{1}{q} \frac{\partial J}{\partial x} \quad [\text{s}^{-1} \text{m}^{-3}]$$

et le taux de recombinaison d'électrons $r' = r_{st} + r_{nr.sp}$ avec q la charge de l'électron, r_{st} (resp. $r_{nr.sp}$) le taux de recombinaison d'électrons par émission stimulée de photons (resp. non radiative et spontanée de photons).

En faisant l'hypothèse que la zone active est homogène et que tous les électrons s'y recombinent, l'apport en électrons devient simplement:

$$\frac{1}{q} \frac{\partial J}{\partial x} = \frac{J}{qd}$$

Où d est la largeur de la zone active

L'évolution de la densité d'électrons en excès dans la zone active d'une diode Laser monomode est alors donnée par « l'équation de continuité » :

$$\frac{dn_s}{dt} = \frac{J}{qd} - r_{st} - r_{nr.sp} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} r_{st} = \frac{dN_s}{dt} = R_{st}(n_s) \cdot N_s \\ r_{nr.sp} = \frac{1}{T_n} \end{cases}$$

Où n_s est la densité d'électrons excédentaires de la diode sans rétro-injection, N_s la densité de photons de la diode sans rétro-injection générés par émission stimulée, T_n la durée de vie d'un électron et $R_{st}(n_s)$ le coefficient d'émission stimulée dépendant de n_s et tenant compte du facteur de confinement optique.

L'évolution du flux lumineux $I(z)$ à l'intérieur de la diode Laser, proportionnel à la densité de photons, est donnée par : $dI(z)/dz = (g - \alpha_p) \cdot I(z)$ en remarquant que

$$dI/dz = \frac{\tau_L}{2 \cdot L} dI/dt$$

avec τ_L le temps d'aller retour à l'intérieur de la cavité Laser, on obtient pour l'écriture du coefficient d'émission stimulée :

$$R_{st}(n_s) = v_g \cdot g(n_s) \quad \text{avec} \quad v_g = \frac{c}{\mu_{es}} = \frac{2L}{\tau_L}$$

Où v_g est la vitesse de groupe dans le milieu actif de la diode Laser.

En régime d'émission spontanée, la densité de photons pouvant être considérée comme négligeable, l'augmentation du courant d'injection permet l'accroissement de la densité d'électrons et donc du gain $g(n_s)$. Lorsque pour une densité de courant seuil sans rétro-injection J_{ths} , ce gain atteint la valeur seuil g_{ths} , la condition d'émission Laser est satisfaite. L'émission stimulée devient alors prépondérante devant l'émission spontanée et la densité de photon n'est plus négligeable. Pour une densité de courant J supérieure à la valeur seuil, la condition d'émission Laser doit toujours être vérifiée impliquant que le gain et par conséquent, la densité d'électrons ne diffèrent plus de leurs valeurs seuils g_{ths} et n_{ths} vérifiant la relation $g(n_{ths}) = g_{ths}$. Ainsi l'équation de continuité, nous permet d'exprimer la densité de photons en fonction des densités de courant J et J_{ths} :

$$N_s = \frac{1}{q \cdot d \cdot v_g \cdot g_{ths}} (J - J_{ths})$$

La puissance d'émission sans rétro-injection P_s étant proportionnelle à la densité de photons dans la cavité, elle est alors exprimée en fonction du courant d'injection $i = J \cdot L \cdot s$ et du courant d'injection seuil sans rétro-injection i_{ths} par la relation :

$$P_s = \eta \cdot (i - i_{ths}) \quad \text{avec} \quad \eta = \frac{\kappa}{q \cdot V \cdot v_g \cdot g_{ths}}$$

Où κ est un coefficient de proportionnalité entre la densité de photons et la puissance d'émission lumineuse, $V = L \cdot s \cdot d$ le volume actif et η le rendement quantique externe appelé pente d'efficacité : « slope efficiency » par les constructeurs de diodes Laser.

Cette relation met en évidence une variation linéaire de la puissance d'émission dans le cas d'une modulation lente du courant d'injection au dessus du courant de seuil.

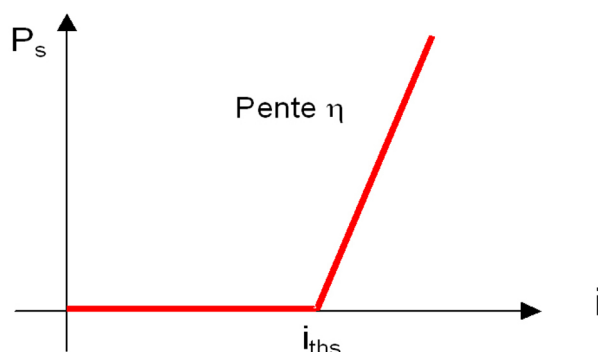


Figure 4 : Puissance d'émission d'une diode sans rétro-injection

2. Diode Laser avec rétro-injection optique faible

2.1. Diode équivalente

Une diode Laser en présence d'un objet cible peut être modélisée par une diode seule équivalente dont le coefficient de réflexion en amplitude du champ électrique de l'interface côté objet sera un coefficient de réflexion effectif noté r_{eff} .

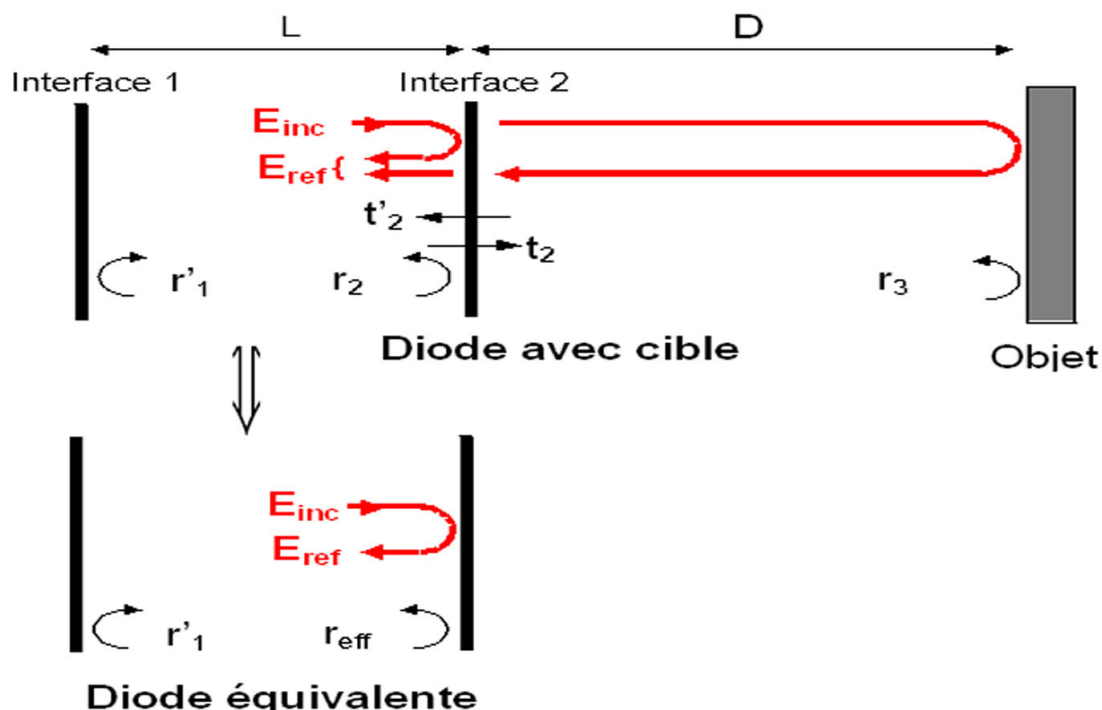


Figure 5 : Modèle de la diode équivalente

Un seul aller-retour laser-objet sera considéré compte tenu que notre étude se limite à un faible couplage de rétro-injection (cas des objets non coopératifs). Ce coefficient effectif se détermine en évaluant à l'interface 2 (en notation complexe), l'onde réfléchie E_{ref} en fonction de l'onde incidente E_{inc} l'ayant générée. Le rapport de ces champs donne r_{eff} qui a la particularité de dépendre de la distance de l'objet.

$$r_{eff} = r_2 \left(1 + \zeta \exp[-j \cdot 2\pi \nu_r \tau_D] \right) \quad \text{avec} \quad \zeta = t_2 t'_2 \frac{r_3}{r_2} \quad \text{et} \quad \tau_D = \frac{2D}{c}$$

Où τ_D est le temps de vol aller-retour diode/objet, ν_r la fréquence d'émission optique avec rétro-injection, r_3 le coefficient de réflexion de l'objet en amplitude du champ électrique et D la distance de l'objet.

2.2. Gain seuil

Par analogie avec la diode Laser seule (sans objet cible), la condition d'émission Laser pour la diode équivalente est :

$$r'_1 r_{eff} \exp\left[-j \frac{4\pi \mu_{er} \nu_r}{c} L + (g_{thr} - \alpha_p) \cdot L\right] = 1$$

Où g_{thr} est le gain de la diode Laser avec rétro-injection.

En tenant compte d'un faible couplage Laser-objet (r_3 faible), l'égalisation en module des conditions d'émission Laser avec et sans objet permet de déterminer le gain seuil avec rétro-injection:

$$g_{thr} = g_{ths} - \frac{\zeta}{L} \cos(2\pi\nu_r \tau_D)$$

La figure ci dessous montre la variation du gain seuil en fonction de la fréquence d'émission.

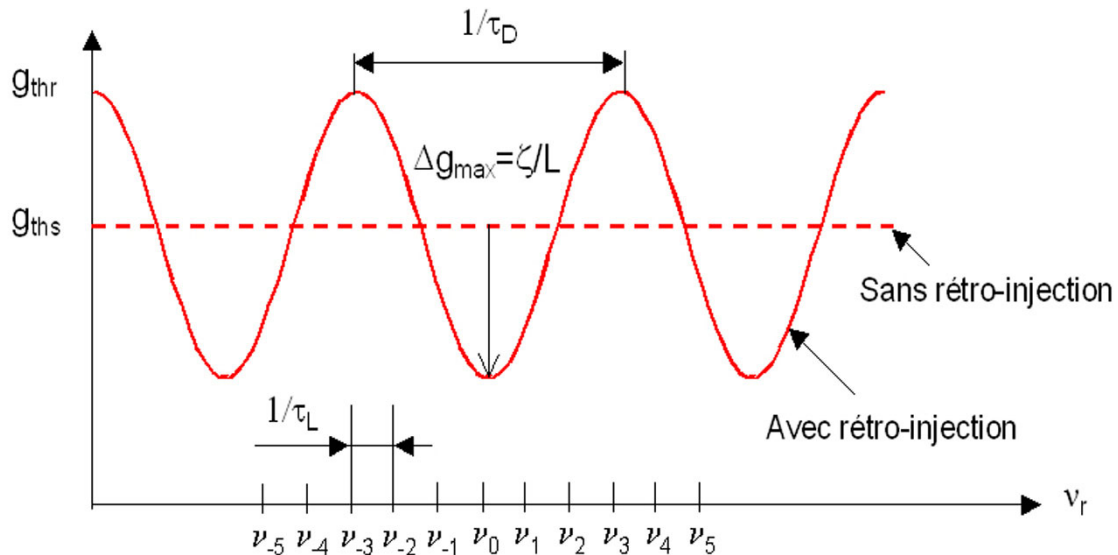


Figure 6 : Gain seuil avec rétro-injection optique pour faible distance d'objet

Au regard de cette figure, il apparaît que la rétro-injection optique peut être utilisée pour stabiliser le mode d'émission d'une diode Laser monomode et supprimer les modes latéraux parasites. Pour cette application particulière, il est nécessaire de disposer d'un objet très proche de la diode de telle manière que $\tau_D < \tau_L$. Ainsi le gain seuil du mode principal (ν_0) est réduit de Δg_{max} alors que pour les modes latéraux (ν_{-1}, ν_1), les gains seuils sont plus élevés. Cet effet peut être accru en augmentant le coefficient de réflexion de l'objet donc Δg_{max} ou en augmentant la courbure du gain seuil au niveau du mode principale en choisissant un τ_D plus élevé. Cependant si τ_D s'avérait trop grand, des valeurs de gains seuils tout aussi faibles que celui du mode principale pourraient exciter des modes latéraux proches de ce dernier. La bibliographie montre à ce sujet que $\tau_D \approx 5\tau_L$ est un bon compromis.

2.3. Fréquence d'émission

La fréquence d'émission avec rétro-injection se déduit des conditions d'émission Laser de la diode avec objet et sans objet par l'égalisation des phases. Une première évaluation, nous conduit à :

$$\frac{4\pi L}{c} \Delta(\mu_e \nu) = \varphi_{reff} \quad \text{avec} \quad \varphi_{reff} = -\zeta \sin(2\pi\nu_r \tau_D)$$

Où $\Delta()$ symbolise la différence entre état avec et sans objet et φ_{reff} la phase du coefficient r_{eff} pour un couplage Laser-objet faible.

L'indice de réfraction effectif étant dépendant de la densité de porteur majoritaire n et de la fréquence d'émission ν . Nous en tenons compte en écrivant :

$$\Delta \mu_e = \left(\frac{\partial \mu_e}{\partial n} \right) \Delta n + \left(\frac{\partial \mu_e}{\partial \nu} \right) \Delta \nu$$

Sans oublier que l'indice de réfraction de groupe a pour expression :

$$\bar{\mu}_{es} = \mu_{es} + \nu_s \frac{\partial \mu_e}{\partial \nu}$$

, l'égalisation des phases devient :

$$\frac{4\pi L}{c} \left[\nu_s \left(\frac{\partial \mu_e}{\partial n} \right) (n_r - n_s) + \bar{\mu}_{es} (\nu_r - \nu_s) \right] = \varphi_{\text{reff}}$$

Où n_r est la densité d'électrons avec rétro-injection.

Nous avons écrit dans les paragraphes précédents, qu'un flux de puissance $I(z)$ se propageant dans le milieu actif suit une loi exponentielle en $(g - \alpha_p)z$. En introduisant un indice de réfraction effectif de phase complexe μ_{eC} dans l'expression de l'onde associée à ce flux de puissance, on explicite ainsi une autre forme de la même loi montrant une variation en

$$\left(-\frac{4\pi\nu_s}{c} \mu_e'' \right) \cdot z$$

où μ_e'' est l'opposé de la partie imaginaire de μ_{eC} . Ainsi pour une densité de courant d'injection constante supérieure à celle du seuil d'émission Laser, les densités d'électrons respectives étant celles du seuil, on peut alors écrire l'égalité suivante :

$$\left(\frac{\partial \mu_e''}{\partial n} \right) = - \left(\frac{\partial g}{\partial n} \right) \frac{c}{4\pi\nu_s} = - \left(\frac{g_{thr} - g_{ths}}{n_r - n_s} \right) \frac{c}{4\pi\nu_s}$$

En faisant intervenir le facteur d'élargissement de raie spectral connu sous le terme anglophone « linewidth enhancement factor » :

$$\alpha = \frac{\partial \mu_e}{\partial \mu_e''} = - \frac{\partial \text{Re}(\mu_{eC})}{\partial \text{Im}(\mu_{eC})}$$

l'égalisation des phases conduit à une expression implicite de la fréquence d'émission avec rétro-injection :

$$\nu_r - \nu_s + \frac{c}{4\pi L \bar{\mu}_{es}} \xi \sqrt{1 + \alpha^2} \sin(2\pi \nu_r \tau_D + \arctan \alpha) = 0$$

En introduisant le coefficient de rétro-injection

$$C = \frac{\tau_D}{\tau_L} \xi \sqrt{1 + \alpha^2}$$

on obtient une écriture plus condensée de cette fréquence :

$$\nu_r - \nu_s + \frac{C}{2\pi\tau_D} \sin(2\pi\tau_D\nu_r + \arctan \alpha) = 0$$

Remarquons que la phase $2\pi\tau_D\nu_r$ étant égale à $4\pi D/\lambda_r$, un déplacement aussi faible qu'une demi-longueur d'onde $\lambda_r/2$ (qqqs $1/10 \mu\text{m}$) génère une période d'oscillation de la fréquence d'émission avec rétro-injection.

Pour un coefficient de couplage C inférieur à 1 (faible rétro-injection), il est aisément démontrable à l'aide de la formule précédente que la courbe ν_s en fonction de ν_r est strictement croissante et par conséquent la diode en présence d'objet reste monomode. Comme le montre la figure suivante, pour des valeurs de C légèrement supérieures et pour certaines valeurs de τ_D , il est possible que la diode émette sur plusieurs modes longitudinaux et que par conséquent elle devienne multimode. La valeur de C pour laquelle la diode admet trois modes longitudinaux autorisés quelque soit la valeur de τ_D est 4.6.

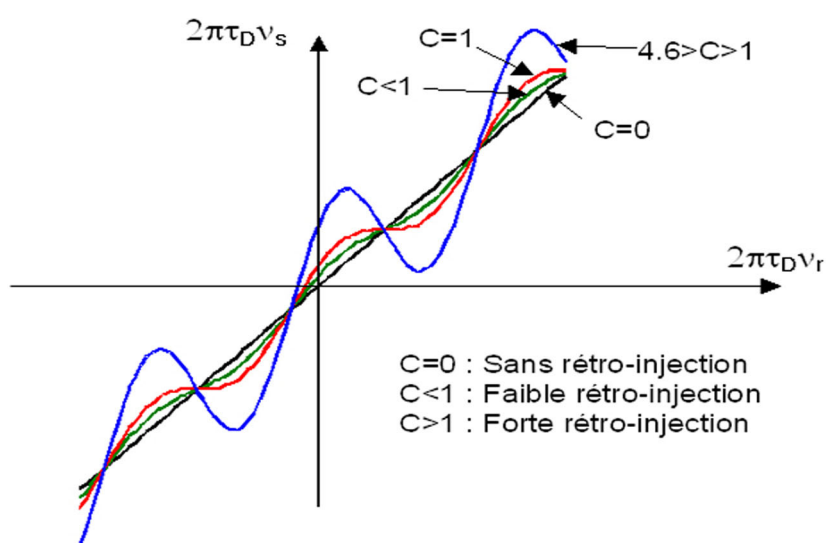


Figure 7 : Modes longitudinaux autorisés avec rétro-injection optique

L'influence manifeste de la rétro-injection optique sur le comportement spectrale des diodes Laser a conduit à une classification phénoménologique en différents régimes. Le tableau suivant donne cette classification pour une diode Laser DFB $1.5 \mu\text{m}$ InGaAsP.

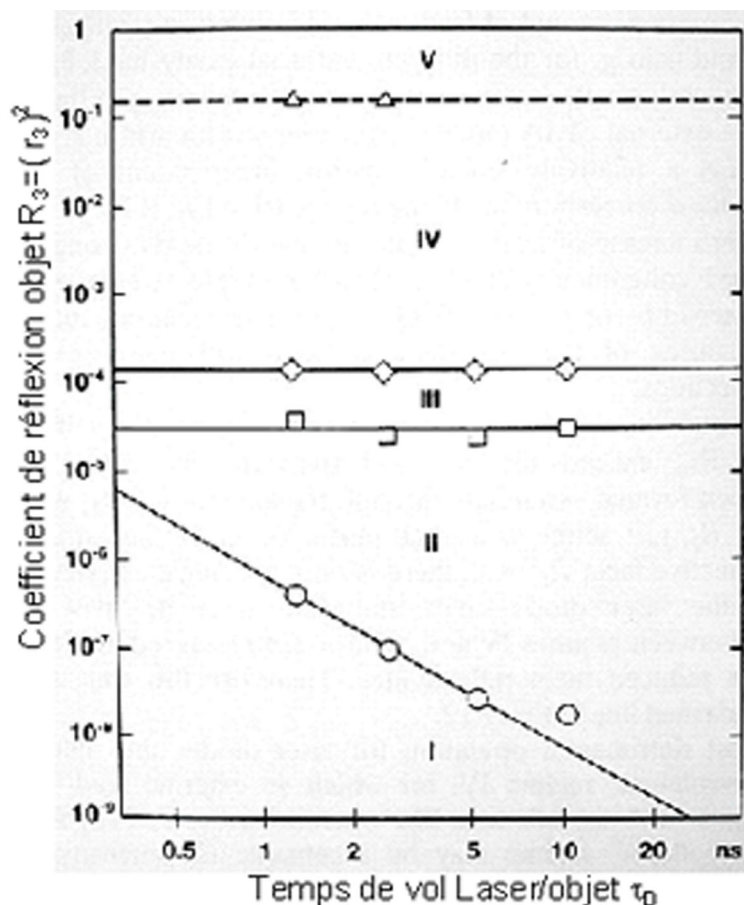


Figure 8 : Classification des régimes de rétro-injection optique

Le régime I est caractérisé par un faible coefficient de rétro-injection $C < 1$ pour lequel la diode reste monomode quelque soit la valeur du temps de vol τ_D . En régime II ($C > 1$), la diode est en principe multimode. En fonction d'un faible déplacement de l'objet (fraction de longueur d'onde), la diode «saute» d'un mode à un autre. De manière étonnante, le mode d'émission le plus stable est celui associé à la plus faible largeur spectrale et non pas au plus faible gain seuil. En régime III, la variation Δg_{max} du gain seuil étant encore plus prononcé et la largeur spectrale plus réduite, ce régime correspond à une émission monomode particulièrement stable. Le régime IV est appelé « coherence collapse regime » en raison de la grande instabilité spectrale de la diode due aux multiples modes longitudinaux excités. La largeur spectrale d'émission peut être de plusieurs dizaines de giga hertz impliquant une longueur de cohérence inférieure au centimètre. Pour un couplage optique encore plus élevé, le régime V est atteint. La cavité externe matérialisée par l'interface de la diode Laser opposée à l'objet et la surface de l'objet devient la cavité principale. La nouvelle diode Laser ainsi formée peut alors émettre de manière stable en régime monomode.

2.4. Puissance d'émission

Dans le cadre d'une faible rétro-injection optique et pour un courant d'alimentation identique, les valeurs physiques de la diode avec et sans objet sont proches. Nous pouvons donc différentier l'équation de continuité établie dans les chapitres précédents pour une diode Laser sans rétro-injection pour déterminer l'état de la diode avec rétro-injection. En régime d'émission Laser établie, la densité d'électrons est constante et l'émission spontanée de photons est négligeable, on peut écrire :

$$\Delta(R_{st} \cdot N) = 0 \quad \text{avec} \quad R_{st}(n) = \nu_g \cdot g(n)$$

Où R_{st} est pour rappel le coefficient d'émission spontanée de photons.

Tenant compte de la déviation de gain obtenue dans le paragraphe précédent, la densité de photons avec rétro-injection optique est :

$$N_r = N_s \left(1 + \frac{\zeta}{g_{ths} \cdot L} \cos(2\pi\nu_r \tau_D) \right)$$

La puissance d'émission de la diode Laser avec rétro-injection optique étant proportionnelle à la densité de photons correspondante, on obtient :

$$P_r = P_s \left(1 + m \cdot \cos(2\pi\nu_r \tau_D) \right) \quad \text{avec} \quad m = \frac{\zeta}{g_{ths} \cdot L}$$

Où m est le paramètre de modulation de puissance par rétro-injection faible dépendant du coefficient de réflexion de l'objet.

La dépendance de la puissance d'émission en présence d'objet avec le courant d'injection est introduite par la puissance d'émission sans objet P_s . En remplaçant P_s par son expression, on explicite plus clairement cette dépendance :

$$P_r = \eta \cdot \left(1 + m \cdot \cos(2\pi\nu_r \tau_D) \right) \cdot (i - i_{ths})$$

Cette relation n'est vraie que dans le cas d'une fréquence de modulation lente du courant d'injection très éloignée des fréquences de relaxation et de « damping » de la diode.

La courbe ci dessous montre la variation de puissance d'émission en fonction d'un faible déplacement de l'objet d'une longueur d'onde. L'objet est situé à 2 cm de la diode et plusieurs coefficients de réflexion de l'objet ont été simulés pour créer différents couples de paramètres C et m . On remarque l'allure en « dents de scie » de la puissance d'émission caractéristique du phénomène de « self-mixing ». Cette forme en dents de scie est d'autant plus marquée que le coefficient de rétro-injection C est élevé.

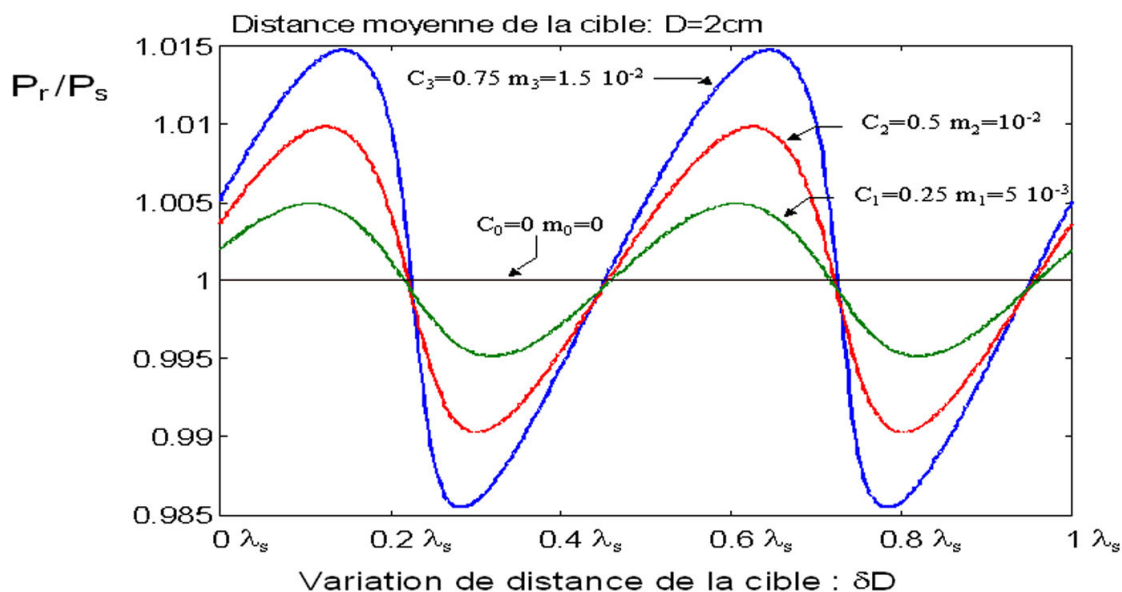


Figure 9 : Classification des régimes de rétro-injection optique

A titre d'exemple, les figures ci dessous montrent une simulation très réaliste d'un résultat expérimental obtenu pour une cible à micro-billes immobile située à $D = 2,4 \text{ cm}$ de la diode et pour une modulation triangulaire du courant d'injection.

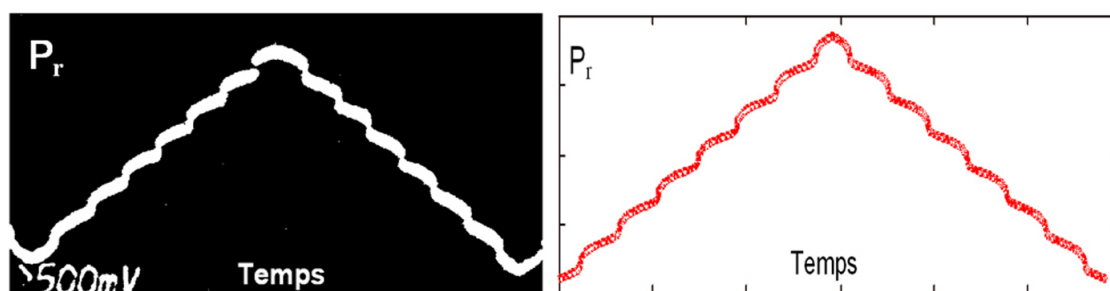


Figure 10 : Puissance d'émission expérimentale et simulée avec modulation de courant triangulaire

$$D=2,4 \text{ cm}; C=0,88; \alpha=3; \partial v_s/\partial i=-6,66 \text{ GHz/mA}; r_3=0,013; \mu_{es}=3.6; \bar{\mu}_{es}=4.5$$

* *
*

Comme précisé dans l'introduction de ce cours, cette étude ne permet pas d'appréhender la notion de longueur de cohérence de la diode et donc la limite de visibilité des perturbations de la puissance d'émission en fonction des caractéristiques de la rétro-injection. Ainsi dans notre étude le paramètre de modulation m , qui est aussi la visibilité du phénomène de « self-mixing », apparaît indépendant de la distance de l'objet. Sachez cependant, que l'observation de signaux de « self-mixing » est principalement limitée par le couplage optique Laser-cible et par la dépendance de C avec la distance induisant un comportement facilement multimodal. Pour un signal aisément exploitable, il est préférable de ne pas dépasser une distance de quelques dizaines de centimètres.

III. Etude de cas

1. Applications

1.1. Application à la mesure de vitesse

Le dispositif expérimental de mesure de vitesse par rétro-injection optique est celui du schéma ci dessous :

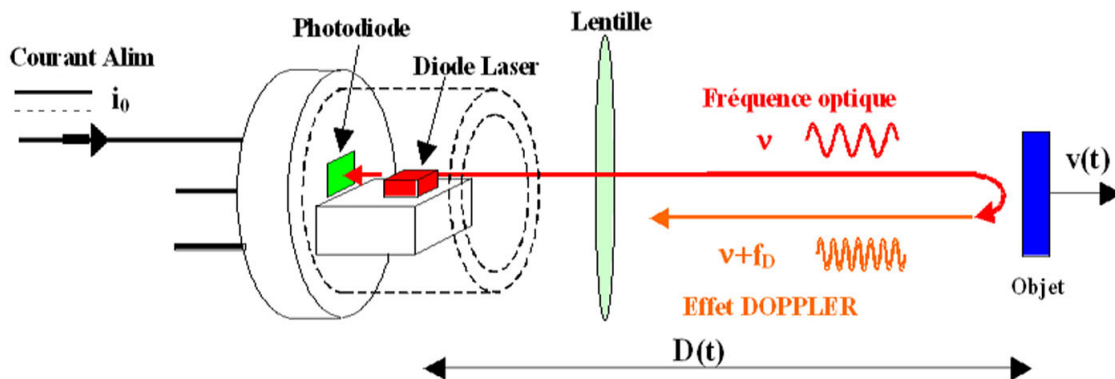


Figure 11 : Dispositif expérimentale de mesure de vitesse

Ce dispositif comprend une diode Laser alimentée en courant constant, un objet mobile animée d'une vitesse v et une lentille de collimation permettant d'augmenter le couplage optique Laser-objet. Les constructeurs ont incli aux boîtiers de diode Laser, une photodiode destinée au contrôle de la puissance d'émission Laser. Dans le cadre de notre application, elle sera utilisée pour traduire en signaux électriques, les perturbations de puissance générées par la rétro-injection optique. Sachant qu'une diode Laser émet des deux cotés de son milieu actif, cette photodiode est située avantageusement à l'arrière de la diode Laser.

La mesure de vitesse sera déduite des perturbations de la puissance d'émission lumineuse dont l'expression a été établie au chapitre précédent. Cette dernière met en évidence une pseudo-périodicité définie par :

$$\delta(v, \tau_D) = \pm 1$$

Où $\delta()$ symbolise la déviation d'état entre le début et la fin d'une pseudo-période.

Le courant d'injection étant constant, la fréquence optique est identique au début et à la fin d'une pseudo-période. En notant f_b la valeur algébrique de la fréquence de battement liée à l'apparition des perturbations, on obtient :

$$f_b = \frac{2 \cdot v}{\lambda_s} = \frac{2}{\lambda_s} v$$

Où λ_s est la longueur d'onde de la diode seule.

Remarquons que la fréquence de battement f_b est égale à l'opposée de la fréquence induite par effet Doppler f_D . Cette fréquence sera positive (resp. négative) lorsque l'objet s'éloigne (resp. se rapproche) du Laser.

Une des caractéristiques de la vélocimétrie par rétro-injection optique dans les diodes Laser est de pouvoir déterminer de manière simple le sens de mouvement d'un objet. En effet,

l'orientation de la forme en « dents de scie » des perturbations de puissance est significative du signe de la vitesse de l'objet comme le montrent les simulations suivantes.

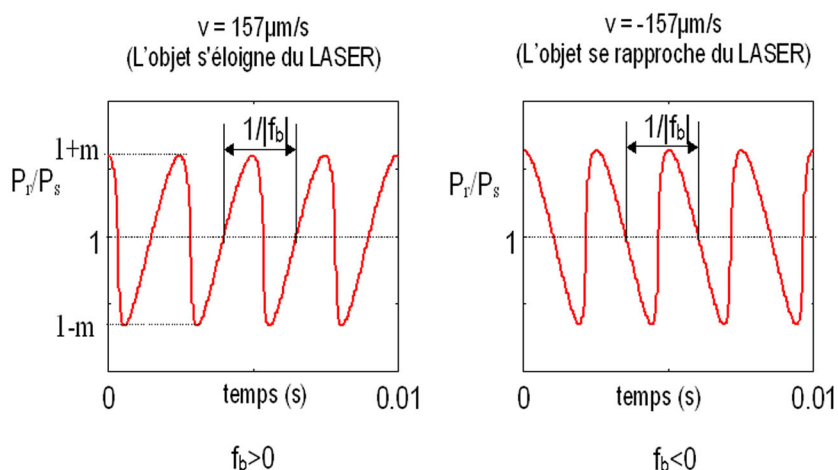


Figure 12 : Puissance d'émission en vélocimétrie (C=0.88)

Il est à savoir que la fréquence de battement, comme la fréquence Doppler, est uniquement dépendante de la vitesse d'entraînement du repère objet par rapport au repère de la diode Laser. Ainsi pour un objet diffusant sur lequel le faisceau Laser glisse, cette fréquence sera indépendante de la forme de l'objet.

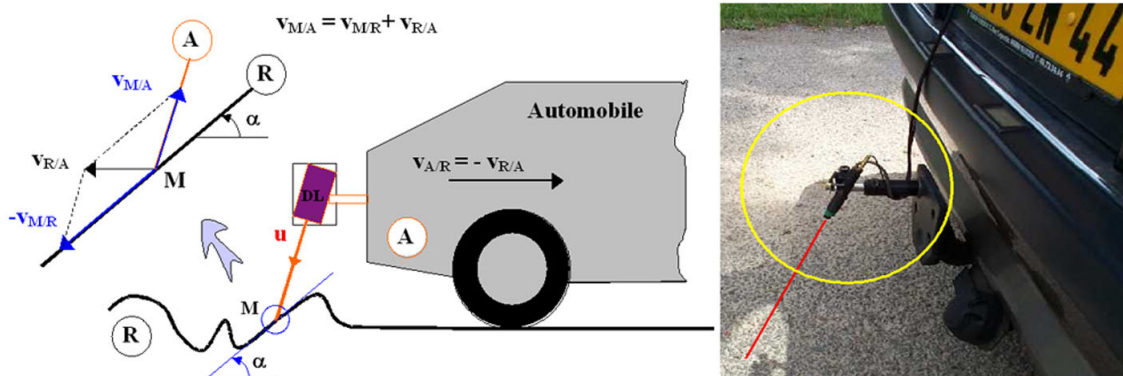


Figure 13 : Application à la mesure de vitesse d'une automobile

A titre d'exemple, prenons une automobile (repère A) dont nous souhaitons évaluer la vitesse $v_{A/R}$ de déplacement par rapport à la route (repère R). La fréquence Doppler est induite par le mouvement absolu du point Laser M par rapport à diode ($v_{M/A}$) ainsi que par le glissement de ce point à la surface de l'objet par rapport à l'objet lui même ($v_{M/R}$). Or la cinétique montre que la combinaison de ces deux vitesses donne la vitesse d'entraînement du repère R par rapport à A. On prouve ainsi que la fréquence Doppler et donc la fréquence de battement est indépendante de la forme de la route (présence de nids de poule, graviers, etc...). Ceci constitue un résultat particulièrement intéressant quant à la « robustesse » des mesures par vélocimétrie Laser Doppler.

$$f_D = -f_b = \frac{2}{\lambda_s} \vec{v}_{A/R} \cdot \vec{u}$$

Où \vec{u} est le vecteur normé directeur de l'axe Laser.

1.2. Application à la mesure de déplacement

L'application à la mesure de déplacement reprend le dispositif expérimental et les conditions d'utilisation de la diode Laser de l'application à la mesure de vitesse. A la pseudo-période de la puissance d'émission Laser définie par $\delta(v_r \tau_D) = \pm 1$ est associée un déplacement quantifié valant une demi-longueur d'onde (qqqs $1/10 \mu\text{m}$).

$$\delta D = \frac{\lambda}{2}$$

De même que dans le cadre de la mesure de vitesse, le sens de déplacement est obtenu par observation de l'orientation de la forme en « dents de scie » de la puissance d'émission Laser.

Il est alors possible de reconstruire le déplacement d'un objet à la résolution de la demi-longueur d'onde en incrémentant ou décrémentant un compteur de cette même valeur à chaque apparition d'une pseudo-période. La figure suivante présente cette technique de reconstruction.

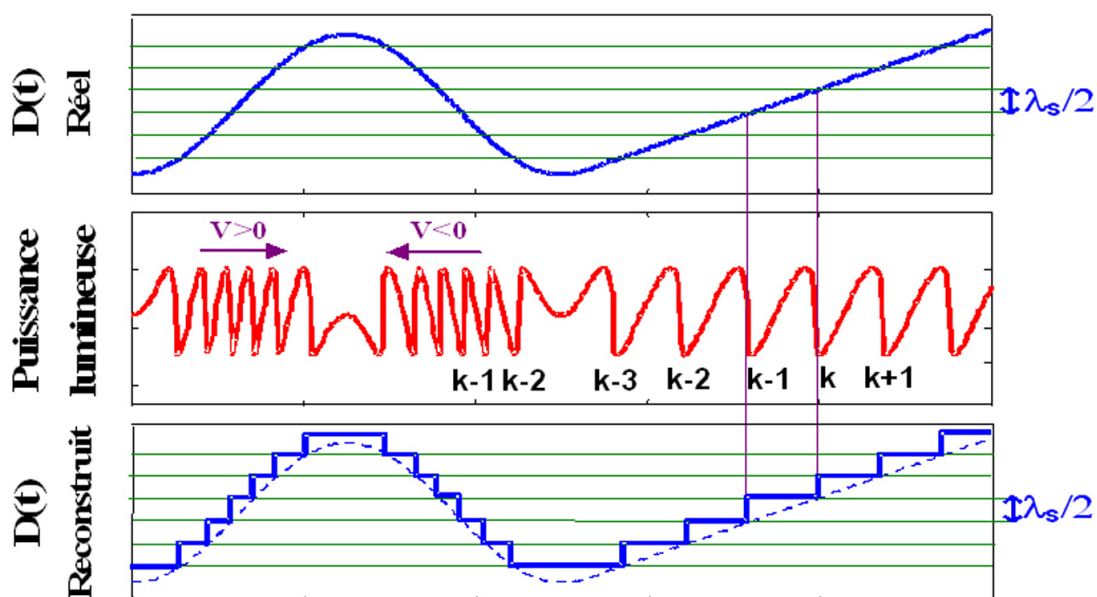


Figure 14 : Méthode de reconstruction d'un déplacement

La figure ci dessous montre une mesure expérimentale en temps réel par cette méthode appliquée à la mesure de vibration de rail de chemin de fer.

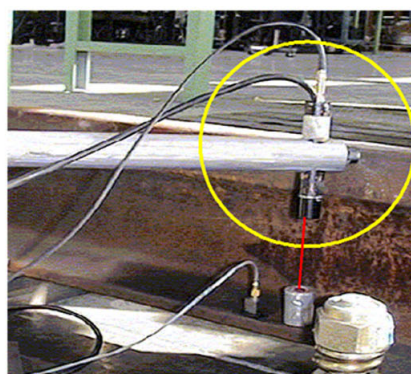
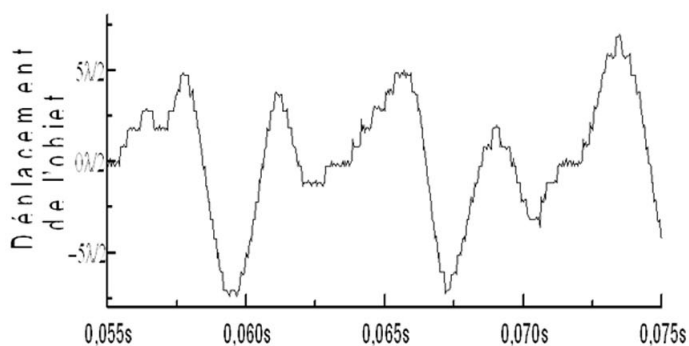


Figure 15 : Application à la mesure de vibration de chemin de fer

1.3. Application à la mesure de distance

Le dispositif expérimental adapté à la mesure de distance diffère de celui de la mesure de vitesse ou de déplacements, par la modulation en triangle symétrique du courant d'injection. Comme nous l'avons étudié au chapitre précédent, cette modulation aura pour effet d'imposer une modulation de la fréquence d'émission sans rétro-injection, elle aussi en forme de triangle symétrique. Cette modulation sera caractérisée par la pente :

$$\frac{\delta \nu_s}{\delta t} (>0)$$

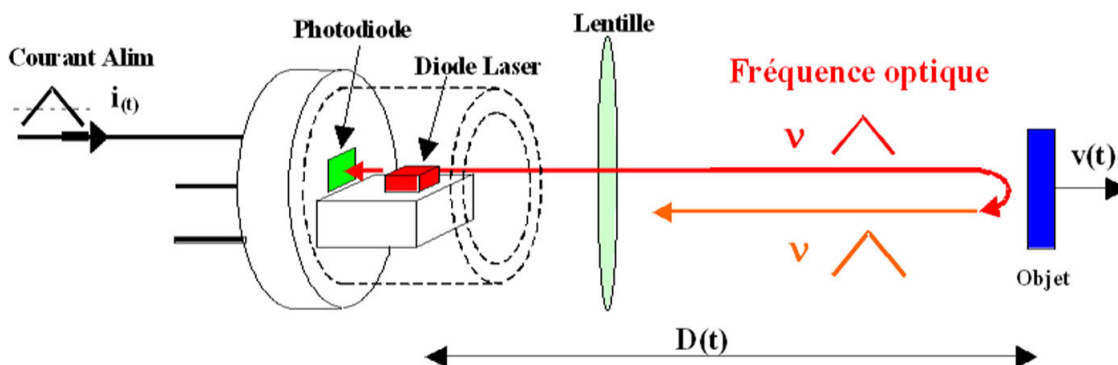


Figure 16 : Dispositif expérimentale de mesure de distance

Dans ces conditions d'alimentation en courant, la puissance émise par la diode avec rétro-injection fait apparaître une forme triangulaire symétrique sur laquelle s'applique une faible perturbation sous forme de pseudo-périodes. La fréquence d'apparition de ces pseudo-périodes sera notée f_{b0} sur la pente positive et f_{b1} sur la pente négative comme le montre la figure suivante.

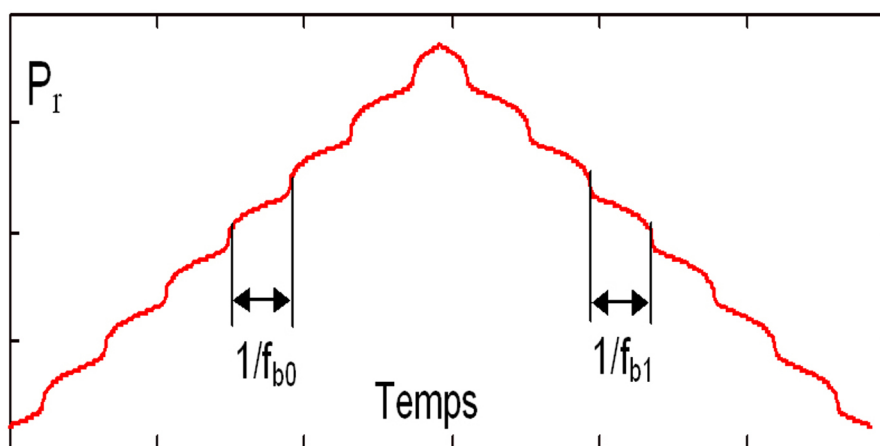


Figure 17 : Perturbation de la puissance d'émission en mesure de distance

Sachant qu'une pseudo-période est définie par $\delta(\nu_r \tau_D) = \pm 1$ et en tenant compte d'une faible vitesse de l'objet, nous obtenons pour la pente positive et négative le système d'équation :

$$\begin{cases} \frac{D}{c} \frac{\delta \nu_s}{\delta t} - \frac{2}{\lambda_s} v = \frac{f_{b0}}{2} \\ \frac{D}{c} \frac{\delta \nu_s}{\delta t} + \frac{2}{\lambda_s} v = \frac{f_{b1}}{2} \end{cases}$$

L'évaluation de la distance de l'objet ainsi que sa vitesse peut alors être déduites des fréquences de battement par :

$$D = \frac{c}{\delta \nu_s} (f_{b0} + f_{b1}) \quad \text{et} \quad v = \frac{\lambda_s}{4} (f_{b1} - f_{b0})$$

La simulation ci dessous montre l'influence de la distance et de la vitesse sur le signal de puissance lumineuse. Les paramètres principaux de cette simulation sont

$$\frac{\delta \nu_s}{\delta t} = 8000 \text{ GHz/s}$$

, $\lambda_s = 780 \text{ nm}$ et un coefficient de rétro-injection $C = 0,88$. En accord avec les relations établies précédemment, on constate que les fréquences de battement sont égales lorsque la vitesse est nulle. De plus, elles sont proportionnelle à la distance de l'objet. On constate aussi qu'un déplacement induit une différence entre ces fréquences qui change de signe lorsque le sens de mouvement de l'objet est inversé.

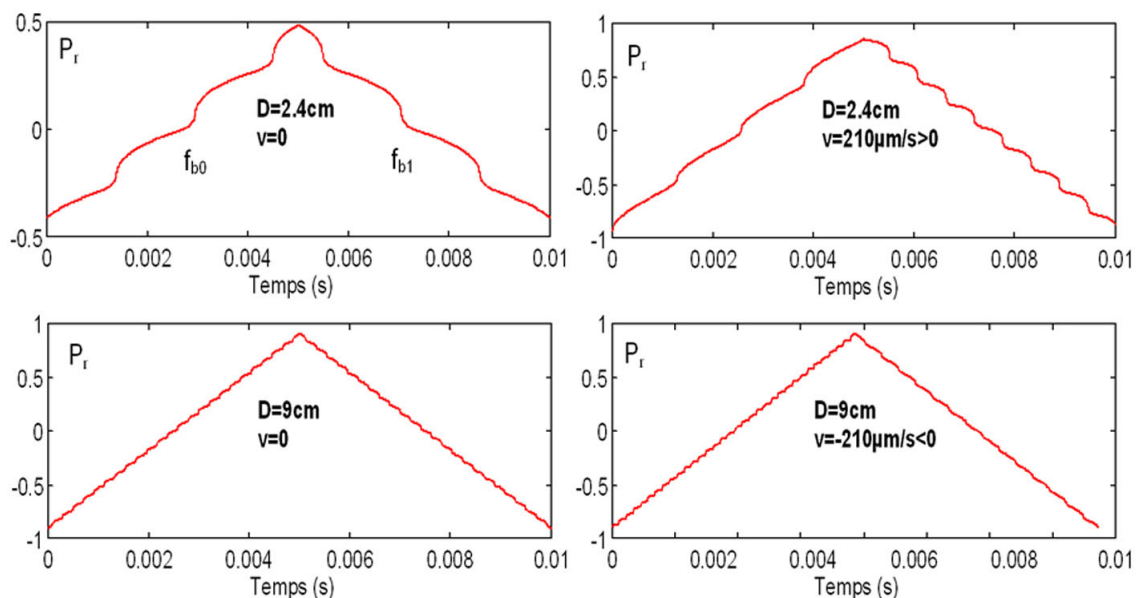


Figure 18 : Influence de la distance et vitesse de l'objet sur les fréquences de battement du signal de puissance lumineuse.

L'image en fausses couleurs ci dessous donne un exemple d'application du phénomène de « self-mixing » à la mesure de forme d'une hélice. L'objet est posé sur un plan situé à 148 cm de la diode Laser. Un système de balayage à deux miroirs motorisés a permis de réaliser cette mesure point par point (100000 points).

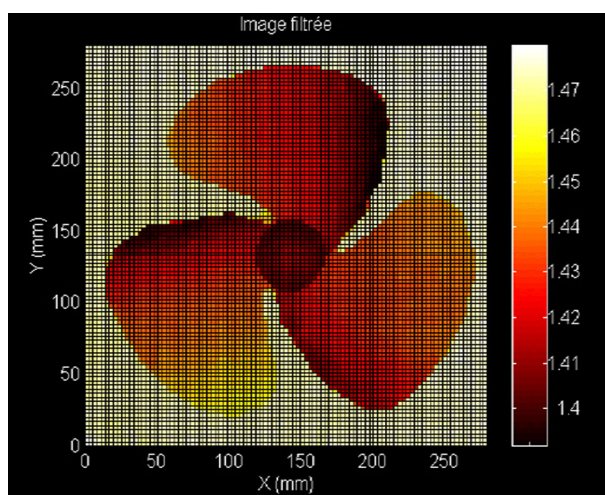


Figure 19 : Mesure 3D expérimentale d'une hélice

IV. Exercices

1. Exercice n°1

Répondre aux questions

Question 1

[Solution n°1 p 24]

A l'aide des indications données dans le cours, retrouvez l'expression implicite de la fréquence d'émission avec rétro-injection optique :

$$\nu_r - \nu_s + \frac{c}{4\pi L \bar{\mu}_{es}} \xi \sqrt{1 + \alpha^2} \sin(2\pi \nu_r \tau_D + \arctan \alpha) = 0$$

Question 2

[Solution n°2 p 25]

En utilisant la différentielle $\delta(\nu_r \tau_D) = \pm 1$ caractérisant une pseudo-période de la puissance d'émission lumineuse, démontrez que :

a) pour la mesure de vitesse :

$$f_b = \frac{2 \cdot \nu_s}{c} v = \frac{2}{\lambda_s} v$$

b) pour la mesure de déplacement :

$$\delta D = \frac{\delta s}{2}$$

c) pour la mesure de distance :

$$D = \frac{c}{4 \frac{\delta \nu}{\delta t}} (f_{b0} + f_{b1}) \quad \text{et} \quad v = \frac{\lambda_s}{4} (f_{b1} - f_{b0})$$

2. Exercice n°2

Répondre aux questions

Question 1

[Solution n°3 p 26]

Donnez la valeur de la vitesse d'une automobile pour une fréquence de battement $f_b = 13,154 \text{ MHz}$ et un angle d'inclinaison du faisceau Laser $\theta = 20$ (on donne la longueur d'onde : $\lambda_s = 1300 \text{ nm}$).

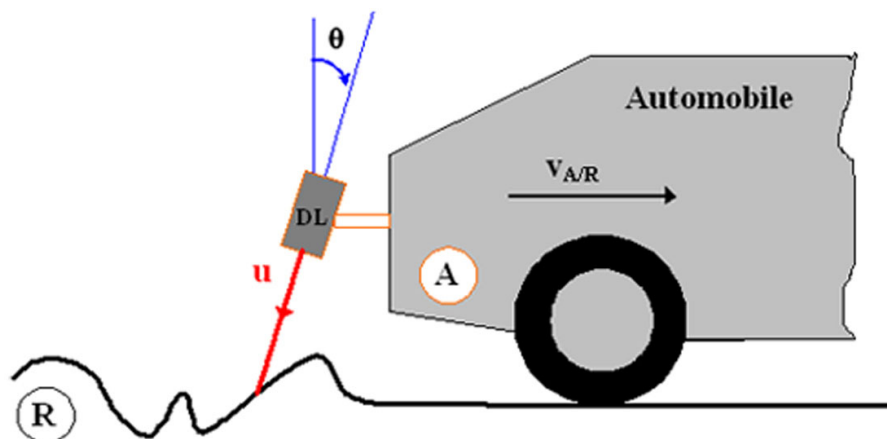


Figure 20

Quelle serait la valeur de la fréquence de battement pour $\theta = 0$?

Question 2

[Solution n°4 p 27]

En mesure de déplacement, combien faut-t-il compter de pseudo-périodes de puissance d'émission Laser pour un déplacement de $\Delta D = 1 \text{ mm}$? Quelle est la précision en % sur cette mesure ? (on donne la longueur d'onde : $\lambda_s = 780 \text{ nm}$).

Question 3

[Solution n°5 p 28]

Mesurer la distance et la vitesse d'un objet à l'aide du signal de « self-mixing » donné par la figure suivante (on donne $\delta\nu_s = 5 \text{ GHz}$ et $\lambda_s = 780 \text{ nm}$) :

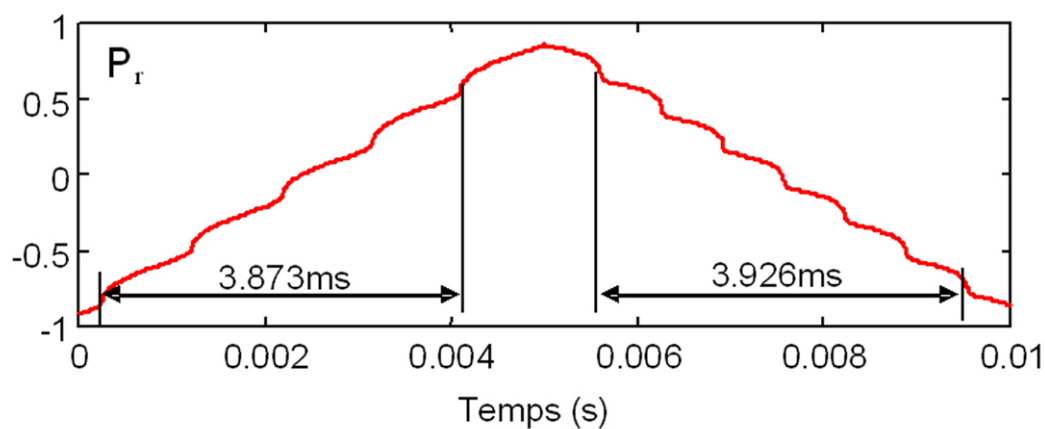


Figure 21

Solution des exercices

>Solution n°1 (exercice p. 22)

L'égalisation des phases des conditions d'émission Laser avec objet et sans objet donne :

$$\frac{4\pi L}{c} \Delta(\mu_e \nu) = \varphi_{\text{reff}} \Leftrightarrow \frac{4\pi L}{c} (\nu_s \Delta\mu_e + \mu_{es} \Delta\nu) = \varphi_{\text{reff}}$$

Avec :

$$\Delta\mu_e = \left(\frac{\partial \mu_e}{\partial n} \right) \Delta n + \left(\frac{\partial \mu_e}{\partial \nu} \right) \Delta \nu$$

$$\frac{4\pi L}{c} \left(\nu_s \frac{\partial \mu_e}{\partial \nu} \Delta n + \left(\mu_{es} + \left(\frac{\partial \mu_e}{\partial \nu} \right) \nu_s \right) \Delta \nu \right) = \varphi_{\text{reff}}$$

Or :

$$\bar{\mu}_{es} = \mu_{es} + \nu_s \frac{\partial \mu_e}{\partial \nu}$$

$$\frac{4\pi L}{c} \left(\nu_s \frac{\partial \mu_e}{\partial n} \Delta n + \bar{\mu}_{es} \Delta \nu \right) = \varphi_{\text{reff}} \Leftrightarrow \frac{4\pi L}{c} \left(\nu_s \frac{\partial \mu_e}{\partial \mu_e''} \frac{\partial \mu_e''}{\partial n} \Delta n + \bar{\mu}_{es} \Delta \nu \right) = \varphi_{\text{reff}}$$

On sait que :

$$\left(\frac{\partial \mu_e''}{\partial n} \right) = - \frac{\Delta g_{th}}{\Delta n} \frac{c}{4\pi \nu_s} \text{ et } \alpha = \frac{\partial \mu_e}{\partial \mu_e''}$$

$$\frac{4\pi L}{c} \left(-\alpha \frac{c}{4\pi} \Delta g_{th} + \bar{\mu}_{es} \Delta \nu \right) = \varphi_{\text{reff}}$$

D'autre part :

$$\Delta g_{th} = g_{thr} - g_{ths} = -\frac{\zeta}{L} \cos(2\pi \nu_r \tau_D) \text{ et } \varphi_{\text{reff}} = -\zeta \sin(2\pi \nu_r \tau_D)$$

$$\frac{4\pi L}{c} \left(\alpha \frac{c}{4\pi} \frac{\zeta}{L} \cos(2\pi \nu_r \tau_D) + \bar{\mu}_{es} \Delta \nu \right) + \zeta \sin(2\pi \nu_r \tau_D) = 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha \zeta \cos(2\pi v_r \tau_D) + \frac{4\pi L}{c} \bar{\mu}_{es} \Delta v + \zeta \sin(2\pi v_r \tau_D) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\pi L}{c} \bar{\mu}_{es} \Delta v + \zeta (\alpha \cos(2\pi v_r \tau_D) + \sin(2\pi v_r \tau_D)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\pi L}{c} \bar{\mu}_{es} \Delta v + \zeta \sqrt{1+\alpha^2} \left(\frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} \cos(2\pi v_r \tau_D) + \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} \sin(2\pi v_r \tau_D) \right) = 0$$

On reconnaît la formule de trigonométrie : $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$ avec $a = \arctan \alpha$ et $b = 2\pi v_r \tau_D$.

$$\frac{4\pi L}{c} \bar{\mu}_{es} \Delta v + \zeta \sqrt{1+\alpha^2} \sin(2\pi v_r \tau_D + \arctan \alpha) = 0$$

$$v_r - v_s + \frac{c}{4\pi L \bar{\mu}_{es}} \zeta \sqrt{1+\alpha^2} \sin(2\pi v_r \tau_D + \arctan \alpha) = 0$$

> Solution n°2 (exercice p. 22)

a) La fréquence d'émission Laser sans rétro-injection est constante. Ainsi lorsque la distance de l'objet augmente $\delta(v_r \tau_D) > 0$ donc $\delta(v_r \tau_D) = 1$.

$$\begin{aligned} \delta(v_r \tau_D) = 1 &\Leftrightarrow v_s \delta(\tau_D) = 1 \\ &\Leftrightarrow v_s \delta\left(\frac{2D}{c}\right) = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{\delta D}{\delta t} = \frac{c}{2v_s} \frac{1}{\delta t} \\ &\Leftrightarrow v = \frac{c}{2v_s} f_b \text{ et donc } f_b = \frac{2}{\lambda_s} v \end{aligned}$$

b) La fréquence d'émission Laser sans rétro-injection est constante. Ainsi lorsque la distance de l'objet augmente $\delta(v_r \tau_D) > 0$ donc $\delta(v_r \tau_D) = 1$.

$$\begin{aligned} \delta(v_r \tau_D) = 1 &\Leftrightarrow v_s \delta\left(\frac{2D}{c}\right) = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{2v_s}{c} \delta D = 1 \\ &\Leftrightarrow \delta D = \frac{\lambda_s}{2} \end{aligned}$$

Sur la portion de signal de « self-mixing » associée à la fréquence de battement f_{b0} , la fréquence optique est décroissante : $\delta(v_r \tau_D) = -1$ (vitesse faible)

$$\begin{aligned} \delta(v_r \tau_D) = -1 &\Leftrightarrow \tau_D \delta v_r + v_r \delta \tau_D = -1 \\ &\Leftrightarrow v_s \frac{\delta D}{\delta t_0} + D \frac{\delta v_s}{\delta t_0} = -\frac{c}{2} \frac{1}{\delta t_0} \\ &\Leftrightarrow v_s v - D \frac{\delta v_s}{\delta t} = -\frac{c}{2} f_{b0} \end{aligned}$$

Sur la portion de signal de « self-mixing » associée à la fréquence de battement f_{b1} , la fréquence optique est croissante : $\delta(v_r \tau_D) = 1$ (vitesse faible). Par un raisonnement similaire, on obtient :

$$v_s v + D \frac{\delta v_s}{\delta t} = \frac{c}{2} f_{b1}$$

Il nous faut résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} v_s v - D \frac{\delta v_s}{\delta t} = -\frac{c}{2} f_{b0} \\ v_s v + D \frac{\delta v_s}{\delta t} = \frac{c}{2} f_{b1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2D \frac{\delta v_s}{\delta t} = \frac{c}{2} f_{b0} + \frac{c}{2} f_{b1} \\ 2v_s v = \frac{c}{2} f_{b1} - \frac{c}{2} f_{b0} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} D = \frac{c}{4 \frac{\delta v_s}{\delta t}} (f_{b0} + f_{b1}) \\ v = \frac{\lambda_s}{4} (f_{b1} - f_{b0}) \end{cases}$$

>Solution n°3 (exercice p. 22)

La fréquence de battement algébrique vaut : $f_b = \frac{2}{\lambda_s} v$ avec v la projection de la vitesse $V_{R/A} = -V_{A/R}$ sur l'axe du faisceau Laser.

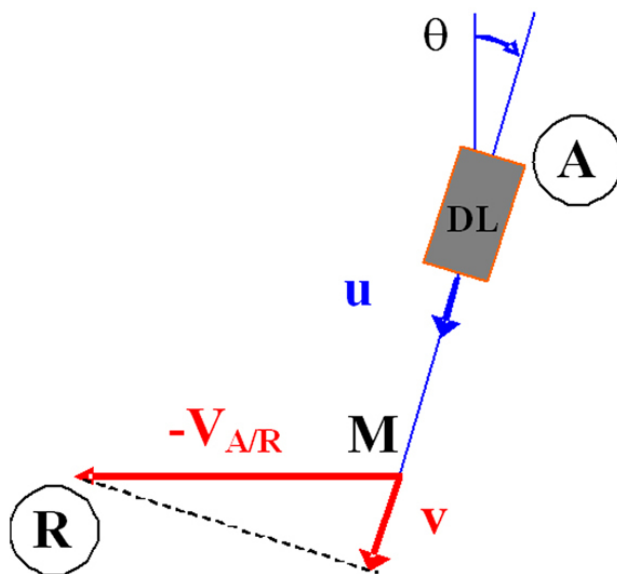


Figure 22

En tenant compte de l'angle d'incidence, on obtient :

$$f_b = -\frac{2}{\lambda_s} V_{AIR} \cdot \vec{u} = \frac{2}{\lambda_s} v_{AIR} \sin(\theta) \Leftrightarrow V_{AIR} = \frac{\lambda_s}{2 \sin(\theta)} f_b \dot{\iota}$$

Remarque

$$V_{AIR} = \frac{1300 \cdot 10^{-9}}{2 \sin(20^\circ)} (13,154 \cdot 10^6) \Leftrightarrow V_{AIR} = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$$

Pour un angle $\theta = 0$, la fréquence de battement est nulle quelque soit la vitesse de l'automobile et le relief de la chaussée.

>Solution n°4 (exercice p. 23)

Une pseudo-période correspond à

$$\delta D = \frac{\lambda_s}{2}$$

ainsi le nombre de pseudo-période pour un déplacement $\Delta D = 1 \text{ mm}$ est :

$$N = \frac{2 \Delta D}{\lambda_s}$$

Remarque

$$N = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{780 \cdot 10^{-9}} \Leftrightarrow N = 2564$$

L'erreur sur le comptage étant d'une pseudo-période, la précision est donc : $p = 1/2564$ ainsi $p = 0,039\%$

>Solution n°5 (*exercice p. 23*)

Sur la partie croissante (resp. descendante) de la puissance d'émission lumineuse, on compte 4 pseudo-périodes pour $t_0 = 3,873$ ms (resp. 6 pseudo-périodes pour $t_1 = 3,926$ ms). Les fréquences de battement associées sont donc : $f_{b0} = 1,033$ kHz et $f_{b1} = 1,528$ kHz.

L'excursion en fréquence optique est $\delta\nu_s = 5$ GHz. Cette excursion est effectuée sur un temps correspondant à la demi-période du signal triangulaire d'alimentation. Au regard de la courbe, ce temps est $\delta t = 0,01/2 = 5$ ms.

Ainsi :

$$\frac{\delta\nu_s}{\delta t} = 1000 \text{ GHz/s}$$

Nous pouvons à présent utiliser les relations donnant la distance et la vitesse de l'objet :

$$D = \frac{c}{\delta\nu} (f_{b0} + f_{b1}) \quad \text{et} \quad v = \frac{\lambda}{4} (f_{b1} - f_{b0})$$

Remarque

$$D = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 1000 \cdot 10^9} (1,033 \cdot 10^3 + 1,528 \cdot 10^3) \Leftrightarrow D = 19,2 \text{ cm}$$

$$v = \frac{780 \cdot 10^{-9}}{4} (1,528 \cdot 10^3 - 1,033 \cdot 10^3) \Leftrightarrow v \approx 96,5 \mu\text{m/s} > 0$$

(l'objet s'éloigne du laser.)